FY0001 Brukerkurs i fysikk

Eksamen vår 2023

Løsningsforslag

1) Rettlinjet bevegelse med konstant akselerasjon!

$a = 1{,}75\ \frac{m}{s^2}$

$t_1 = 11{,}5\ s$

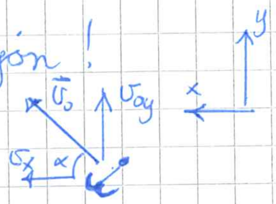
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \;,\; x_0 = 0 \;,\; v_0 = 0$

$\Rightarrow \quad x = \frac{1}{2} a t_1^2$

$x = \frac{1}{2} \cdot 1{,}75\ \frac{m}{s^2} \cdot (11{,}5\ s)^2$

$x = \underline{\underline{116\ m}}$

2) Krumlinjet bevegelse med konstant akselerasjon!

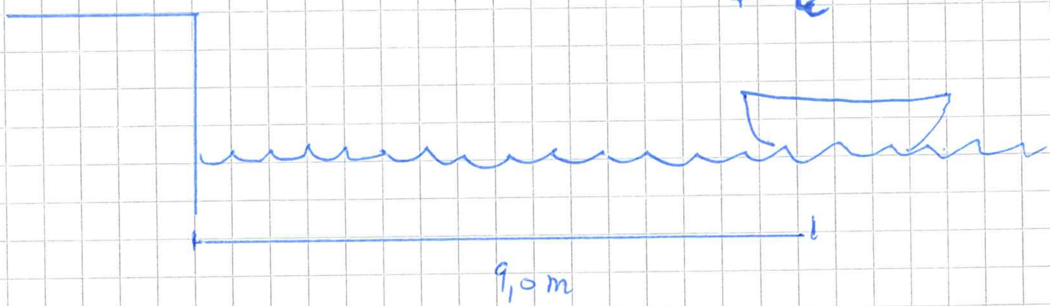


$\alpha = 45°$

$v_0 = 10{,}0\ \frac{m}{s}$

$v_x = v_0 \cos\alpha$

$v_{0y} = v_0 \sin\alpha$



Ankeret tilbakelegger en horisontal strekning $x = v_x \cdot t = v_0 \cos\alpha \cdot t$

Vi må finne ut hvor lang tid t kastet varer, gitt at start- og sluttposisjon i y-retning er helt like:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 \quad , \quad y = 0,\ y_0 = 0,\ a = -g$$

$$0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow \quad v_{0y}t = \frac{1}{2}gt^2$$

Vi kan se bort fra løsningen $t = 0$:

$$\frac{1}{2}gt = v_{0y}$$

$$t = \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$$

Vi setter dette uttrykket for t inn i $x = v_0 \cos\alpha \cdot t$

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$$

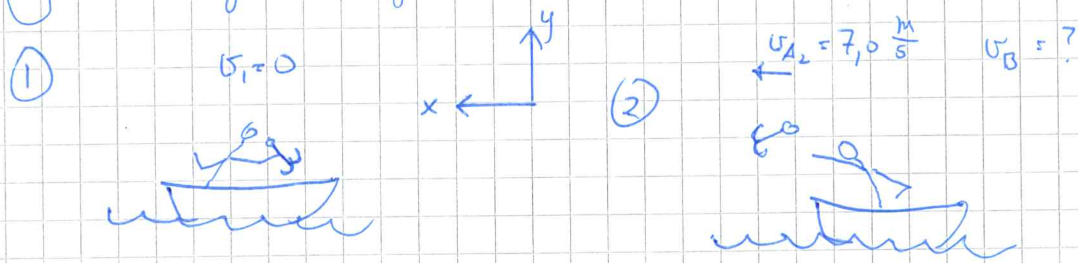
$$= \frac{2v_0^2}{g} \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$= \frac{2 \cdot \left(10{,}0\ \frac{m}{s}\right)^2}{9{,}81\ \frac{m}{s^2}} \cdot \sin 45° \cdot \cos 45°$$

$$= \underline{10{,}19\ m}$$

Marginen relativt til kaikanten: $10{,}19\ m - 9{,}0\ m = \underline{\underline{1{,}2\ m}}$

3) Bevaring av bevegelsesmengde!



