NTNU
Institutt for Fysikk

Løsningsforslag til eksamen
FY0001 Brukerkurs i fysikk
Juni 2011

Oppgave 1

a) Figur **A**. Tyngdeakselerasjonen er konstant, altså den endrer seg ikke med tiden.

b) Vi finner farten fra uttrykket for Dopplereffekt med bevegelig mottaker

$$f' = f\left(1 + \frac{v_R}{v}\right).$$

Vi setter inn og får

$$v_R = v\left(\frac{f'}{f} - 1\right) = 340\text{m/s}\left(\frac{223}{220} - 1\right) = 4,64\text{m/s}.$$

c) $P = IV$ funker direkte med RMS-verdiene:

$$P = I_{RMS}V_{RMS} \Rightarrow I_{RMS} = \frac{1200\text{ W}}{220\text{ V}} = 5,45\text{ A}.$$

d) En kort beskrivelse av en av måtene vi brukte på laben, eller en annen måte, er tilstrekkelig. Det essensielle er å vise hvordan man bruker det man måler til å regne ut farten.

Oppgave 2

a) Vi finner gjennomsnittsfarten ved å dele distansen på tiden:

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{492\text{ km}}{6,56\text{ h}} = 74,9\text{ km/h} = 20,8\text{ m/s}.$$

Gjennomsnittsfarten er 20,8 m/s.

b) Først må vi regne om fra km/h til m/s:

$$300\text{ km/h} = 83\text{ m/s}$$

Setter inn i den tidløse formelen:

$$v^2 - v_0^2 = 2as \Rightarrow s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (83\ \mathrm{m/s})^2}{2(-1,8\ \mathrm{m/s}^2)} = 1900\ \mathrm{m}.$$

Toget trenger 1900 meter for å stoppe fra toppfart.

c) For å regne ut hvor mye tid man taper på å stoppe på en stasjon må vi regne ut hvor langt toget beveger seg fra det begynner å bremse, og til det er tilbake på toppfart. Deretter må vi finne ut hvor lang tid dette tar, og sammenligne med hvor lang tid det ville tatt å kjøre den samme distansen med toppfart hele tiden.

Fra den tidløse formelen finner vi strekningen toget bruker på å bremse

$$s_1 = \frac{v^2}{2a} = \frac{(83\ \mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 0,8\ \mathrm{m/s}^2} = 4310\ \mathrm{m},$$

og strekningen toget bruker på å komme tilbake til toppfart

$$s_2 = \frac{v^2}{2a} = \frac{(83\ \mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 0,9\ \mathrm{m/s}^2} = 3830\ \mathrm{m}.$$

Gjennomsnittsfarten på denne strekningen er

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v_1}{2} = \frac{83\ \mathrm{m/s} + 0}{2} = 41,7\ \mathrm{m/s}.$$

Så det tar altså

$$\frac{4310\ \mathrm{m} + 3830\ \mathrm{m}}{41,7\ \mathrm{m/s}} = 195\ \mathrm{s}$$

å kjøre denne distansen. Et tog som kjører i toppfart hele tiden bruker bare halvparten av denne tiden:

$$\frac{4310\ \mathrm{m} + 3830\ \mathrm{m}}{83,3\ \mathrm{m/s}} = 97,7\ \mathrm{s}.$$

Toget taper altså 97,7 sekunder i forbindelse med oppbremsing og akselerering hver gang det stopper på en stasjon. I praksis må man naturligvis også ta med tiden man står i ro på stasjonen.

Oppgave 3

a) For en gjenstand som går i jevn sirkelbevegelse er akselerasjonen gitt ved

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2},$$

der r er baneradien og T er omløpstiden. Siden det er gravitasjonskraften som holder Deimos i bane rundt mars, og siden $F = ma$, har vi at

$$F_g = G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{4\pi^2 r}{T^2},$$

der M er massen til Mars og m er massen til Deimos. Dette medfører

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = 6,42 \cdot 10^{23}\ \text{kg}.$$

b) Tyngdeakslerasjonen på overflaten til en planet er gitt ved

$$a = G\frac{M}{R^2},$$

der M er massen til planeten og R er radien. Det medfører

$$R = \sqrt{\frac{GM}{a}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11}\text{Nm}^2/\text{kg}^2 \cdot 6,42 \cdot 10^{23}\ \text{kg}}{3,71\ \text{m/s}^2}} = 3400\ \text{km}.$$

c) Hvis du kaster en gjenstand vil den bevege seg en avstand

$$s = \frac{v_0^2}{g}\sin\theta\cos\theta,$$

der v_0 er utgangshastigheten, og θ er vinkelen du kaster med. Det samme uttrykket gjelder naturligvis på Mars, så forholdet mellom hvor langt du kan kaste på Jorden og hvor langt du kan kaste på Mars er det samme som forholdet mellom tyngdeakselerasjonen på Mars og tyngdeakselerasjonen på Jorden:

$$s = 27\ \text{m}\frac{9,81\ \text{m/s}^2}{3,71\ \text{m/s}^2} = 71,4\ \text{m}.$$

