Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk

BOKMÅL

Eksamensteksten består av 6 sider inklusiv denne frontsida.

EKSAMEN I
TFY4145 MEKANISK FYSIKK OG
FY1001 MEKANISK FYSIKK

Eksamensdato: Torsdag 11. desember 2008
Eksamenstid: 09:00 - 13:00

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk, Arne Mikkelsen, tlf. 7359 3433 / 486 05 392
Studiepoeng: 7,5
Tillatte hjelpemidler (kode C):

Bestemt enkel godkjent kalkulator
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
C.Angell og B.E.Lian: Fysiske størrelser og enheter.
Vedlagt formelark (siste side)

Sensurdato: Innen 11. januar 2009.

Prosenttallene i parentes gitt ved hver oppgave angir hvor mye den i utgangspunktet vektlegges ved bedømmelsen. I de fleste tilfeller er det fullt mulig å løse etterfølgende punkter selv om et punkt foran skulle være ubesvart.

Noen generelle merknader:

- Symboler er angitt i kursiv (f.eks. m for masse), mens enheter angis uten kursiv (f.eks. m for meter)
- $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y- og z-retning.
- Ved tallsvar kreves både tall og enhet.

I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**

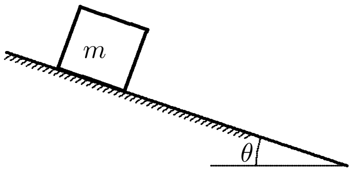
Svar på flervalgsspørsmål i Oppgave 1 skriver du på første innleveringsark i en tabell liknende dette:

Spørsmål:	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
Mitt svar:											

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 30%)

a. En rektangulær kloss med masse m ligger i ro på et skråplan som har vinkel θ med horisontalplanet. Vinkelen er mye mindre enn at klossen begynner å gli. Statisk friksjonskoeffisient er μ_s. Hvilken av de følgende påstander er rett om absoluttverdien av den statiske friksjonskrafta F_f?

A) $F_f = \mu_s mg$
B) $F_f = \mu_s mg \cos\theta$
C) $F_f = mg \cos\theta$
D) $F_f = mg \sin\theta$
E) Ingen av påstandene er rett.



b. En partikkel med totalenergi E_{tot} beveger seg i én dimensjon i et område der potensiell energi er $E_p(x)$. Partikkelens hastighet må være lik null der

A) $\mathrm{d}E_p(x)/\mathrm{d}x = 0$
B) $\mathrm{d}^2E_p(x)/\mathrm{d}x^2 = 0$
C) $E_p(x) = E_{tot}$
D) $E_p(x) = 0$
E) $\mathrm{d}E_p(x)/\mathrm{d}x = \mathrm{d}E_{tot}(x)/\mathrm{d}x$

c. Et legeme med masse M_1 beveger seg med fart v på et rett, horisontalt og friksjonsløst bord. Den kolliderer med et annet legeme med masse M_2 som ligger i ro på bordet. Etter kollisjonen fester de to legeme seg sammen, og hastigheten deres er da

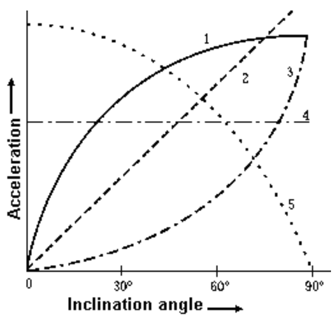
A) v
B) $v \cdot M_1$
C) $v \cdot \frac{M_1+M_2}{M_1}$
D) $v \cdot \frac{M_1}{M_1+M_2}$
E) $v \cdot \frac{M_1}{M_2}$

d. Treghetsmomentet for ei tynn stang med masse m og lengde L om en transversal akse (akse normalt på staven) gjennom stanga i avstand $\frac{1}{3}L$ fra den ene enden er

A) $(1/36)mL^2$
B) $(7/36)mL^2$
C) $(1/9)mL^2$
D) $(2/9)mL^2$
E) $(4/9)mL^2$

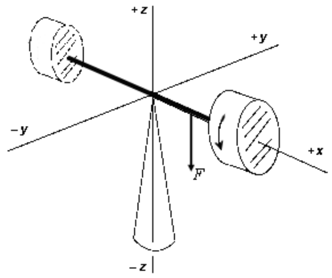
e. Et legeme ruller nedover et skråplan uten å skli og uten rullemotstand. Kurva som best representerer akselerasjonen til legemet som funksjon av skråplanets helningsvinkel ("inclination angle") er

