Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk

KONTINUASJONSEKSAMEN I EMNE TFY4145 MEKANISK FYSIKK

Eksamensdato: Torsdag 16. august 2007
Eksamenstid: 09:00 - 13:00

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk, Arne Mikkelsen, tlf. 7359 3433
Studiepoeng: 7,5
Tillatte hjelpemidler (kode C):
Bestemt enkel godkjent kalkulator
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
C.Angell og B.E.Lian: Fysiske størrelser og enheter.
Vedlagt formelark(VEDLEGG C)

Sensurdato: Innen 6. september 2007.

Eksamenspapirene består av:

1. Førstesida (denne sida) med generell informasjon
2. En oppgave med flervalgsspørsmål, Oppgave 1 (VEDLEGG A)
3. "Tradisjonelle oppgaver", Oppgaver 2-4 (VEDLEGG B)
4. Formelark med aktuelle formler og konstanter (VEDLEGG C)

Prosenttallene i parentes gitt ved hver oppgave angir hvor mye den i utgangspunktet vektlegges ved bedømmelsen. I de fleste tilfeller er det fullt mulig å løse etterfølgende punkter selv om et punkt foran skulle være ubesvart.

Noen generelle merknader:
- Symboler er angitt i kursiv (f.eks. m for masse), mens enheter angis uten kursiv (f.eks. m for meter)
- $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y- og z-retning.

I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E eller du kan svare blankt. Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.

Svar på flervalgsspørsmål i VEDLEGG A skriver du på første innleveringsark i en tabell liknende dette:

	a	b	c	d	e	f	g
Svar:							

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 23%)

a. Ei kule med masse 12 g skytes horisontalt inn i en fastmontert treblokk, og inntrengningsdybden blir 5,2 cm. Hastigheten til kula like før kollisjonen er 640 m/s. Den gjennomsnittlige nedbremsingskraften fra treblokken på kula var:
A) $4,7 \cdot 10^4$ N
B) 74 N
C) $4,7 \cdot 10^6$ N
D) Ikke mulig å bestemme, siden massen til treblokken er ukjent
E) Ingen av svarene A-D er riktige.

b. En rektangulær kloss på 50 kg ligger i ro på et horisontalt underlag. Statisk friksjonskoeffisient er $\mu_s = 0,50$, kinematisk friksjonskoeffisient er $\mu_k = 0,35$. En horisontal kraft på 200 N blir påsatt klossen. Anta $g = 10,0\,\mathrm{m/s^2}$. Hvilken av de følgende påstander er rett om klossens bevegelse?
A) Klossen forblir i ro.
B) Klossen beveger seg med konstant hastighet i kraftens retning.
C) Klossen akselererer i kraftens retning.
D) Klossen akselereres for så etterpå å falle til ro.
E) Ingen entydig konklusjon kan trekkes om klossens bevegelser fra de gitte informasjoner.

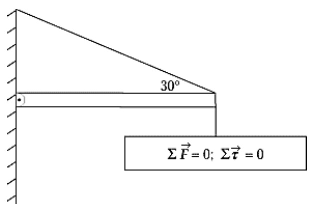
c. En kommunikasjonssatellitt som kretser i en geosirkulær bane rundt jorda over ekvator, vil pga. gravitasjonstiltrekningen til jorda påføres et kraftmoment

A) retta mot jorda.
B) retta parallelt med jordas akse og mot nordpolen.
C) retta parallelt med jordas akse og mot sørpolen.
D) retta mot satellitten.
E) lik null.

d. To massive baller (en stor og en liten) og en sylinder ruller ned et skråplan uten rullemotstand. Hvilken har den største farten ved bunnen av skråplanet og hvilken har den minste?
A) Den lille ballen har størst, den store ballen har minst
B) Sylinderen har størst, den lille ballen har minst
C) Sylinderen har størst, de to ballene har den samme (og mindre) fart
D) Begge ballene har samme største fart, sylinderen har mindre
E) Det mangler opplysninger til å gi entydig svar

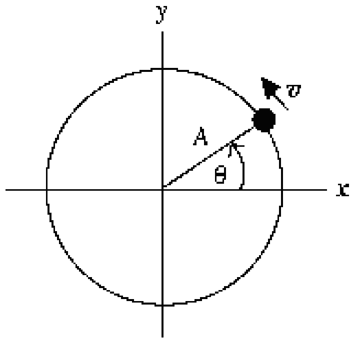
e. Den horisontale bjelken som holder oppe skiltet har jamn tykkelse og har vekt 50 N. Skiltet har vekt 150 N. Strekket i det skrå opphengingstauet er lik

A) $\approx$ 350 N
B) $\approx$ 303 N
C) $\approx$ 25 N
D) $\approx$ 550 N
E) Ingen av disse er rett



