Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk

BOKMÅL
Oppgaver og formler på 5 vedleggsider

EKSAMEN I
TFY4145 MEKANISK FYSIKK OG
FY1001 MEKANISK FYSIKK

Eksamensdato: Tirsdag 11. desember 2007
Eksamenstid: 09:00 - 13:00

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk, Arne Mikkelsen, tlf. 7359 3433
Studiepoeng: 7,5
Tillatte hjelpemidler (kode C):
Bestemt enkel godkjent kalkulator
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
C.Angell og B.E.Lian: Fysiske størrelser og enheter.
Vedlagt formelark(VEDLEGG C)

Sensurdato: Innen 11. januar 2008.

Eksamenspapirene består av:

1. Førstesida (denne sida) med generell informasjon
2. En oppgave med flervalgsspørsmål, Oppgave 1 (VEDLEGG A)
3. "Tradisjonelle oppgaver", Oppgaver 2-4 (VEDLEGG B)
4. Formelark med aktuelle formler og konstanter (VEDLEGG C)

Prosenttallene i parentes gitt ved hver oppgave angir hvor mye den i utgangspunktet vektlegges ved bedømmelsen. I de fleste tilfeller er det fullt mulig å løse etterfølgende punkter selv om et punkt foran skulle være ubesvart.

Noen generelle merknader:
- Symboler er angitt i kursiv (f.eks. m for masse), mens enheter angis uten kursiv (f.eks. m for meter)
- $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y- og z-retning.

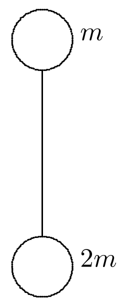
I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**

Svar på flervalgsspørsmål i VEDLEGG A skriver du på første innleveringsark i en tabell liknende dette:

Spørsmål:	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
Mitt svar:											

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 30%)

a. To kuler er forbundet med ei masselaus snor og slippes i luft der tyngdens akselerasjon er g. Kulene har samme volum og har lik overflate slik at luftmotstanden (i newton) er den samme for begge, men den nederste har masse $2m$ og den øverste m. Når hastigheten til kulene er konstant er snorkrafta

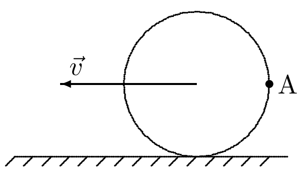


A) null
B) $\frac{1}{2}mg$
C) mg
D) $\frac{3}{2}mg$
E) $2mg$

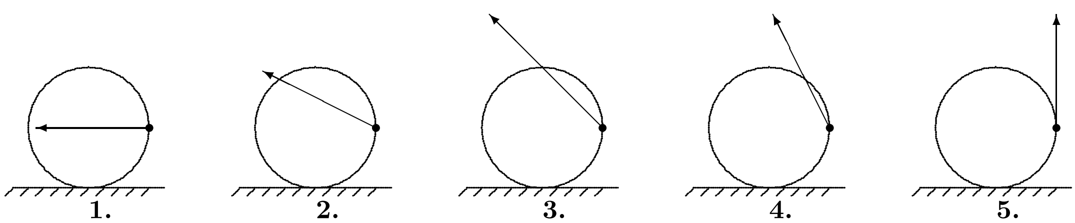
b. Den statiske friksjonskoeffisienten mellom en kloss på 10 kg og et plant underlag er 0,60, og den kinematiske friksjonskoeffisienten er 0,40. En horisontal kraft på 50 N virker på klossen. Anta $g = 10,0\,\mathrm{m/s^2}$. Friksjonskrafta på klossen har størrelse
A) 10 N
B) 40 N
C) 50 N
D) 60 N
E) Det er ikke nok opplysninger til å gi et entydig svar.

c. En partikkel med totalenergi E_{tot} beveger seg i én dimensjon i et område der potensiell energi er $E_{\text{p}}(x)$. Partikkelens akselerasjon må være lik null der
A) $\mathrm{d}E_{\text{p}}(x)/\mathrm{d}x = 0$
B) $\mathrm{d}^2E_{\text{p}}(x)/\mathrm{d}x^2 = 0$
C) $E_{\text{p}}(x) = E_{\text{tot}}$
D) $E_{\text{p}}(x) = 0$
E) $\mathrm{d}E_{\text{p}}(x)/\mathrm{d}x = \mathrm{d}E_{\text{tot}}(x)/\mathrm{d}x$

d. Et hjul med radius R ruller på flatt underlag mot venstre med hastighet v. Hvilken av figurene representerer riktig hastighetsvektor for et punkt A på hjulet?



