Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk

KONTINUASJONSEKSAMEN I TFY4145 MEKANISK FYSIKK og FY1001 MEKANISK FYSIKK

Eksamensdato: Mandag 9. august 2010
Eksamenstid: 09:00 - 13:00

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk, Arne Mikkelsen, tlf. 735 93433, 486 05 392
Studiepoeng: 7,5
Tillatte hjelpemidler (kode C):
Bestemt enkel godkjent kalkulator
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
C.Angell og B.E.Lian: Fysiske størrelser og enheter.
(+ formelark i oppgaveteksten)

Sensurdato: Innen 30. august 2010.

Prosenttallene i parentes gitt ved hver oppgave angir hvor mye den i utgangspunktet vektlegges ved bedømmelsen. I de fleste tilfeller er det fullt mulig å løse etterfølgende punkter selv om et punkt foran skulle være ubesvart.

Noen generelle merknader:
- Symboler er angitt i kursiv (f.eks. m for masse), mens enheter angis uten kursiv (f.eks. m for meter)
- $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y- og z-retning.

I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**

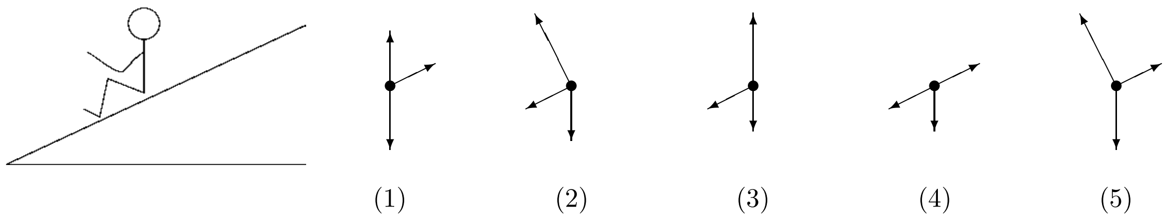
Svar på flervalgsspørsmål skriver du på første innleveringsark i en tabell liknende dette:

Spørsmål:	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
Mitt svar:										

<u>Oppgave 1.</u> Flervalgsspørsmål (teller 25%)

<u>**a.**</u> Kraftdiagrammet som best representerer kreftene som virker på en student som er i ro på skråplanet er

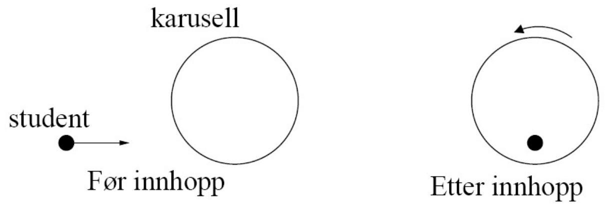
A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



<u>**b.**</u> Ei kule med masse 12 g skytes horisontalt inn i en fastmontert treblokk, og inntrengningsdybden blir 5,2 cm. Hastigheten til kula like før kollisjonen er 640 m/s. Den gjennomsnittlige nedbremsingskrafta fra treblokken på kula var:
A) $4,7 \cdot 10^6$ N
B) $4,7 \cdot 10^4$ N
C) 148 N
D) 74 N
E) Ikke mulig å bestemme, siden massen til treblokken er ukjent

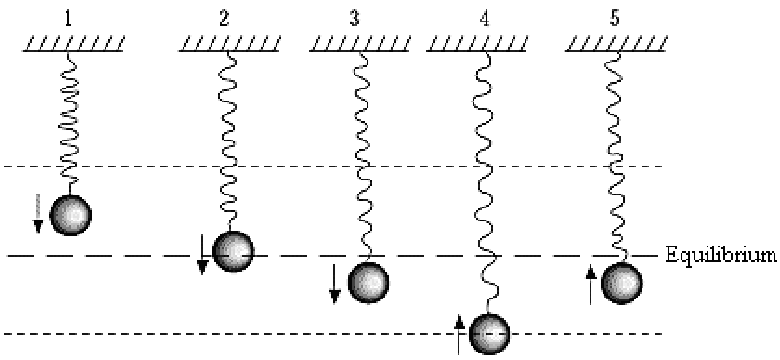
<u>**c.**</u> En student tar fart og hopper på en karusell som dermed begynner å rotere (tilnærmet friksjonsfritt) omkring en aksling som står fast i bakken, og som passerer gjennom karusellens sentrum. For systemet karusell + student, hvilke(n) størrelse(r) endrer seg ikke fra før til etter studentens innhopp på karusellen? (Her er E, systemets energi, p systemets bevegelsesmengde og L systemets spinn mhp. en akse gjennom karusellens sentrum.)