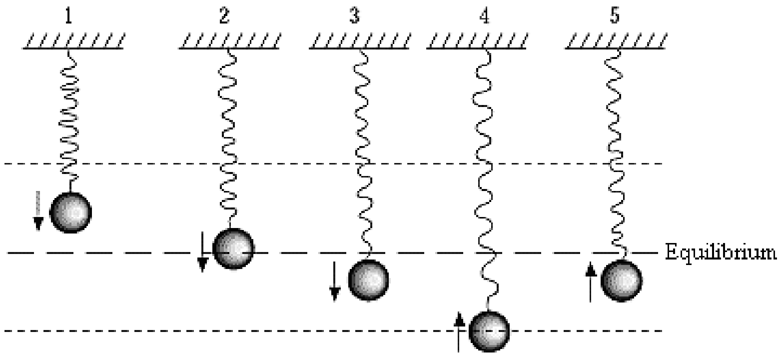
f. Objektet i diagrammet utfører en sirkulær bevegelse. Posisjonen ved tid $t = 0$ var $(r, \theta) = (A, 0)$. Frekvensen er f i Hz. Da er y-komponenten til objektets bevegelse gitt av

A) $y = y_0 + v_0 y t + \frac{1}{2} a t^2$
B) $y = A \cos(2\pi f t)$
C) $y = A \sin(f t)$
D) $y = A \sin(2\pi f t)$
E) $y = A \cos(f t)$



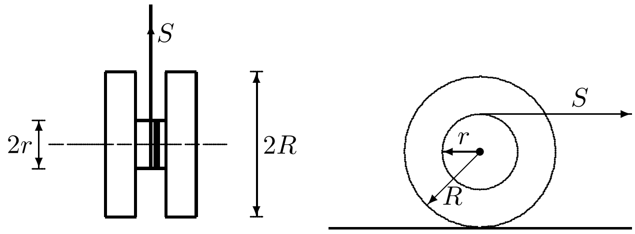
g. Ei kule er festa i ei masseløs fjær og svinger som en udempa harmonisk oscillator om en likevektsposisjon vist med den lang-stiplede linja i figuren. I hvilken av posisjonene 1 - 5 har kula minst akselerasjon (i absoluttverdi)?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



Oppgave 2. (teller 22%)

Ei snelle består av en liten sylinder med radius r påfestet to større sylindre, som vist i figuren. De store sylindrene har radius R og samlet masse M. Massen til den lille sylinderen er så liten at du kan se bort fra den. En masseløs snor er rullet opp på den lille sylinderen og en kraft S virker i horisontalretningen. Snella kan rulle på et horisontalt underlag uten å skli.

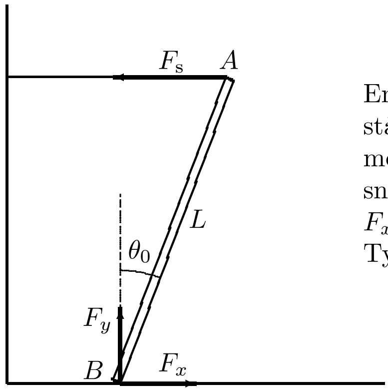


a. Sett opp Newtons lover for translasjon og rotasjon av sylinderen. Sett også opp sammenhengen mellom translasjonsakselerasjon a og vinkelakselerasjon α.

b. Finn akselerasjonen a til sylinderens massesenter, uttrykt ved S, M, R og r.

c. Finn friksjonskrafta F_{f} mellom legemet og underlaget, uttrykt ved S, R og r.

Oppgave 3. (teller 30%)



En rett, homogen stang AB har masse M og lengde L. Stangen står på et plant, horisontalt underlag og danner vinkelen $\theta = \theta_0$ med vertikalretningen. Stangen holdes i ro med ei horisontal snor som er festa i enden A, som vist i figuren. Friksjonskrafta F_x i B er stor nok til å hindre at stangen glir mot underlaget. Tyngdens akselerasjon er g.

a. Finn snorkrafta F_{s} og kraftkomponentene F_x og F_y uttrykt med M, g og θ_0.

b. Hvor stor må den statiske friksjonskoeffisienten μ_{s} minst være for at stangen ikke skal gli mot underlaget når $\theta_0 = 30°$?

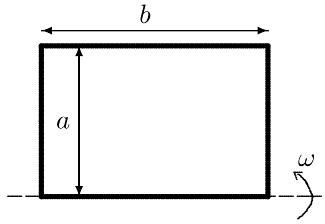
På et gitt tidspunkt kuttes snora. Stangen faller deretter uten begynnelseshastighet idet den roterer fritt om endepunktet B. Friksjonen er stor nok til at endepunktet B ikke glir.

c. Finn uttrykk for stangens treghetsmoment for rotasjon om punkt B.