A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



e. En partikkel beveger seg med konstant hastighet $\vec{v} \neq \vec{0}$. Spinnet for partikkelen om origo er
A) alltid lik null
B) lik null nøyaktig ved ett tidspunkt
C) lik null hvis partikkelbanen går gjennom origo
D) aldri lik null
E) lik null kun i det øyeblikket partikkelen passerer gjennom origo, hvis den passerer her.

f. En massiv sylinder med treghetsmoment I om massesenteret ruller ned et skråplan med en viss vinkel θ med horisontalplanet. Startfarten er null og etter en viss strekning har den fått vinkelhastighet ω. Hvis sylinderen ikke sklir, hvilken av følgende påstander er sann?

A) Fordi sylinderen ikke sklir, er det ingen friksjon.
B) Fordi sylinderen ikke sklir, kan bevegelsen betraktes som rein rotasjon om sylinderens massesenter.
C) Endringen i potensiell energi er lik $\frac{1}{2}I\omega^2$.
D) Akselerasjonen til massesenteret er proporsjonal med tyngdens akselerasjon g og $\sin\theta$.
E) Den eneste krafta som virker på sylinderen er tyngden.

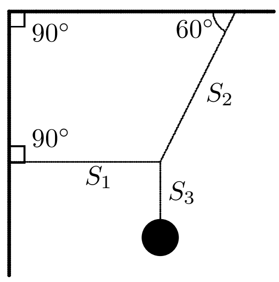
g. Ei jente sitter på en stol som kan rotere friksjonsfritt. Hun holder to like masser på armlengdes avstand og roterer med en viss vinkelhastighet ω. Hvis hun slipper de to massene uten å bevege armene, vil hennes vinkelhastighet
A) avta
B) forbli uendret
C) øke
D) øke like mye som massenes vinkelhastighet avtar
E) avta like mye som massenes vinkelhastighet øker

h. Gravitasjonens potensielle energi har referanse (er lik null) i uendelig stor avstand. Hvilken av de følgende påstander er rett for energien til en planet som går i en stabil sirkulær bane?

A) Den totale mekaniske energien til systemet er konstant og er negativ.
B) Den totale mekaniske energien til systemet er konstant og er positiv.
C) Den potensielle energien til systemet er lik den kinetiske energien men har motsatt fortegn.
D) Den potensielle energien til systemet minker når radien til banen øker.
E) Ingen av disse er riktige.

i. Ei tung kule er hengt opp med tre tau som vist. Snorkrafta i hvert tau er angitt med S_i. Hvilken av de følgende påstander er rett?

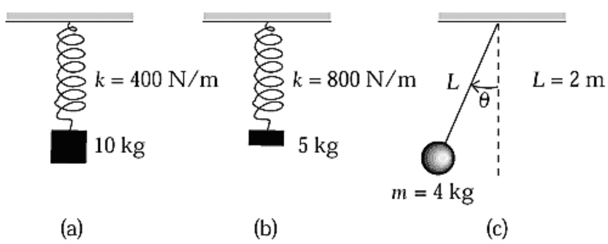
A) $S_1 > S_2 > S_3$
B) $S_2 > S_1 > S_3$
C) $S_2 > S_3 > S_1$
D) $S_3 > S_1 > S_2$
E) $S_1 > S_3$ og $S_2 > S_3$



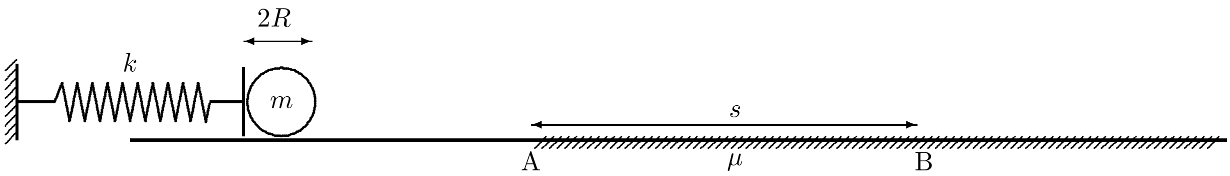
j. En masse er festet til ei masselaus fjær og svinger som en harmonisk oscillator med amplitude 4,00 cm. Når massen er 2,00 cm fra likevektsstillingen, hvor stor andel utgjør den potensielle energien av den totale energien?
A) 1/4
B) 1/3
C) 1/2
D) 2/3
E) 3/4

k. Rekkefølgen for *periodene (svingetidene)* til svingesystemene i figurene er, ordnet fra korteste periode til lengste periode:

A) a, b, c
B) b, a, c
C) c, b, a
D) c, a, b
E) a, c, b



Oppgave 2. Translasjon og rulling (teller 26%)



Ei kule med masse $m = 0{,}500$ kg og radius $R = 5,00$ cm settes i fart med ei spent fjær med fjærkonstant k. Fjæra er før utskytinga klemt sammen $b = 4{,}00$ cm fra likevektsstilling og dette gir etter utskytinga kula en fart $v = 1,40\,\mathrm{m/s}$ mot høyre. Bevegelsen er friksjonsfri og rein translatorisk (uten rulling) fram til punkt A.

a. Finn verdi for fjærkonstanten k.