A) Bare L
B) L og E
C) L og p
D) L, E og p
E) Bare p



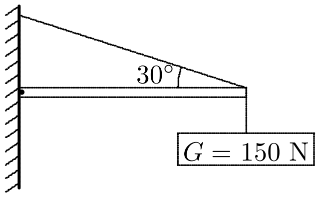
<u>**d.**</u> Ei kule er festet i ei masseløs fjær og svinger som en udempa harmonisk oscillator om en likevektsposisjon vist med den lang-stiplede linja i figuren. I hvilken av posisjonene 1 - 5 har kula minst akselerasjon (i absoluttverdi)?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



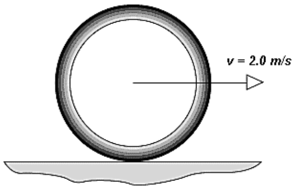
e. Et skilt med vekt 150 N holdes oppe av en horisontal bjelke og et skrått tau, som vist i figuren. Bjelken har jamn tykkelse og vekt 100 N og er hengslet ved veggen. Den *vertikale komponenten* av krafta på bjelken fra hengslingen ved veggen har størrelse (med tre siffers nøyaktighet)

A) 150 N
B) 0 N
C) 50,0 N
D) 346 N
E) 250 N



f. En tynn metallring med masse 1,00 kg og radius 0,50 m har en translasjonshastighet på 2,0 m/s idet den ruller uten å glippe. Spinnet (dreieimpulsen) til ringen omkring dens massesenter er

A) $1,00\ \mathrm{kg\,m^2s^{-1}}$
B) $2,00\ \mathrm{kg\,m^2s^{-1}}$
C) $8,00\ \mathrm{kg\,m^2s^{-1}}$
D) $4,00\ \mathrm{kg\,m^2s^{-1}}$
E) $0,50\ \mathrm{kg\,m^2s^{-1}}$



g. En masse er festet til ei masselaus fjær og svinger som en harmonisk oscillator med amplitude 4,00 cm. Svingningen er horisontal og friksjonsfri. Når massen er 2,00 cm fra likevektsstillingen, hvor stor andel utgjør den potensielle energien av den totale energien?
A) 1/4
B) 1/3
C) 1/2
D) 2/3
E) 3/4

h. Et legeme svinger harmonisk ifølge likningen $x(t) = \dfrac{2,0\,\mathrm{m}}{\pi} \cdot \sin\left(4\pi \mathrm{s}^{-1}\, t + \pi/3\right)$.
Ved tida $t = 2,0$ s er hastigheten til legemet

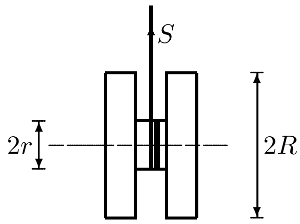
A) 1/3 m/s
B) $1/\pi$ m/s
C) $\sqrt{3}/\pi$ m/s
D) 4 m/s
E) $4\sqrt{3}$ m/s

i. En kommunikasjonssatellitt som kretser i en geosirkulær bane rundt jorda over ekvator, vil pga. gravitasjonstiltrekningen til jorda påføres et kraftmoment
A) rettet mot jorda.
B) rettet parallelt med jordas akse og mot nordpolen.
C) rettet parallelt med jordas akse og mot sørpolen.
D) rettet mot satellitten.
E) lik null.

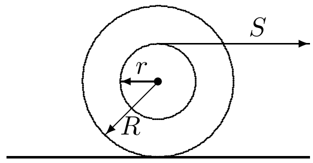
j. To massive baller (en stor og en liten) og en massiv sylinder ruller ned et skråplan uten rullemotstand. Hvilken har den største farten ved bunnen av skråplanet og hvilken har den minste?
A) Den lille ballen har størst, den store ballen har minst
B) Sylinderen har størst, den lille ballen har minst
C) Sylinderen har størst, de to ballene har den samme (og mindre) fart
D) Begge ballene har samme største fart, sylinderen har mindre
E) Det mangler opplysninger til å gi entydig svar

Oppgave 2. (teller 22%)

Ei snelle består av en liten sylinder med radius r påfestet to større sylindre, som vist i figuren. De store sylindrene har radius R og samlet masse M. Massen til den lille sylinderen er så liten at du kan se bort fra den. En masseløs snor er rullet opp på den lille sylinderen og en kraft S virker i horisontalretningen. Snella kan rulle på et plant horisontalt underlag uten å skli.