Oppgave 4

Kalium-40 (^{40}K) er en radioaktiv isotop med halveringstid 1,248 milliarder år, og atommasse 39,963998 u. Naturlig forekommende kalium inneholder omtrent 0,0117% ^{40}K, mens resten er de stabile isotopene ^{39}K og ^{41}K.

a) Denne typen radioaktivitet kalles beta-stråling eller beta-henfall.

b) Vi finner frigjort energi fra forskjellen i masse, via $E = mc^2$. Forskjellen i masse før og etter reaksjonen er

$$\Delta m = 39.963998 \text{ u} - 39.962591 \text{ u} - 0.000549 \text{ u} = 0.000856 \text{ u} = 1.423 \cdot 10^{-30} \text{ kg}.$$

Den frigjorte energien blir da

$$E = mc^2 = 1,280 \cdot 10^{-13} \text{ J}.$$

c) Vi må først finne antall ^{40}K-atomer i en banan:

$$\frac{0,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 0,000117}{39,9 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 8,8 \cdot 10^{17}.$$

For å finne aktiviteten må vi så finne hvor fort antallet atomer endrer seg. Det kan vi gjøre ved å ta den deriverte av loven om radioaktivt henfall, eller ved å bruke uttrykket fra formelvedlegget, som ikke er noe annet enn den deriverte ved $t = 0$. Vi finner

$$\frac{\delta n}{\Delta t} = \ln(2)\frac{N}{T_{1/2}} = \ln(2)\frac{8,8 \cdot 10^{17}}{1,248 \cdot 10^9 \cdot 365.25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} = 15,5 \text{ s}^{-1}.$$

En annen måte man kunne tenke seg å løse denne oppgaven på ville være at man vet hvor mange atomer man har i utgangspunktet $(8,8 \cdot 10^{17})$, så bruke loven om radioaktivt henfall til å regne ut hvor mange atomer man har ett sekund senere, for deretter å ta forskjellen på disse to tallene, som skulle være hvor mange som forsvinner i løpet av ett sekund. Problemet med denne metoden er at 15 er et veldig lite tall i forhold til $8,8 \cdot 10^{17}$, som betyr at man må regne ut svaret med 17 desimalers nøyaktighet, og det er ikke en vanlig kalkulator i stand til. Derfor kommer gjerne svaret ut som null. Denne metoden er heller ikke strengt tatt riktig, da den regner ut gjennomsnittsaktiviteten i det første sekundet, som ikke er det samme som instantanaktiviteten ved $t = 0$. For et stoff med mye lengre halveringstid enn ett sekund er det imidlertid en god tilnærming, men det kan altså by på problemer på grunn av begrenset nøyaktighet i utregningen.

d) Her kan vi bruke loven om radioaktivt henfall direkte på aktiviteten

$$N = N_0 \cdot (1/2)^{\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

Vi skriver om, og finner

$$t = T_{1/2}\frac{\ln(N/N_0)}{\ln(1/2)} = 1,248 \cdot 10^9 \text{ år} \cdot \frac{\ln(10/15.5)}{\ln(1/2)} = 789 \cdot 10^6 \text{ år}.$$

Den hermetiske bananen er 789 millioner år.

Oppgave 5

a) Kulen blir påvirket av to krefter, tyngdekraften og en elektrisk kraft som skyldes feltet mellom platene. Tyngdekraften er

$$F_g = mg = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 0,05 \text{ N}$$

og har retning nedover, altså peker den i negativ y-retning, mens den elektriske kraften er

$$F_e = qE = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ C} \cdot 2000 \text{ V/m} = 0,02 \text{ N}$$

og peker langs positiv x-akse. Siden disse kreftene står vinkelrett på hverandre finner vi summen av kreftene fra Pytagoras:

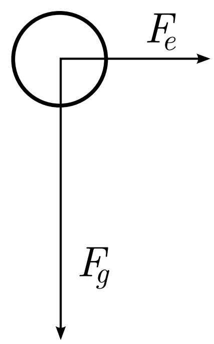
$$F_{tot} = \sqrt{(0,05 \text{ N})^2 + (0,02 \text{ N})^2} = 0,054 \text{ N}.$$

Vi må også finne retningen:

$$\tan\theta = \frac{0,05}{0,02} \Rightarrow \theta = 68^\circ.$$

Den totale kraften er på 0,054 N, og har retning 68° nedover i forhold til x-aksen.

b) For å regne ut dette kan vi først regne ut hvor lenge kulen befinner seg mellom platene, siden det er i løpet av denne tiden den vil bli akselerert i x-retning. Deretter må vi finne ut hvor langt den beveger seg i x-retning i løpet av denne tiden, og hvor stor fart den har i x-retning når den kommer ut fra mellom platene. Til slutt må vi finne ut hvor lang tid kulen bruker fra den kommer ut fra mellom platene, og til den treffer bakken, og så hvor langt den beveger seg i x-retning i løpet av denne tiden. Siden den elektriske kraften kun virker langs



Figur 1: Fritt-legeme-diagram for kulen mellom platene.

x-aksen kan vi se helt bort fra denne når vi regner ut hvordan kulen beveger seg i y-retning.