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



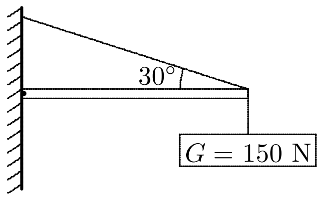
f. Et gyroskop består av et svinghjul og en motvekt som holder svinghjulet i balanse. Akslingen mellom svinghjulet og motvekten er langs x-aksen med svinghjulet på positiv akse og med rotasjon som vist i figuren. P.g.a. motvekten preseserer ikke systemet. Hvis du skyver med ei kraft F nedover (retning $-z$) på akslingen som svinghjulet er festet på, vil denne akslingen tendere til å tippe i retning (sett inn fra $+x$-aksen)

A) oppover ($+z$-retning)
B) til høyre ($+y$-retning)
C) nedover ($-z$-retning)
D) til venstre ($-y$-retning)
E) vil ikke bevege seg

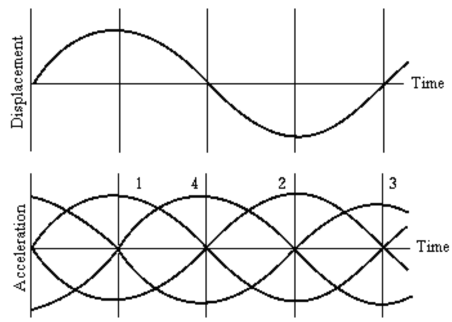


g. For et stivt legeme faller tyngdepunktet og massesenteret sammen dersom
A) legemet er i rotasjonslikevekt
B) legemet er i translasjonslikevekt
C) legemet er både i rotasjonslikevekt og i translasjonslikevekt
D) tyngdens akselerasjon er lik over hele legemet
E) enhver kraft som kan akselerere legemet er konstant

h. Den horisontale bjelken som holder oppe skiltet har neglisjerbar vekt i forhold til lasten som har vekt 150 N. Krafta på bjelken fra hengslingen ved veggen har størrelse
A) 300 N
B) 150 N
C) 173 N
D) 450 N
E) 260 N



i. Den øverste grafen viser endringen i posisjon (displacement) som funksjon av tida for en partikkel i harmonisk svingning. Hvilken av de nederste kurvene viser akselerasjonen som funksjon av tida for den samme partikkelen?
A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) Ingen av svarene ovenfor er korrekte



j. Akselerasjonen, a, til en partikkel som beveger seg i en harmonisk oscillasjon er gitt ved

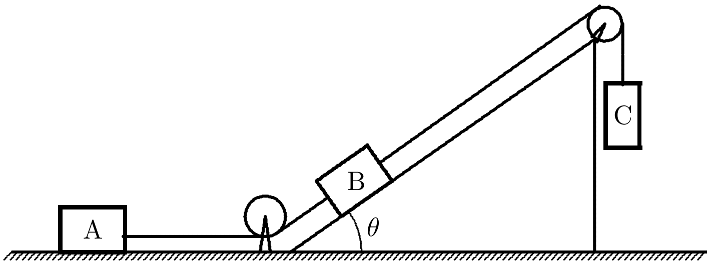
$$a = -16,0\,\mathrm{s}^{-2} \cdot x,$$

der x er posisjonen. Oscillasjonsbevegelsens periode (svingetid) er lik
A) 0,250 s
B) 0,392 s
C) 1,57 s
D) 4,00 s
E) 16,0 s

k. En masse er festa til ei masselaus fjær og svinger som en harmonisk oscillator med amplitude 4,00 cm. Når massen er 2,00 cm fra likevektsstillingen, hvor stor andel utgjør den potensielle energien av den totale energien?
A) 1/4
B) 1/3
C) 1/2
D) 2/3
E) 3/4

Oppgave 2. Skråplan (teller 20%)

Tre klosser A, B og C er plassert som vist i figuren. Bevegelsen til B foregår hele tida på skråplanet.



Klossene er forbundet med snorer som har neglisjerbare masser. Trinsene er masseløse og friksjonsløse. Klossene A og B har samme masse $m_{\mathrm{A}} = m_{\mathrm{B}} = 2,50$ kg, kloss C har masse m_{C}. Den kinematiske friksjonskoeffisienten mellom A og B og underlaget er for begge $\mu_{\mathrm{k}} = 0,350$. Skråplanet danner vinkelen $\theta = 36,9°$ med horisontalen.

