Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk

KONT.EKSAMEN I TFY4145 MEKANISK FYSIKK

Eksamensdato: Lørdag 8. august 2009
Eksamenstid: 09:00 - 13:00

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk, Ingjald Øverbø, tlf. 735 91867, 970 12 355
Studiepoeng: 7,5
Tillatte hjelpemidler (kode C):

Bestemt enkel godkjent kalkulator
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
C.Angell og B.E.Lian: Fysiske størrelser og enheter.
Vedlagt formelark

Sensurdato: Innen 29. august 2009.

Prosenttallene i parentes gitt ved hver oppgave angir hvor mye den i utgangspunktet vektlegges ved bedømmelsen. I de fleste tilfeller er det fullt mulig å løse etterfølgende punkter selv om et punkt foran skulle være ubesvart.

Noen generelle merknader:

- Symboler er angitt i kursiv (f.eks. m for masse), mens enheter angis uten kursiv (f.eks. m for meter)
- $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y- og z-retning.

I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**

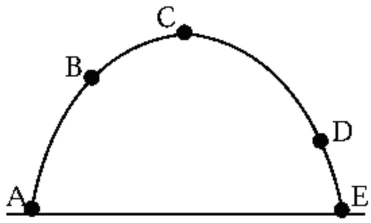
Svar på flervalgsspørsmål skriver du på første innleveringsark i en tabell liknende dette:

Spørsmål:	a	b	c	d	e	f	g	h
Mitt svar:								

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 20%)

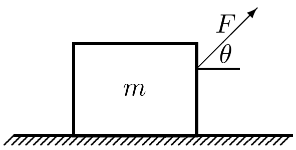
a. Figuren viser en parabolsk bane fra A til E for en ball som kastes i jordens tyngdefelt, men i fravær av luftfriksjon. Hva er retningen til ballens akselerasjon i punkt B?

A) Oppover og til høyre
B) Nedover og til venstre
C) Rett opp
D) Rett ned
E) Akselerasjonen er null



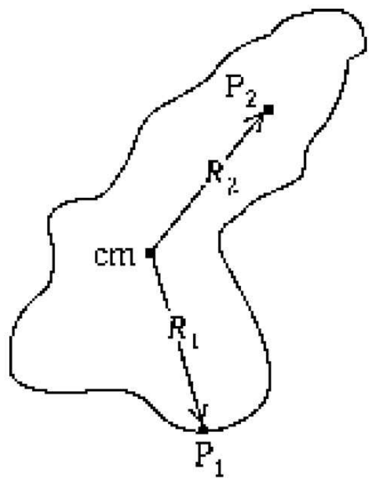
b. En kloss med masse m blir trukket med konstant hastighet av en kraft i retning θ med horisontalen, som vist på figuren. Den kinematiske friksjonskoeffisienten mellom den ru overflata og klossen er μ_k. Størrelsen til friksjonskrafta kan uttrykkes

A) $F\cos\theta$
B) $\mu_k F\cos\theta$
C) $\mu_k F\sin\theta$
D) $\mu_k(mg - F\sin\theta)$
E) To av svarene over er riktig



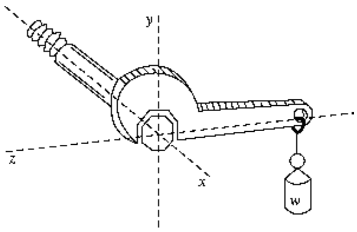
c. For legemet vist i figuren er $R_1 = R_2$ og "cm" er massesenteret (tyngdepunktet) til legemet. Treghetsmomentet om en akse gjennom punktet P1 er I_1, treghetsmomentet om en akse gjennom punktet P2 er I_2 og treghetsmomentet om en akse gjennom cm er I_{cm}. Alle aksene er parallelle og går normalt på papirplanet. Relasjonen mellom de ulike treghetsmoment er

A) $I_1 = I_2 > I_{cm}$
B) $I_1 = I_2 < I_{cm}$
C) $I_1 > I_2 > I_{cm}$
D) $I_1 < I_2 > I_{cm}$
E) $I_1 = I_2 = I_{cm}$