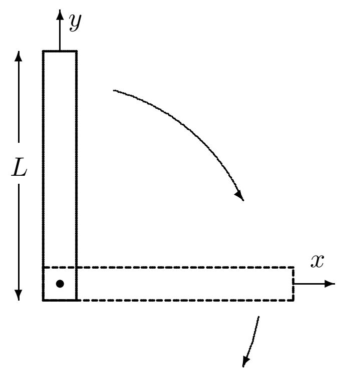
Ved punkt A skifter underlaget fra friksjonsfritt til et underlag med friksjonskoeffisient μ. (Du kan anta at kinematisk og statisk friksjonskoeffisient er like.) Når kula passerer punkt A vil den derfor gradvis rotere mer og mer (slure). Når den har nådd punkt B i friksjonsområdet, i avstand s fra A, er bevegelsen rein rulling. Translasjonshastigheten (lineær hastighet) er da redusert til $v_{\mathrm{B}} = \frac{5}{7}v_{\mathrm{A}} = 1,00$ m/s, der $v_{\mathrm{A}} = v$.

b. Ved rulling ved B har kula en rotasjonshastighet ω_{B}. Hva er sammenhengen mellom ω_{B} og v_{B}? Vis så at kulas kinetiske energi ved B kan uttrykkes $E_{\mathrm{k,B}} = \frac{7}{10}mv_{\mathrm{B}}^2$. Sett til slutt inn tallverdier og finn verdi for $E_{\mathrm{k,B}}$. OPPGITT: Kulas treghetsmoment er $\frac{2}{5}mR^2$.

c. Bruk friksjonskrafta og Newtons 2.lov til å finne uttrykk for translasjonsakselerasjonen, a, for kula når den er mellom A og B. Finn deretter verdi for friksjonskoeffisienten μ når strekningen mellom A og B er målt til $s = 0,326$ m. Du kan få bruk for en av likningene for konstant akselerasjon eller en energilikning.

d. Finn kulas vinkelakselerasjon α mellom A og B. Beregn deretter hvor mye (θ_{rot}) kula har rotert på strekningen s mellom A og B, gi svaret i radianer.

Oppgave 3. Fallende stang (teller 22%)



Svarene i denne oppgaven uttrykkes med de aktuelle symbol.

En uniform (jamntykk) og tynn stang har lengden L og massen M. Den er dreibar om en horisontal, friksjonslaus akse (z-aksen) som går gjennom den ene enden. Stanga frigjøres fra ro (gis et neglisjerbart puff) i sin vertikale posisjon, og den vil da falle ned med en rotasjonsbevegelse. Prinsippet er vist i figuren, men her er ikke akslingen helt på enden av stanga og stanga er ikke tynn.

a. Vis ved integrasjon at stangas treghetsmoment om aksen er $I = \dfrac{1}{3}ML^2$.

I det øyeblikket stanga er i *horisontal* posisjon:

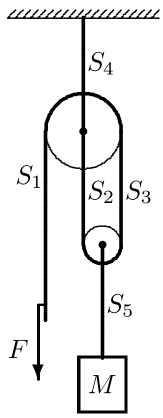
b. Bestem stangas vinkelfart ω.

c. Vis at størrelsen på stangas vinkelakselerasjon er gitt ved $\alpha = \dfrac{3}{2}\dfrac{g}{L}$.

d. Bestem x og y-komponentene av akselerasjonen til stangas massesenter.

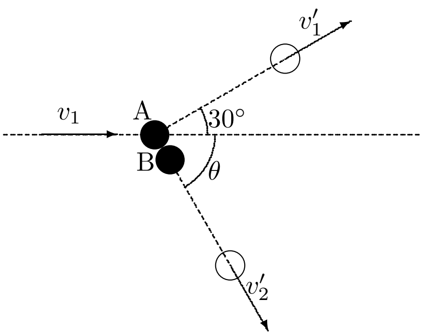
e. Bestem også komponentene av kraften som virker på stanga fra omdreiningsaksen.

<u>Oppgave 4.</u> Diverse (teller 22%)



<u>a.</u> Et legeme med masse M holdes oppe av en kraft F og et system av snorer og to trinser som vist i figuren. Trinsene er masselause og snorene løper friksjonsfritt over hver trinse.