Vi kan bruke den tidløse formelen til å finne kulens fart i det den kommer inn mellom platene, og i det den kommer ut fra mellom platene:

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

Først finner vi farten når kulen har falt 1 meter

$$v_1 = \sqrt{2as + v_0^2} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m} + 0} = 4,43 \text{ m/s},$$

, deretter finner vi farten når kulen har falt 4 meter

$$v_4 = \sqrt{2as + v_0^2} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 4 \text{ m} + 0} = 8,86 \text{ m/s},$$

og til slutt finner vi farten etter 5 meter, altså i det kulen treffer bakken.

$$v_5 = \sqrt{2as + v_0^2} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ m} + 0} = 9,90 \text{ m/s}.$$

Nå kan vi regne ut hvor lang tid kulen tilbringer mellom platene. Siden vi har konstant akselerasjon i y-retning er gjennomsnittsfarten i y-retning mellom platene gitt ved

$$\bar{v}_{y1} = \frac{v_1 + v_4}{2} = 6,65 \text{ m/s}$$

Og vi finner tiden kulen tilbringer mellom platene fra

$$t_1 = \frac{s_1}{\bar{v}_{y1}} = \frac{3 \text{ m}}{6,65 \text{ m/s}} = 0,451 \text{ s}.$$

I løpet av denne tiden får kulen en fart v_x i x-retning, som er gitt ved

$$v_x = a_x t = \frac{F_e}{m} t = \frac{0,02 \text{ N}}{5,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg}} 0,451 \text{ s} = 1,80 \text{ m/s}.$$

Vi kan nå finne ut hvor langt kulen har beveget seg i x-retning ved å finne gjennomsnittsfarten i x-retning mellom platene, og gange med tiden:

$$\bar{v}_x = \frac{1,80 \text{ m/s} + 0}{2} = 0,90 \text{ m/s}$$

$$s_{x1} = \bar{v}_x t = 0,90 \text{ m/s} \cdot 0,451 \text{ s} = 0,406 \text{ m}$$

Til slutt må vi finne tiden kulen bruker på den siste meteren fra platene og ned til bakken. Gjennomsnittsfarten på denne distansen er

$$\bar{v}_{y2} = \frac{v_4 + v_5}{2} = \frac{8,86 \text{ m/s} + 9,90 \text{ m/s}}{2} = 9,38 \text{ m/s},$$

så tiden blir

$$t_2 = \frac{s_2}{\bar{v}_{y2}} = \frac{1 \text{ m}}{9,38 \text{ m/s}} = 0,106 \text{ s}$$

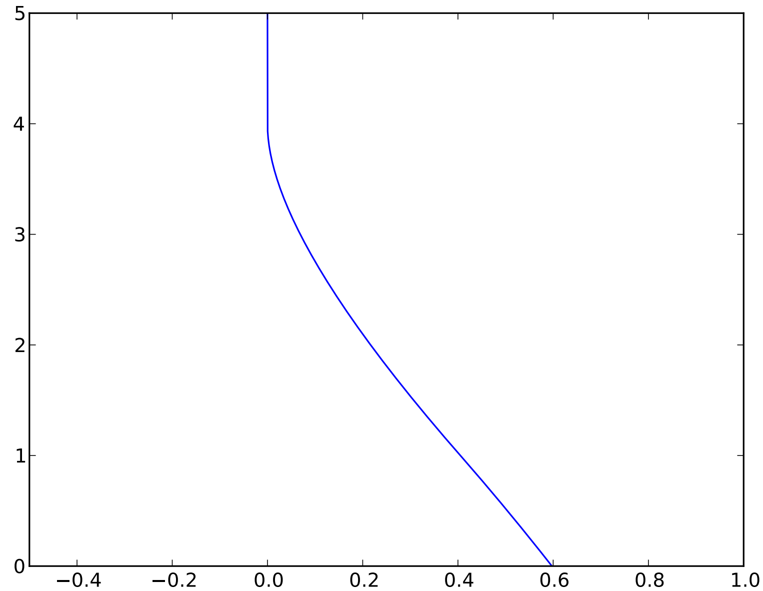
Og siden farten i x-retning er konstant etter at kulen har kommet ut fra mellom platene beveger den seg en distanse

$$s_{x2} = v_x t_2 = 1,80 \text{ m/s} \cdot 0,106 \text{ s} = 0,191 \text{ m/s}$$

Den totale bevegelsen i x-retning blir

$$s_x = s_{x1} + s_{x2} = 0,406 \text{ m} + 0,191 \text{ m} = 0,597 \text{ m}.$$

Når kulen treffer bakken har den beveget seg 0,60 m i x-retning.



Figur 2: Banen til kulen i oppgave 5. Å tegne kurven var ikke en del av oppgaven, det er bare tatt med for å illustrere.