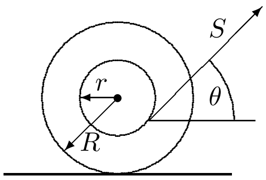
Sett ovenfra



Sett fra siden

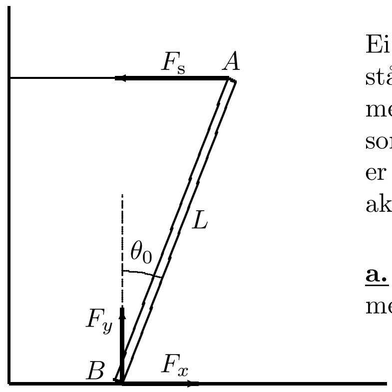
a. Sett opp Newtons lover for translasjon og rotasjon av sylinderen og finn herfra akselerasjonen a til sylinderens massesenter, uttrykt ved S, M, R og r.

b. Finn friksjonskrafta F_f mellom legemet og underlaget, uttrykt ved S, R og r. Friksjonskrafta kan bli null under visse geometriske forhold. Hva er i det tilfellet sylinderens akselerasjon a?



c. Den samme snella snus rundt slik at snora er festet på undersiden av den lille sylinderen, se figuren. Snora løftes opp til en vinkel θ med det horisontale underlaget og trekkrafta i snora er S. Tegn inn alle krefter som virker på sylinderen og finn ved hvilken vinkel θ sylinderen ikke vil rulle verken til høyre eller til venstre når $r = R/3$. Forutsett at sylinderen ikke sklir på underlaget.

Oppgave 3. (teller 25%)



Ei rett, homogen stang AB har masse M og lengde L. Stanga står på et plant, horisontalt underlag og danner vinkelen $\theta = \theta_0$ med vertikalretningen. Stanga holdes i ro med ei horisontal snor som er festa i enden A, som vist i figuren. Friksjonskrafta F_x i B er stor nok til å hindre at stanga glir mot underlaget. Tyngdens akselerasjon er g.

a. Finn snorkrafta F_s og kraftkomponentene F_x og F_y uttrykt med M, g og θ_0.

På et gitt tidspunkt kuttes snora. Straks etter faller stanga ved at den roterer fritt om endepunktet B. Friksjonen er stor nok til at endepunktet B ikke glir.

b. Finn uttrykk for stangas treghetsmoment for rotasjon om punkt B.

c. Bruk Newtons 2. lov for rotasjon (spinnsatsen) til å vise at stangas vinkelakselerasjon om punkt B når stanga danner vinkelen $\theta \geq \theta_0$ med vertikalretningen kan uttrykkes

$$\dot{\omega} = \alpha = \frac{3}{2}\frac{g}{L}\sin\theta.$$

d. Bruk deretter energibetraktning til å finne uttrykk for vinkelhastigheten $\omega = \dot{\theta}$ ved vinkelen θ.
TIPS: Kinetisk energi utgjøres kun av rotasjonsenergi om B.

e. Finn kraftkomponentene F_x og F_y mot underlaget umiddelbart etter at snora er kuttet ved θ_0. Du kan i regningen nå bruke verdi $\theta_0 = 30°$.
TIPS: Del opp tyngdepunktets akselerasjon i a_x og a_y.

Oppgave 4. **(teller 12%)**

En kloss med masse 1,00 kg holdes i ro på et skråplan med helningsvinkel 30°. Den statiske friksjonskoeffisienten er $\mu_\mathrm{s} = 0,45$ og den kinematiske (dynamiske) friksjonskoeffisienten er $\mu_\mathrm{k} = 0,42$.

a. Hvor stor er friksjonskrafta og akselerasjonen når klossen slippes?

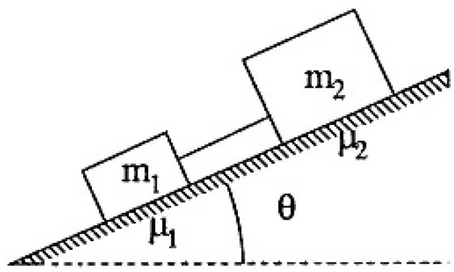
b. Vi lar så klossen bli påvirket av en tilleggskraft på $F = 1{,}00$ N, rettet oppover langs skråplanet. Hva blir nå klossens friksjonskraft og akselerasjon når den slippes? (Tilleggskrafta virker uendret både før og etter klossen slippes.)

c. Vi gjentar eksperimentet men med tilleggskrafta $F = 2{,}00$ N. Finn igjen klossens friksjonskraft og akselerasjon når den slippes.