Vekten til kloss C er valgt slik at systemet beveger seg med konstant hastighet med A mot høyre.

a. Tegn kraftdiagram som viser kreftene som virker på hver av klossene A, B og C med symbol S_1 og S_2 for snorkrefter og ellers høvelige valgt symbol. La kraftvektor starte ved kraftas angrepspunkt.

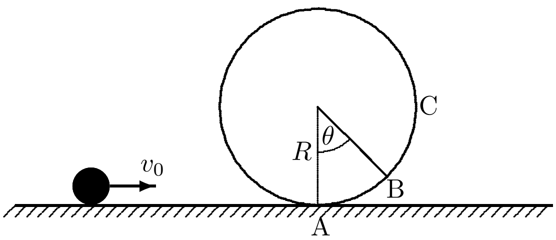
b. Finn verdien av snordraget, S_1, for snora som forbinder klossene A og B.

c. Hva er massen m_{C} til kloss C?

Snora mellom A og B kuttes.

d. Hvor stor blir akselerasjonen, a, til kloss C? (Har du ikke funnet verdi for m_{C} så finn et bokstavuttrykk for a.)

Oppgave 3. Loop (teller 25%)



Ei massiv kule med radius $r = 4,00$ cm og masse $m = 150$ g ruller med hastighet $v_0 = 3,00$ m/s på et horisontalt underlag inn mot en "loop" med radius $R = 24,0$ cm. Hastigheten er stor nok til at kula ruller gjennom hele loopen én gang uten å miste kontakten med underlaget, for så å fortsette på horisontalt underlag. Det er ingen friksjonstap under rullingen. Treghetsmoment for ei kule er $\frac{2}{5}mr^2$.

a. Vis at kulas kinetiske energi kan uttrykkes $E_{\mathrm{k}} = \dfrac{7}{10}mv^2$ når kulas (translasjons)hastighet er v.

b. Benytt at kulas mekaniske energi i tyngdefeltet er konstant til å bestemme verdi for hastigheten v_{C} i posisjon C i loopen (ved $\theta = 90°$).
TIPS: Kulas utstrekning kan ikke neglisjeres. Innfør gjerne størrelsen $R^* = R - r$.

c. Under bevegelsen i loopen fra A til C vil statisk friksjon mellom kule og loop være viktig. Vis i en figur hvilken retning friksjonskrafta F_{f} vil virke på kula. Sett også opp sammenhengen mellom F_{f} og kulas vinkelakselerasjon α.

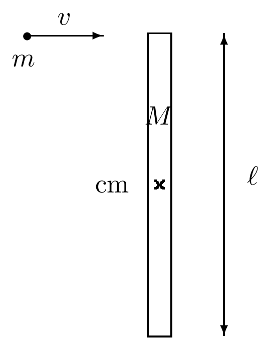
d. Vis at lineær akselerasjon for kula når den er i posisjon B (ved vinkel θ) kan uttrykkes $a = -\frac{5}{7}g\sin\theta$.

e. Finn verdi av nødvendig friksjonskraft F_{f} i posisjon C.

f. Det oppgis at friksjonskoeffisienten mellom kule og underlag er $\mu_{\mathrm{s}} = 0,200$. Vil rullebetingelsen være oppfylt (ingen sluring) i posisjon C? Svaret må begrunnes/beregnes.

Oppgave 4. (teller 25%)

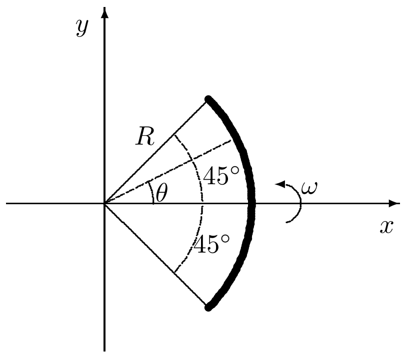
a. Kollisjon.



En tynn stav med lengde ℓ, masse M og treghetsmoment $I = \frac{1}{12}M\ell^2$ ligger på ei friksjonsfri horisontal flate (papirplanet). Et prosjektil med masse $m \ll M$ skytes inn mot staven med stor fart v i retning 90° på staven som vist i figuren. Prosjektilet treffer staven i enden ($\ell/2$ fra massesenteret cm) og setter seg fast i staven. Staven vil etter kollisjonen få en kombinert translasjons- og rotasjonsbevegelse, der massesenterets translasjonsfart angis med v' og stavens vinkelhastighet om massesenteret med ω'. Merk at staven ikke er hengslet i noe punkt.