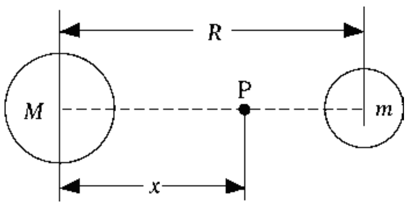
Tegn opp et frilegemediagram (kraftdiagram med alle krefter) for hver av trinsene og beregn alle snorkreftene S_1, S_2, S_3, S_4 og S_5 samt krafta F, alle uttrykt med tyngden Mg av legemet.



<u>b.</u> En biljardball A har fart $v_1 = 5{,}00$ m/s mot en annen biljardball B som ligger i ro. Ballene har samme masse m. Ballene treffer i et ikke-sentralt støt og etter støtet har ball A fart $v_1' = 4{,}33$ m/s i retning $30,0°$ med opprinnelig fartsretning.

Anta støtet er fullstendig elastisk, se bort fra friksjon og rotasjon av ballene og finn ball B sin hastighet (størrelse v_2' og retning θ) etter støtet.

<u>c.</u> To planeter har masser M og m med et forhold $M/m = 25$. Avstanden mellom planetene er R. Et legeme plassert ved et punkt P mellom planetene, som vist på figuren, utsettes for gravitasjonskrefter fra massen M og fra massen m som er like store i absoluttverdi. Beregn avstanden x fra M til P (senter-senter).



FORMELARK.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbols betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene. I tillegg finnes en mengde definisjoner og formler i Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$g = 9,81\,\mathrm{m/s^2}$ Resten av konstantene hentes fra Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$\vec{F}(\vec{r},t) = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$, der $\vec{p}(\vec{r},t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}}$

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ $\quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$ $\quad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a}\cdot(\vec{r} - \vec{r}_0)$

Konstant $\vec{\alpha}$: $\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\quad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\quad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\cdot(\theta - \theta_0)$

Arbeid $\mathrm{d}W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$ $\quad$ Kinetisk energi $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}mv^2$

$E_\mathrm{p}(\vec{r})$ = potensiell energi (f.eks. tyngde: mgh, fjær: $\frac{1}{2}kx^2$) $\quad$ Konservativ kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_\mathrm{p}(\vec{r})$

$|F_\mathrm{f}| \le \mu_\mathrm{s}\cdot F_\perp$ $\quad |F_\mathrm{f}| = \mu_\mathrm{k}\cdot F_\perp$ $\quad$ Luftmotstand o.l.: $\vec{F}_\mathrm{f} = -k_\mathrm{f}\vec{v}$

Massefellespunkt: $\vec{r}_\mathrm{cm} = \frac{1}{M}\sum_i \vec{r}_i m_i \to \frac{1}{M}\int \vec{r}\cdot\mathrm{d}m$

$v = r\omega$ $\quad$ Sentripetalaksel. $a_\mathrm{c} = -v\omega = -\frac{v^2}{r} = -\omega^2 r$ $\quad$ Baneaksel. $a_\mathrm{t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\,\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$

Kraftmoment $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$ $\quad$ Statisk likevekt: $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0}$ $\quad \Sigma\vec{\tau}_i = \vec{0}$

Spinn (dreieimpuls) $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$ $\quad \vec{\tau} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{L}$ $\quad$ Stive legemer: $\vec{L} = I\cdot\vec{\omega}$ $\quad \vec{\tau} = I\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}$

Kinetisk energi $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}I\,\omega^2$ $\quad$ der treghetsmoment $I = \sum_i m_i r_i^2 \to \int r^2\mathrm{d}m$

Massiv kule: $I_\mathrm{cm} = \frac{2}{5}MR^2$ $\quad$ Ring: $I_\mathrm{cm} = MR^2$ $\quad$ Sylinder/skive: $I_\mathrm{cm} = \frac{1}{2}MR^2$ $\quad$ Kuleskall: $I_\mathrm{cm} = \frac{2}{3}MR^2$

Lang, tynn stav: $I_\mathrm{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$ $\quad$ Parallellakseteoremet: $I = I_\mathrm{cm} + Md^2$

Gravitasjon: $\vec{F}(\vec{r}) = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r}$ $\quad E_\mathrm{p}(r) = -G\frac{M}{r}m$

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\quad T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ $\quad f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$ $\quad$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Tyngdependel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2\sin\theta = 0$, der $\sin\theta \approx \theta$ $\quad$ Fysisk: $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$ $\quad$ Matematisk: $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

Rakettlikningen: $\vec{F}_\mathrm{Y} + \vec{v}_\mathrm{rel}\cdot\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = m\,\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$