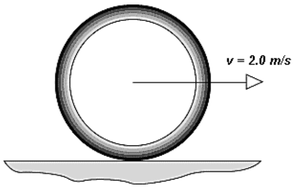
d. En skrue er påsatt et kraftmoment ved å henge en vekt w på enden av fastnøkkelen, som vist i figuren. Et koordinataksesystem er vist. Koordinataksen som kraftmomentvektoren peker er retta langs

A) y
B) x
C) $-y$
D) $-x$
E) $-z$

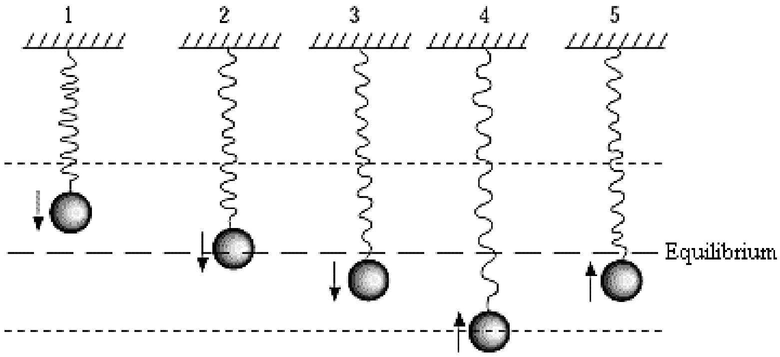


e. En tynn metallring med masse 1,00 kg og radius 0,50 m har en translasjonshastighet på 2,0 m/s idet den ruller uten å glippe. Spinnet (dreieimpulsen) til ringen omkring dens massesenter er

A) $1,00 \ \mathrm{kg\,m^2s^{-1}}$
B) $2,00 \ \mathrm{kg\,m^2s^{-1}}$
C) $8,00 \ \mathrm{kg\,m^2s^{-1}}$
D) $4,00 \ \mathrm{kg\,m^2s^{-1}}$
E) $0,50 \ \mathrm{kg\,m^2s^{-1}}$



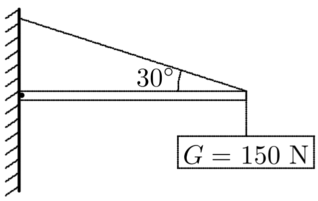
f. Ei kule er festa i ei masseløs fjær og svinger som en udempa harmonisk oscillator om en likevektsposisjon vist med den lang-stiplede linja i figuren. I hvilken av posisjonene 1 - 5 har kula minst akselerasjon (i absoluttverdi)?



A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

g. Et skilt med vekt 150 N holdes oppe av en horisontal bjelke og et skrått tau, som vist i figuren. Bjelken har jamn tykkelse og vekt 100 N og er hengslet ved veggen. Den *vertikale komponenten* av krafta på bjelken fra hengslingen ved veggen har størrelse (med tre siffers nøyaktighet)

A) 150 N
B) 0,00 N
C) 50,0 N
D) 346 N
E) 250 N



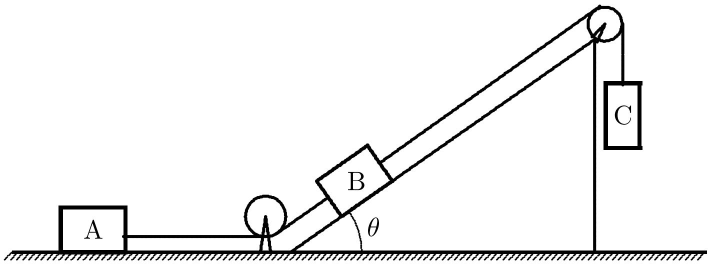
h. For systemet i oppgave g. ovenfor har den *horisontale komponenten* av krafta på bjelken fra hengslingen ved veggen størrelse (med tre siffers nøyaktighet)

A) 150 N
B) 250 N
C) 50,0 N
D) 346 N
E) 350 N

Oppgave 2. Skråplan (teller 25%)

Tre klosser A, B og C er plassert som vist i figuren. Bevegelsen til B foregår hele tida på skråplanet.

Klossene er forbundet med snorer som har neglisjerbare masser. Trinsene er friksjonsløse men har masse (se under). Den kinematiske friksjonskoeffisienten mellom A og B og underlaget er for begge $\mu_k = 0,350$. Skråplanet danner vinkelen $\theta = 36,9°$ med horisontalen.