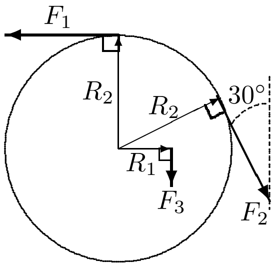
d. Bruk Newtons 2. lov for rotasjon (spinnsatsen) til å bestemme stangens vinkelakselerasjon $\alpha = \dot{\omega}$ om punkt B når stangen danner vinkelen $\theta \geq \theta_0$ med vertikalretningen. Bruk deretter energibetraktning til å finne vinkelhastigheten $\omega = \dot{\theta}$ ved samme vinkel.
Tips: Kinetisk energi utgjøres kun av rotasjonsenergi om B.

e. Finn kraftkomponentene F_x og F_y umiddelbart etter at snora er kuttet ved $\theta_0 = 30°$. Er betingelsen på μ_{s} funnet i pkt. a) tilstrekkelig for at stangen ikke skal begynne å gli umiddelbart etter at snora er kuttet? Svaret må begrunnes.

Oppgave 4. **(teller 25%)**



a. Finn ved integrasjon treghetsmomentet til en tynn rektangulær plate med sidekanter a og b ved rotasjon om en av sidekantene b (se figur). Massen er $M = 10$ kg og er jamt fordelt over plata. Sidekantene har lengder $a = 0{,}10$ m og $b = 0{,}20$ m. Finn både et uttrykk og numerisk verdi for treghetsmomentet.



b. En massiv sylinder med radius $R_2 = 11{,}8$ cm har en masse $m = 1{,}92$ kg og roterer om symmetriaksen. Krefter virker som vist i figuren. Følgende tallverdier er gitt: $F_1 = 5{,}88$ N, $F_2 = 4{,}13$ N, $F_3 = 2{,}12$ N, $R_1 = 4{,}93$ cm og $R_2 = 11{,}8$ cm.

Finn størrelsen og retningen til sylinderens vinkelakselerasjonsvektor.

c En satelitt med masse m går i en stabil sirkulær bane med radius R rundt en planet med masse M. Den universelle gravitasjonskonstanten er G og gravitasjonens potensielle energi har referanse (er lik null) i uendelig stor avstand.

Finn forholdet mellom satelittens potensielle energi og dens kinetiske energi.

FORMELARK.
Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene. I tillegg finnes en mengde definisjoner og formler i Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$g = 9,81\,\mathrm{m/s^2}$ Resten av konstantene hentes fra Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$\vec{F}(\vec{r},t) = \dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$, der $\vec{p}(\vec{r},t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}}$

Konstant a: $v = v_0 + at \qquad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad v^2 - v_0^2 = 2as$

Arbeid $\mathrm{d}W = \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$ Kinetisk energi $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}mv^2$

$E_\mathrm{p}(\vec{r})$ = potensiell energi (f.eks. tyngde: mgh, fjær: $\frac{1}{2}kx^2$) Konservativ kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_\mathrm{p}(\vec{r})$

$|F_\mathrm{f}| \leq \mu_\mathrm{s}\cdot F_\perp \quad |F_\mathrm{f}| = \mu_\mathrm{k}\cdot F_\perp$ Luftmotstand o.l.: $\vec{F}_\mathrm{f} = -k_\mathrm{f}\vec{v}$

Massefellespunkt: $\vec{r}_\mathrm{M} = \dfrac{1}{M}\sum_i \vec{r}_i m_i \rightarrow \dfrac{1}{M}\int \vec{r}\cdot \mathrm{d}m$

$v = r\omega$ Sentripetalaksel. $a_\mathrm{c} = -v\omega = -\dfrac{v^2}{r} = -\omega^2 r$ Baneaksel. $a_\mathrm{t} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\,\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$

Kraftmoment $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$ Statisk likevekt: $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma\vec{\tau}_i = \vec{0}$

Spinn (dreieimpuls) $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} \qquad \vec{\tau} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{L}$ Stive legemer: $\vec{L} = I\cdot\vec{\omega} \qquad \vec{\tau} = I\cdot\dfrac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}$

Kinetisk energi $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}I\,\omega^2$ der treghetsmoment $I = \sum_i m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 \mathrm{d}m$

Massiv kule: $I = \frac{2}{5}MR^2$ Ring: $I = MR^2$ Sylinder/skive: $I = \frac{1}{2}MR^2$ Kuleskall: $I = \frac{2}{3}MR^2$

Lang, tynn stav: $I = \frac{1}{12}M\ell^2$ Parallellakseteoremet: $I = I_\mathrm{cm} + Mh^2$

Gravitasjon: $\vec{F}(\vec{r}) = -G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r} \qquad E_\mathrm{p}(r) = -G\dfrac{M}{r}\cdot m$

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad T = \dfrac{2\pi}{\omega_0} \qquad f_0 = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$ Fjærpendel: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Tyngdependel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2\sin\theta = 0$, der $\sin\theta \approx \theta$ Fysisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mgd}{I}}$ Matematisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

Rakettlikningen: $\vec{F}_\mathrm{Y} + \vec{v}_\mathrm{rel}\cdot\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = m\,\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$