Massen til ankeret: $m_A = 5,0\,kg$

Massen til deg og båten: $m_B = 110\,kg$

Hastigheten til ankeret etter kast: $v_{A_2} = 7,0\,\frac{m}{s}$

Hastigheten til deg og båten etter kast: $v_{B_2} = ?$

Bevaring av bevegelsesmengde (like før og etter kastet, slik at vi kan se bort fra ytre krefter som virker på systemet):

$$\vec{p}_2 = \vec{p}_1$$

$$m_A \vec{v}_{A_2} + m_B \vec{v}_{B_2} = (m_A + m_B)\,\vec{v}_1$$

→ Før kastet har både ankeret, båten og deg samme fart $\vec{v}_1 = 0$

I figuren har vi definert at v_{A_2} peker i valgt positiv retning (mot kaia).

$$m_A v_{A_2} + m_B v_{B_2} = 0$$

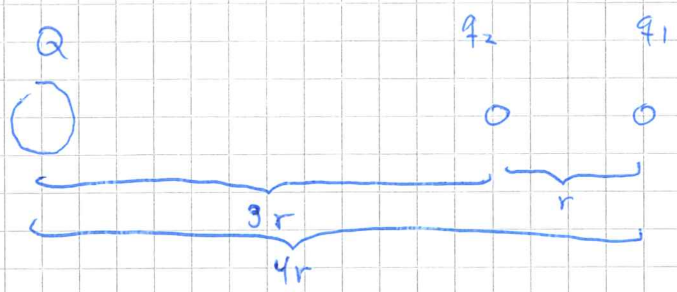
$$m_B v_{B_2} = -m_A v_{A_2}$$

$$v_{B_2} = -\frac{m_A}{m_B}\,v_{A_2}$$

$$= \frac{-5,0\,kg}{110\,kg} \cdot 7,0\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{-0,32\,\frac{m}{s}}},$$

altså i retning vekk fra kaia.

4) Krefter i én dimensjon OG Coulombkrefter!



$q_1 = q_2 = -e$

$Q = ?$

$r_{q_2 q_1} = r$

$r_{Q q_1} = 4r$

Siden ladningen q_1 er i ro: $\sum \vec{F}_{q_1} = 0$

$$\Rightarrow \vec{F}_{Qq_1} + \vec{F}_{q_2 q_1} = 0$$

Siden ~~vi~~ vi har å gjøre med krefter i én dimensjon, kan vi legge fra oss vektornotasjonen, men stadig holde fast på at den ene kraften virker i motsatt retning av den andre:

$$F_{q_2 q_1} + F_{Qq_1} = 0$$

$$-F_{q_2 q_1} = F_{Qq_1}$$

$$-k_e \frac{q_2 q_1}{(r_{q_2 q_1})^2} = k_e \frac{Q q_1}{(r_{Qq_1})^2}$$

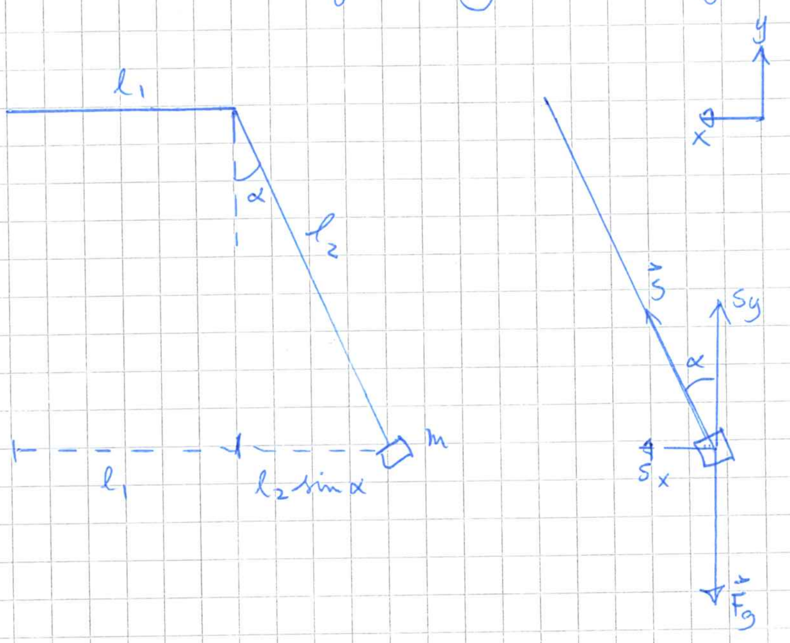
$$-\cancel{k_e} \frac{q_2 \cancel{q_1}}{r^2} = \cancel{k_e} \frac{Q \cancel{q_1}}{(4r)^2}$$

$$-\frac{q_2}{\cancel{r^2}} = \frac{Q}{16 \cancel{r^2}}$$

$$Q = -16 q_2 \quad , \quad q_2 = -e$$

$$Q = \underline{\underline{16e}}$$

5) Krefter i to dimensjoner og sirkelbevegelse med konstant akselerasjon!



$l_1 = 3{,}00\,m$

$l_2 = 5{,}00\,m$

$\alpha = 30{,}0^\circ$

$m = 65{,}0\,kg$

$v = ?$

$S_y = S\cos\alpha$

$S_x = S\sin\alpha$

Ingen akselerasjon i y-retning:

$$\Sigma F_y = S_y - F_g = 0 \Rightarrow S_y = F_g$$

$$S\cos\alpha = mg \qquad 1)$$

(Sentripetal-) akselerasjon i x-retning:

$$\Sigma F_x = S_x = ma = m\frac{v^2}{r}$$

$$S_x = m\frac{v^2}{r}$$

$$S\sin\alpha = m\frac{v^2}{r} \qquad 2)$$

Løser 1) mht snorkraften S:

$$S = \frac{mg}{\cos\alpha}$$

og setter inn i 2):

$$\frac{\cancel{m}g}{\cos\alpha}\cdot\sin\alpha = \cancel{m}\frac{v^2}{r}$$

$$\frac{v^2}{r} = g\tan\alpha$$

$$v = \sqrt{gr\tan\alpha}$$

$$v = \sqrt{9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot 5{,}50\,m\cdot\tan 30{,}0^\circ}$$

$$\underline{\underline{v = 5{,}58\,\frac{m}{s}}}$$

Baneradien r:

$$r = l_1 + l_2\sin\alpha$$

$$= 3{,}00\,m + 5{,}00\,m\cdot\sin 30{,}0^\circ$$

$$= \underline{5{,}50\,m}$$

6) Stående bølger på en streng!

$L = 5{,}00\,m$

$m = 0{,}250\,kg$

$f_1 = 22{,}0\,Hz$

1) $v = \sqrt{\dfrac{F}{m/L}}$, hvor F i dette tilfellet kan skrives som snordraget S.

$\Rightarrow \quad v^2 = \dfrac{S}{m/L}$

$\Rightarrow \quad S = \dfrac{m}{L} \cdot v^2$

Men hva er bølgefarten?

2) $v = \lambda f$

Men hva er bølgelengden?

Grunntonefrekvensen f_1 hører sammen med den lengste bølgelengden for en slik stående bølge:

3) $\lambda = \lambda_1 = 2L$

2) $v = \lambda_1 f_1 = 2L f_1$

1) $S = \dfrac{m}{L} \cdot (2L f_1)^2$

$= 4 m L f_1^2$

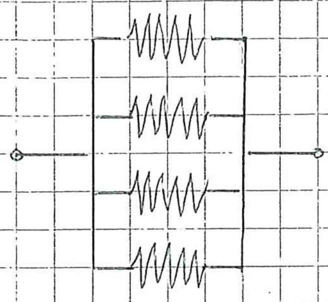
$\cancel{= 4 \cdot 0{,}20}$

$= 4 \cdot 0{,}250\,kg \cdot 5{,}00\,m \cdot (22{,}0\,Hz)^2$

$= \underline{\underline{2{,}42\,kN}}$

7.) Totalresistans!