Klossene A og B har samme masse $m_A = m_B = 2,50$ kg, kloss C har masse m_C. De to trinsene har hver masse $m_T = 2,00$ kg, radius $r = 0,100$ m og treghetsmoment $I = \frac{1}{2}m_T r^2 = 0,0100\,\mathrm{kg\,m^2}$.

Vekten til kloss C er valgt slik at systemet beveger seg med konstant hastighet med C nedover.

a. Tegn kraftdiagram som viser kreftene som virker på klossen B. Bruk symbol S_1 for snorkraft nedover og S_2 for snorkraft oppover skråplanet, ellers høvelige valgte symbol. La kraftvektor starte ved kraftas angrepspunkt.

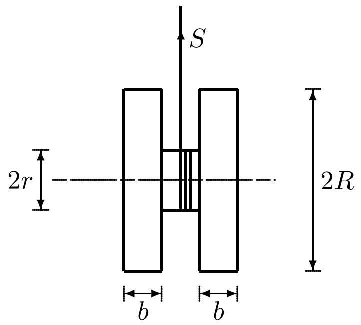
b. Begrunn hvorfor snordraget S_1 nedover på kloss B er lik snordraget på kloss A, og finn verdien av denne krafta.

c. Bestem uttrykk for massen m_C til kloss C og finn tallverdi.

Snora mellom A og B kuttes mellom B og trinsa.

d. Hvor stor blir akselerasjonen, a, til kloss C? (Dersom du ikke har funnet verdi for m_C, så finn et bokstavuttrykk for a der m_C inngår.)

Oppgave 3. Utrulling av jojo. (teller 20%)



En jojo av plast kan modelleres som to jamntykke skiver med radius $R = 2,5\,\mathrm{cm}$, hver med tykkelse $b = 1,00\,\mathrm{cm}$ og massetetthet $\rho = 1,25\,\mathrm{g/cm^3}$. Skivene er festet til hverandre med en aksel av tre med radius $r = 8,0\,\mathrm{mm}$. Den tynne akselen har masse mye mindre enn skivene slik at du kan se bort ifra den i beregningene.

Ei lett snor er viklet flere ganger rundt akselen. Snora holdes fast, og jojoen slippes og faller, mens snora vikles av akselen.

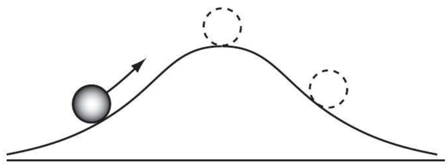
a. Finn verdi for massen m til jojoen.

b. Finn verdi for treghetsmomentet I om symmetriaksen (gjennom massefellespunktet).

c. Finn verdi for akselerasjonen til jojoens massesenter, a, og strekket i snora, S.

Oppgave 4. Diverse (teller 35%)

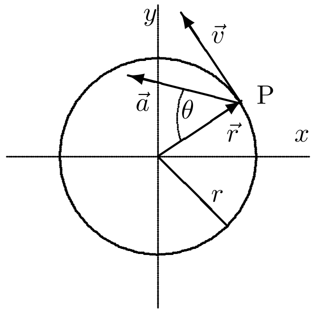
a.
Ei kule triller oppover en bakke, passerer toppen og triller så nedover en bakke på motsatt side. Skissér hvilken retning friksjonen virker fra underlaget på kula, på vei opp, på toppen og på vei ned. Begrunn svaret. Vi antar at vi har rein rulling under hele bevegelsen.



b.

En partikkel beveger seg i en sirkelbane med radius $r = 3,00$ m. I posisjonen P, som vist i figuren, er absoluttverdien av partikkelens akselerasjon gitt ved verdien $|\vec{a}| = 18,0\,\mathrm{m/s^2}$. Akselerasjonsvektoren $\vec{a}$, danner vinkelen $(180° - \theta)$ med posisjonsvektoren $\vec{r}$ til P. Vinkelen $\theta = 48,2°$.