Oppgave 5. **(teller 8%)**

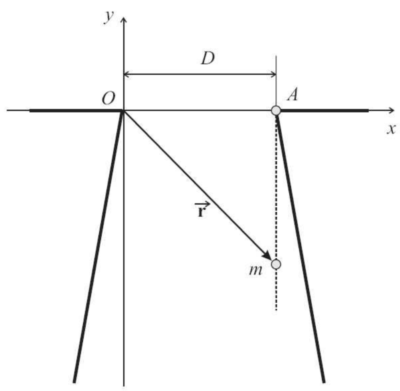
To klosser av forskjellig materiale er forbundet med ei snor og sklir nedover et skråplan med helningsvinkel θ. Klossene har forskjellig masse, og de kinematiske friksjonskoeffisientene er også forskjellige, med $\mu_2 > \mu_1$.

Finn et uttrykk for snordraget S og vis at snora er alltid stram, uansett massenes størrelse (altså vis at S må være positiv).



Oppgave 6. **(teller 8%)**

Figuren viser en masse m som ved tidspunktet $t = 0$ starter en fallbevegelse fra en tilstand i ro i punktet A. Dette punktet har koordinatene $(D, 0, 0)$ i et xyz-koordinatsystem med origo i O med x- og y-aksen i papirplanet og z-aksen normalt på papirplanet. Eneste ytre kraft på massen m er tyngdekrafta.
Finn et yttrykk for spinnet $\vec{\boldsymbol{L}}_\mathrm{O}$ til massen om punktet O ved tidspunktet t.
Finn et yttrykk for kraftmomentet $\vec{\boldsymbol{\tau}}_\mathrm{O}$ som massen erfarer med hensyn på punktet O ved tidspunktet t.



FORMELARK.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbols betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene. I tillegg finnes en mengde definisjoner og formler i Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$g = 9,81\,\mathrm{m/s^2}$ Resten av konstantene hentes fra Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$\vec{F}(\vec{r},t) = \dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$, der $\vec{p}(\vec{r},t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}}$

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \qquad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \dfrac{1}{2}\vec{a}t^2 \qquad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a}\cdot(\vec{r}-\vec{r}_0)$

Konstant $\vec{\alpha}$: $\omega = \omega_0 + \alpha t \qquad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2 \qquad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\cdot(\theta-\theta_0)$

Arbeid $\mathrm{d}W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$ Kinetisk energi $E_\mathrm{k} = \dfrac{1}{2}mv^2$

$E_\mathrm{p}(\vec{r})$ = potensiell energi (f.eks. tyngde: mgh, fjær: $\frac{1}{2}kx^2$) Konservativ kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_\mathrm{p}(\vec{r})$

$|F_\mathrm{f}| \le \mu_\mathrm{s}\cdot F_\perp \qquad |F_\mathrm{f}| = \mu_\mathrm{k}\cdot F_\perp$ Luftmotstand o.l.: $\vec{F}_\mathrm{f} = -k_\mathrm{f}\vec{v}$

Massefellespunkt: $\vec{r}_\mathrm{cm} = \dfrac{1}{M}\sum_i \vec{r}_i m_i \to \dfrac{1}{M}\int \vec{r}\cdot\mathrm{d}m$

$v = r\omega$ Sentripetalaksel. $a_\mathrm{c} = -v\omega = -\dfrac{v^2}{r} = -\omega^2 r$ Baneaksel. $a_\mathrm{t} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\,\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$

Kraftmoment $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$ Statisk likevekt: $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma\vec{\tau}_i = \vec{0}$

Spinn (dreieimpuls) $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} \qquad \vec{\tau} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{L}$ Stive legemer: $\vec{L} = I\cdot\vec{\omega} \qquad \vec{\tau} = I\cdot\dfrac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}$

Kinetisk energi $E_\mathrm{k} = \dfrac{1}{2}I\,\omega^2$ der treghetsmoment $I = \sum_i m_i r_i^2 \to \int r^2\mathrm{d}m$

Massiv kule: $I_\mathrm{cm} = \dfrac{2}{5}MR^2$ Ring: $I_\mathrm{cm} = MR^2$ Sylinder/skive: $I_\mathrm{cm} = \dfrac{1}{2}MR^2$ Kuleskall: $I_\mathrm{cm} = \dfrac{2}{3}MR^2$

Lang, tynn stav: $I_\mathrm{cm} = \dfrac{1}{12}M\ell^2$ Parallellakseteoremet: $I = I_\mathrm{cm} + Md^2$

Gravitasjon: $\vec{F}(\vec{r}) = -G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r} \qquad E_\mathrm{p}(r) = -G\dfrac{M}{r}m$

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad T = \dfrac{2\pi}{\omega_0} \qquad f_0 = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Tyngdependel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2\sin\theta = 0$, der $\sin\theta \approx \theta$ Fysisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mgd}{I}}$ Matematisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

Rakettlikningen: $\vec{F}_\mathrm{Y} + \vec{v}_\mathrm{rel}\cdot\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = m\,\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$