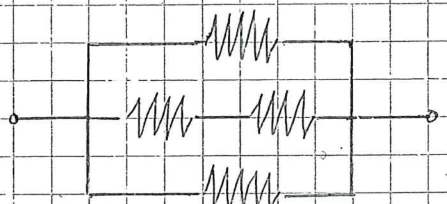
Vi kan med en gang utelukke de alternativene som inneholder én eller flere motstander i serie, siden disse alternativene vil gi en totalresistans større enn R.



$$R_{TOT} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{4}{R}\right)^{-1}$$

$$= \frac{R}{4}$$

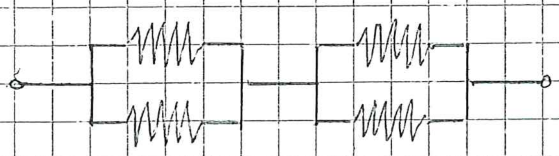


$$R_{TOT} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R+R} + \frac{1}{R}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{2+1+2}{2R}\right)^{-1}$$

$$= \frac{2}{5}R$$

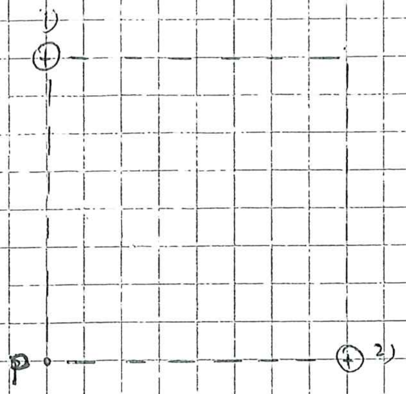


$$R_{TOT} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right)^{-1}$$

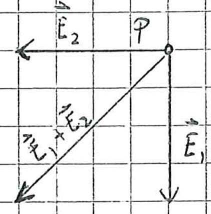
$$= \left(\frac{2}{R}\right)^{-1} + \left(\frac{2}{R}\right)^{-1}$$

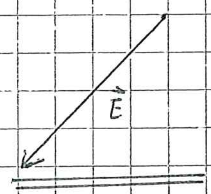
$$= \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = \underline{\underline{R}}$$

8) Elektrisk felt fra punktladninger!



Det elektriske feltet fra hver positive punktladning peker ~~radielt~~ radielt ut fra punktladningene.
Det elektriske feltet i punktet P er vektorsummen av E-feltbidragene fra hver av punktladningene.





9) Ladd partikkel i magnetfelt, sirkelbevegelse!

Når noe beveger seg i en sirkelbane med konstant banefart, kan vi si at kraftsummen på dette "noe" er:

$$\sum F = m\frac{v^2}{r}$$

Hvilke krefter er det som virker på en ladd partikkel i bevegelse gjennom et magnetfelt? Jo, én kraft:

$$F_B = qvB \quad \left(\text{så lenge } \vec{v} \perp \vec{B}\right)$$

$$\Rightarrow \quad qvB = m\frac{v^2}{r_1}$$

$$r_1 = \frac{mv^2}{qvB}$$

$$r_1 = \frac{mv}{qB}$$

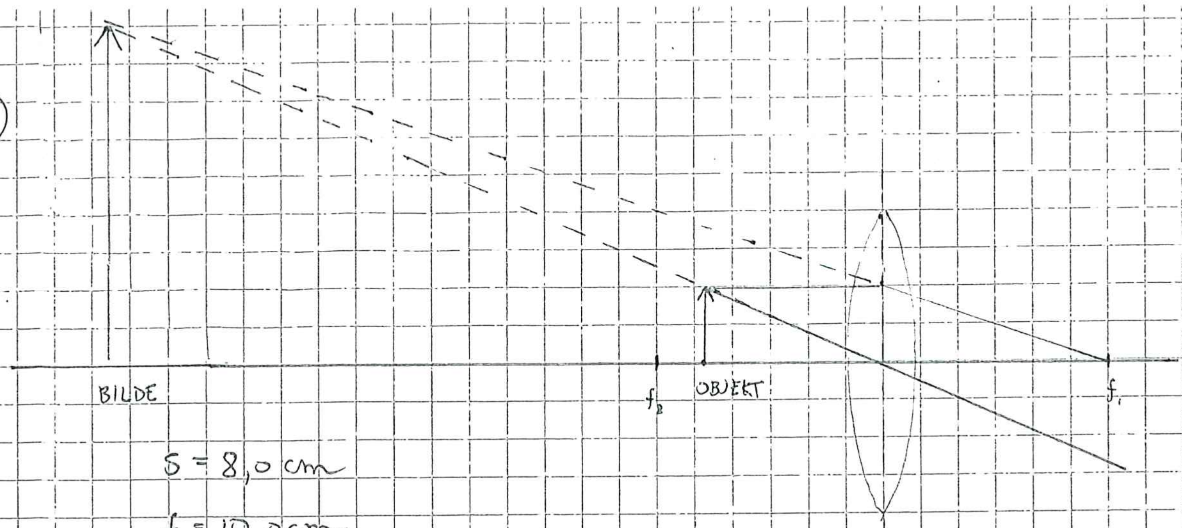
For en partikkel med masse $4m$ og ladning $2q$ med samme banefart v blir baneradien r_2:

$$r_2 = \frac{4mv}{2qB}$$

$$= 2r_1$$

$$\underline{\underline{= 2r}}$$

10)



$s = 8{,}0$ cm

$f = 10{,}0$ cm

$s' = ?$

Figuren indikerer hvor bildet oppstår og hvordan det ser ut (rettvendt eller omvendt).

Tynnlinseformelen gir oss følgende for bildeavstanden s':

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$s' = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{s}\right)^{-1}$$

$$s' = \frac{sf}{s-f}$$

$$s' = \frac{8{,}0\,\text{cm} \cdot 10{,}0\,\text{cm}}{8{,}0\,\text{cm} - 10{,}0\,\text{cm}}$$

$$s' = \underline{\underline{-40{,}0\,\text{cm}}}$$

Bildet oppstår 40,0 cm til venstre for linsa.

Forstørringen: $m = \frac{-s'}{s} = \frac{-(-40{,}0\,\text{cm})}{8{,}0\,\text{cm}} = \underline{\underline{5{,}0}}$

Bildet er fem ganger så stort som objektet, og rettvendt

11) Atomenes diskrete energitilstander!

Elektromagnetisk stråling og materie vekselvirker, men kun dersom strålingen har "riktig" energi.

Ifølge Bohrs atommodell vil et hydrogenatom eksiteres dersom fotonenergien tilsvarer energidifferansen mellom to energitilstander:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \qquad 1)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{hc}{\lambda} = \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \cdot 13{,}6\,eV \quad , \quad n > m$$

Her er $m = 1$, og vi setter $13{,}6\,eV = B$

~~Dermed~~:
$$\frac{hc}{\lambda} = B\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \qquad 2)$$

Vi kan løse dette på flere måter:

- Regne ut energidifferansen ΔE mellom grunntilstanden ($n = 1$) og en rekke eksiterte tilstander ($n = 2, 3, 4, \ldots$), og deretter sjekke om én eller flere av disse energidifferansene passer med energien til noen av fotonene i oppgaven.