Sett opp total bevegelsesmengde før (p) og etter (p') kollisjonen og totalt spinn om massesenter cm før (L) og etter (L') kollisjonen. Finn fra dette uttrykk for forholdet v'/ω'. Du kan se bort fra spinnet til m etter kollisjonen.

b. Treghetsmoment.



En jamntykk bøyle utgjør 1/4 (90°) av en sirkel og er plassert symmetrisk om x-aksen, med sirkelsentrum i origo, som vist i figuren. Bøylen er svært tynn og sirkelradien er R. Finn ved integrasjon bøylens treghetsmoment I ved rotasjon om x-aksen. Uttrykk I med ringens radius R og masse m.

Oppgitt: $\int \sin^2\theta \, d\theta = \frac{1}{2}\theta - \frac{1}{4}\sin 2\theta$.

c. Gravitasjon.

En satelitt går i en sirkulær bane 390 km over jordoverflata. Finn hastigheten til satelitten (i forhold til ei tenkt ikke-roterende jord) og finn omløpstida. Det er oppgitt at jordradien er $R = 6,38 \cdot 10^3$ km og at tyngdens akselerasjon ved jordoverflata er 9,81 m/s^2, mens jordas masse og gravitasjonskonstanten skal regnes som ukjent.

FORMELARK.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbols betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene. I tillegg finnes en mengde definisjoner og formler i Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$g = 9,81\,\mathrm{m/s^2}$ Resten av konstantene hentes fra Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$\vec{F}(\vec{r},t) = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$, der $\vec{p}(\vec{r},t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}}$

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \quad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a}\cdot(\vec{r}-\vec{r}_0)$

Konstant $\vec{\alpha}$: $\omega = \omega_0 + \alpha t \quad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\cdot(\theta-\theta_0)$

Arbeid $\mathrm{d}W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$ Kinetisk energi $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}mv^2$

$E_\mathrm{p}(\vec{r})$ = potensiell energi (f.eks. tyngde: mgh, fjær: $\frac{1}{2}kx^2$) Konservativ kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_\mathrm{p}(\vec{r})$

$|F_\mathrm{f}| \le \mu_\mathrm{s}\cdot F_\perp \quad |F_\mathrm{f}| = \mu_\mathrm{k}\cdot F_\perp$ Luftmotstand o.l.: $\vec{F}_\mathrm{f} = -k_\mathrm{f}\vec{v}$

Massefellespunkt: $\vec{r}_\mathrm{cm} = \frac{1}{M}\sum_i \vec{r}_i m_i \to \frac{1}{M}\int \vec{r}\cdot\mathrm{d}m$

$v = r\omega$ Sentripetalaksel. $a_\mathrm{c} = -v\omega = -\frac{v^2}{r} = -\omega^2 r$ Baneaksel. $a_\mathrm{t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$

Kraftmoment $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$ Statisk likevekt: $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma\vec{\tau}_i = \vec{0}$

Spinn (dreieimpuls) $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} \quad \vec{\tau} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{L}$ Stive legemer: $\vec{L} = I\cdot\vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}$

Kinetisk energi $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}I\,\omega^2$ der treghetsmoment $I = \sum_i m_i r_i^2 \to \int r^2\mathrm{d}m$

Massiv kule: $I_\mathrm{cm} = \frac{2}{5}MR^2$ Ring: $I_\mathrm{cm} = MR^2$ Sylinder/skive: $I_\mathrm{cm} = \frac{1}{2}MR^2$ Kuleskall: $I_\mathrm{cm} = \frac{2}{3}MR^2$

Lang, tynn stav: $I_\mathrm{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$ Parallellakseteoremet: $I = I_\mathrm{cm} + Md^2$

Gravitasjon: $\vec{F}(\vec{r}) = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r} \quad E_\mathrm{p}(r) = -G\frac{M}{r}m$

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Tyngdependel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2\sin\theta = 0,$ der $\sin\theta \approx \theta$ Fysisk: $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$ Matematisk: $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

Rakettlikningen: $\vec{F}_\mathrm{Y} + \vec{v}_\mathrm{rel}\cdot\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$