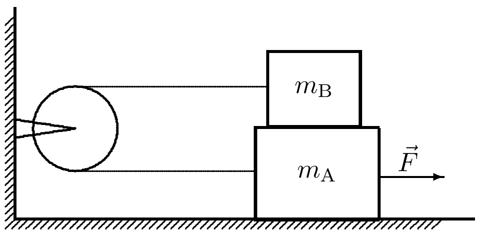
Når partikkelen er i posisjon P: Finn sentripetalakselerasjonen og tangentialakselerasjonen og bestem deretter banefarten $v = |\vec{v}|$ (alle tallsvar).



c. De to klossene, A og B, i figuren har henholdsvis masse $m_A = 5{,}00$ kg og $m_B = 3{,}00$ kg. Kloss B er plassert oppå kloss A. Kloss A ligger på et horisontalt underlag. Statisk friskjonskoeffisient mellom kloss A og B samt mellom kloss A og underlaget er $\mu_s = 0,600$. De to klossene er forbundet med en masseløs stram snor som ligger over en ideell masseløs og friksjonsløs trinse.

På massen A virker ei kraft $\vec{\boldsymbol{F}}$ i retning som angitt i figuren.

Tegn inn alle krefter som virker i horisontal retning på kloss A og B. Hva er den minste verdien av krafta $F = |\,\vec{\boldsymbol{F}}\,|$ som trengs for å bevege de to klossene?



FORMELARK.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbols betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene. I tillegg finnes en mengde definisjoner og formler i Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$g = 9,81\,\mathrm{m/s^2}$ Resten av konstantene hentes fra Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$\vec{F}(\vec{r},t) = \dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$, der $\vec{p}(\vec{r},t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}}$

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \dfrac{1}{2}\vec{a}t^2 \quad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a}\cdot(\vec{r}-\vec{r}_0)$

Konstant $\vec{\alpha}$: $\omega = \omega_0 + \alpha t \quad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2 \quad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\cdot(\theta-\theta_0)$

Arbeid $\mathrm{d}W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$ Kinetisk energi $E_\mathrm{k} = \dfrac{1}{2}mv^2$

$E_\mathrm{p}(\vec{r})$ = potensiell energi (f.eks. tyngde: mgh, fjær: $\frac{1}{2}kx^2$) Konservativ kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_\mathrm{p}(\vec{r})$

$|F_\mathrm{f}| \le \mu_\mathrm{s}\cdot F_\perp \quad |F_\mathrm{f}| = \mu_\mathrm{k}\cdot F_\perp$ Luftmotstand o.l.: $\vec{F}_\mathrm{f} = -k_\mathrm{f}\vec{v}$

Massefellespunkt: $\vec{r}_\mathrm{cm} = \dfrac{1}{M}\sum_i \vec{r}_i m_i \to \dfrac{1}{M}\int \vec{r}\cdot\mathrm{d}m$

$v = r\omega$ Sentripetalaksel. $a_\mathrm{c} = -v\omega = -\dfrac{v^2}{r} = -\omega^2 r$ Baneaksel. $a_\mathrm{t} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\,\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$

Kraftmoment $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$ Statisk likevekt: $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma\vec{\tau}_i = \vec{0}$

Spinn (dreieimpuls) $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} \quad \vec{\tau} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{L}$ Stive legemer: $\vec{L} = I\cdot\vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I\cdot\dfrac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}$

Kinetisk energi $E_\mathrm{k} = \dfrac{1}{2}I\,\omega^2$ der treghetsmoment $I = \sum_i m_i r_i^2 \to \int r^2\mathrm{d}m$

Massiv kule: $I_\mathrm{cm} = \dfrac{2}{5}MR^2$ Ring: $I_\mathrm{cm} = MR^2$ Sylinder/skive: $I_\mathrm{cm} = \dfrac{1}{2}MR^2$ Kuleskall: $I_\mathrm{cm} = \dfrac{2}{3}MR^2$

Lang, tynn stav: $I_\mathrm{cm} = \dfrac{1}{12}M\ell^2$ Parallellakseteoremet: $I = I_\mathrm{cm} + Md^2$

Gravitasjon: $\vec{F}(\vec{r}) = -G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r} \quad E_\mathrm{p}(r) = -G\dfrac{M}{r}m$

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad T = \dfrac{2\pi}{\omega_0} \quad f_0 = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Tyngdependel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2\sin\theta = 0$, der $\sin\theta \approx \theta$ Fysisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mgd}{I}}$ Matematisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

Rakettlikningen: $\vec{F}_\mathrm{Y} + \vec{v}_\mathrm{rel}\cdot\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = m\,\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$