Her vises en alternativ framgangsmåte: Jeg løser 2) mht n og setter inn de ulike bølgelengdene. Dersom n blir et heltall, vil den tilhørende bølgelengden være i stand til å eksitere atomet fra grunntilstanden:

$$\frac{hc}{\lambda} = B\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad n = \sqrt{\frac{B \cdot \lambda}{B \cdot \lambda - hc}}$$

$\lambda_I = 97{,}5\,nm$ gir $n = 4{,}00$

$\lambda_{II} = 99{,}7\,nm$ gir $n = 3{,}46$

$\lambda_{III} = 102{,}8\,nm$ gir $n = 3{,}00$

$\lambda_{IV} = 110{,}2\,nm$ gir $n = 2{,}42$

Vi ser at kun $\underline{\lambda_I \text{ og } \lambda_{III}}$ er i stand til å eksitere hydrogenatomet fra grunntilstanden.

12) Massesvinn og energi!

$$^{239}_{94}Pu \rightarrow ^{235}_{92}U + ^{4}_{2}He$$

Energien som frigjøres i en slik prosess kommer av at det tilsynelatende forsvinner noe masse i denne reaksjonen.

For å regne ut denne frigjorte energien må vi derfor finne massesvinnet (med negativt fortegn):

$$1) \quad \Delta E = -\Delta m c^2 \quad , \text{hvor } -\Delta m = m_{FØR} - m_{ETTER}$$

Vi ønsker å få svaret ut i MeV (og ikke J), da kan vi omgjøre 1) bittelitt:

$$2) \quad \Delta E = -\Delta m \cdot \frac{931{,}5 \text{ MeV}}{u} \quad , \text{gitt at } [\Delta m] = u$$

$$-\Delta m = 239{,}052157u - (235{,}043924u + 4{,}002602u)$$

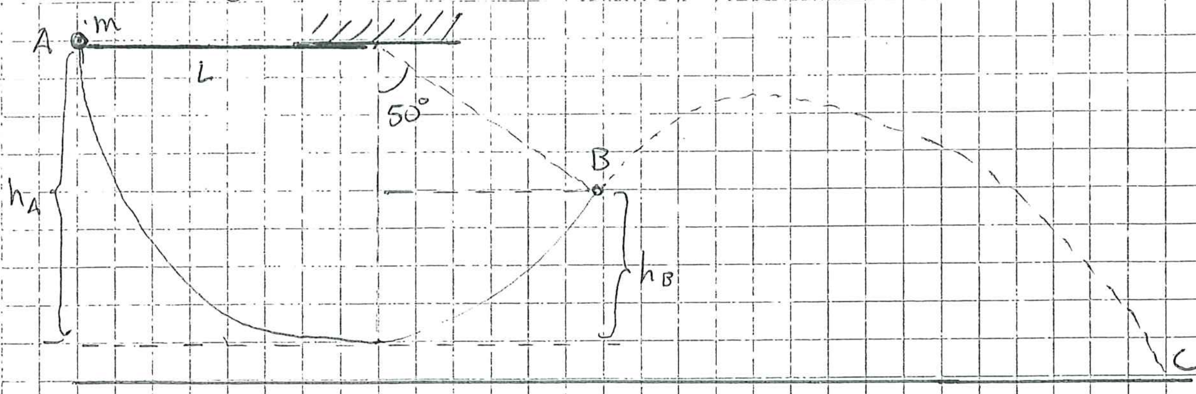
$$= 5{,}631 \cdot 10^{-3} u$$

$$2) \quad \Delta E = 5{,}631 \cdot 10^{-3} u \cdot \frac{931{,}5 \text{ MeV}}{u}$$

$$= \underline{\underline{5{,}25 \text{ MeV}}}$$

13) Energibevaring og bevegelse!

a)



$m = 3{,}1\,kg$

$L = 4{,}2\,m$

$\alpha = 50°$

$h_A = L$

$h_B = L(1-\cos\alpha)$

Det er kun tyngdekraften som gjør et arbeid på legemet. Den mekaniske energien til legemet er bevart!

$$E_B = E_A$$

$$K_B + U_B = K_A + U_A \,, \quad K_A = 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 + \cancel{m}gh_B = \cancel{m}gh_A$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 = g(h_A - h_B)$$

$$v_B^2 = 2g(h_A - h_B)$$

$$v_B = \sqrt{2g(h_A - h_B)}$$

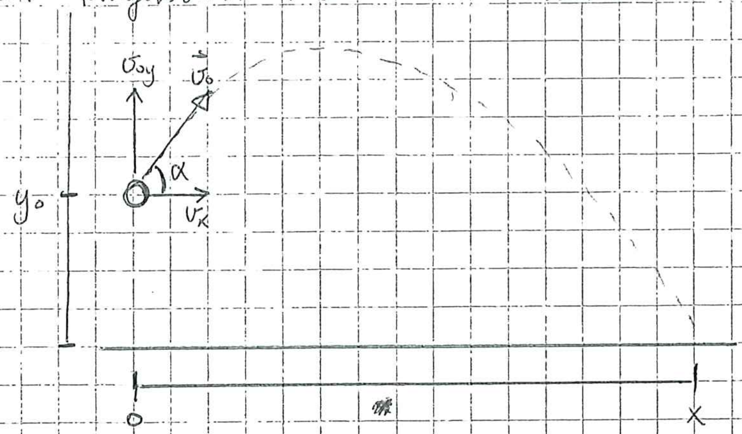
$$v_B = \sqrt{2g(L - L(1-\cos\alpha))}$$

$$v_B = \sqrt{2gL\cos\alpha}$$

$$= \sqrt{2\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot 4{,}2\,m\cdot\cos 50°}$$

$$v_B = 7{,}2779\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{7{,}3\,\frac{m}{s}}}$$

13b) Akkurat idet snora ryker, har legemet en hastighet som peker tangensielt med sirkelbanen:



$\alpha = 50^\circ$

$y_0 = 1{,}3\ m$

$v_x = v_0 \cos\alpha$

$v_{0y} = v_0 \sin\alpha$

Ingen akselerasjon i x-retning:

1) $x = v_x t$

Vi må finne ut hvor lang tid legemet er i lufta!

y-retning:

2) $y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a t^2$, $y = 0$, $y_0 = 1{,}3\ m$, $a = -g$

$\Rightarrow \quad 0 = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$

Andregradslikningen må så løse:

$t = 1{,}335\ s \quad \vee \quad t = -0{,}198\ s$

Setter det positive svaret inn i 1):

$x = v_0 \cos\alpha \cdot t$

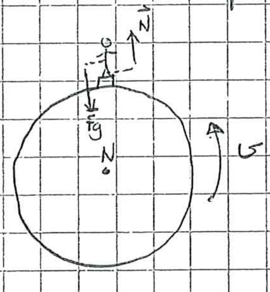
$= 7{,}3\ \frac{m}{s} \cdot \cos 50^\circ \cdot 1{,}335\ s$

$= \underline{\underline{6{,}3\ m}}$

14) Krefter, gravitasjon og jordrotasjon!

a) Det første vi må ha klart for oss, er at en badevekt ikke måler massen vår – den måler normalkraften N som virker fra overflaten av badevekten på oss (eller rettere sagt, motkraften til normalkraften, som virker fra oss på badevekten). Til daglig utgjør dette imidlertid ikke noe nevneverdig – tyngdekraften fra jordens indre på oss er i tallverdi for alle praktiske formål lik motkraften til normalkraften fra badevekten på oss.

Men – hvis vi står på ekvator blir det likevel en bitte liten forskjell!



$$1) \quad \Sigma F = F_g - N = m\frac{v^2}{r}$$

Tyngdekraften avhenger kun av massen til jorden og vår avstand fra ~~jordas~~ jordsentrum.

Vi leter etter en tallverdi for N:

$$1) \quad N = F_g - m\frac{v^2}{r}$$

$$= m\left(g - \frac{v^2}{r}\right)$$

Banefarten til jordoverflaten ved ekvator: $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$\Rightarrow N = m\left(g - \frac{4\pi^2 r^2}{r T^2}\right)$$

$$N = m\left(g - \frac{4\pi^2 r}{T^2}\right)$$

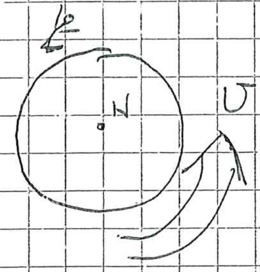
$$N = 65{,}0\,\text{kg}\cdot\left(9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} - \frac{4\cdot\pi^2\cdot 6371\cdot 10^3\,\text{m}}{(24\cdot 60\cdot 60\,\text{s})^2}\right)$$

$$\underline{\underline{N = 635\,\text{N}}}$$

Altså omtrent 3 N mindre enn i Trondheim.

14 b) Nå blir vi vektløse. Vi leter altså etter omløpstiden til jorda, dersom den hadde vært så kort (mao en høy(!) omløpsfart) at vi hadde lettet fra bakken. I et slikt scenario vil normalkraften N fra underlaget på oss (og dermed motkraften N' fra oss på underlaget) gå mot 0:

$$\Sigma F = F_g - N = m\frac{v^2}{r} \quad , \quad N \to 0$$



$$\Rightarrow \quad F_g = m\frac{v^2}{r}$$

$$\cancel{m}g = \cancel{m}\frac{v^2}{r} \quad , \quad v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$g = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r}{g}$$

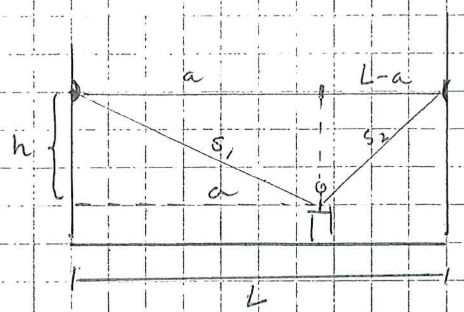
$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r}{g}}$$

$$T = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 6371 \cdot 10^3\ m}{9{,}81\ m/s^2}}$$

$$T = \underline{\underline{5063\ s}}$$

$$= \underline{\underline{84\ min}}$$

15) Interferens!



$L = 10{,}00\ m$

$a = 6{,}508\ m$

$h = 3{,}00\ m$

$f = 2{,}4 \cdot 10^9\ Hz$

Dersom de to ruterne sender ut sine signaler i fase med samme frekvens, vil betingelsen for om studenten opplever stabilt nett være at forskjellen i veilengde $(s_1 - s_2)$ utgjør <u>et helt antall</u> bølgelengder. Hvis ikke er sannsynligheten til stede for at nettet vil oppleves ~~et~~ ustabilt fra der studenten befinner seg.

Med andre ord: $\Delta s = n\lambda = n \cdot \frac{c}{f}$ 1)

Hvis n er et positivt heltall → konstruktiv interferens og dermed et sterkt signal

Hvis n er $X{,}5$ betyr det at signalene fra ruterne møtes i motfase → destruktiv interferens og dermed svakt signal eller ikke noe signal.

1) $n = \frac{f}{c} \cdot \Delta s$

Vi må finne veiforskjellen Δs:

s_1: Pytagoras gir oss $s_1 = \sqrt{a^2 + h^2} = 7{,}166\ m$

$s_2 = \sqrt{(L-a)^2 + h^2} = 4{,}6037\ m$

$\Delta s = 2{,}562\ m$

Vi finner dermed n: $n = \frac{2{,}4 \cdot 10^9\ Hz}{3{,}0 \cdot 10^8\ \frac{m}{s}} \cdot 2{,}562\ m$

$\underline{n = 20{,}5}$

Signalene fra ruterne vil møtes i motfase der studenten sitter, og vedkommende vil oppleve en ustabil nettilgang.