Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk

BOKMÅL

Eksamensteksten består av 6 sider inklusiv denne frontsida.

EKSAMEN I
TFY4145 MEKANISK FYSIKK OG
FY1001 MEKANISK FYSIKK

Eksamensdato: Torsdag 16. desember 2010
Eksamenstid: 09:00 - 13:00

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk, Arne Mikkelsen, tlf. 7359 3433 / 486 05 392
Studiepoeng: 7,5
Tillatte hjelpemidler (kode C):

Bestemt enkel godkjent kalkulator
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
C.Angell og B.E.Lian: Fysiske størrelser og enheter.
Vedlagt formelark (siste side)

Sensurdato: Innen 16. januar 2011.

Prosenttallene i parentes gitt ved hver oppgave angir hvor mye den i utgangspunktet vektlegges ved bedømmelsen. I de fleste tilfeller er det fullt mulig å løse etterfølgende punkter selv om et punkt foran skulle være ubesvart.

Noen generelle merknader:
- Symboler er angitt i kursiv (f.eks. m for masse), mens enheter angis uten kursiv (f.eks. m for meter)
- $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y- og z-retning.
- Ved tallsvar kreves både tall og enhet.

I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**

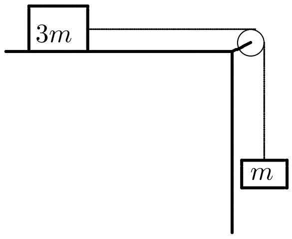
Svar på flervalgsspørsmål i Oppgave 1 skriver du på første innleveringsark i en tabell liknende dette:

Spørsmål:	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
Mitt svar:											

Oppgave 1. Elleve flervalgsspørsmål (teller 30 %)

a. En masse m henger i ei snor. Snora er trekt over ei trinse for så å fortsette horisontalt til den er festa til en annen masse $3m$ som ligger på et horisontalt bord. Se bort fra all friksjon. Masse m holdes i ro og slippes så. Når den har falt en distanse h vil den ha fått en fart v som kan uttrykkes ved formelen

A) $v = \sqrt{\frac{1}{4}gh}$
B) $v = \sqrt{\frac{1}{2}gh}$
C) $v = \sqrt{gh}$
D) $v = \sqrt{2gh}$
E) Ingen av svarene A-D er rette.

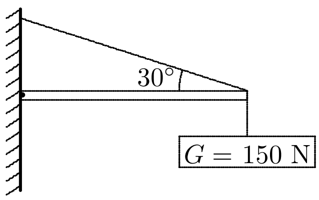


b. Et legeme blir påvirket av ei kraft på 10 N og forflytter seg i kraftas retning slik at forflytningen s er gitt som $s = 3,0\ \mathrm{m/s^2} \cdot t^2 + 2,0\ \mathrm{m/s} \cdot t$, hvor t er tida. Effekten av kraftas arbeid ved tid $t = 2,0$ s er:
A) 14 W
B) 80 W
C) 120 W
D) 140 W
E) 160 W

c. To identiske sirkulære skiver har en felles akse. Først roterer den ene skiva mens den andre er i ro. Når de to skivene bringes i kontakt med hverandre, vil de øyeblikkelig festes til hverandre. La L være det totale spinnet (dreieimpulsen) og E være den totale kinetiske energien til de to skivene. Hvilket av følgende utsagn er rett?
A) E og L er uendra fra verdiene før kontakten
B) E og L er begge redusert til halvparten av deres opprinnelige verdier
C) L er uendra, men E er redusert til halvparten av opprinnelig verdi
D) E er uendra, men L er redusert til halvparten av opprinnelig verdi
E) L er uendra, men E er redusert til fjerdeparten av opprinnelig verdi.

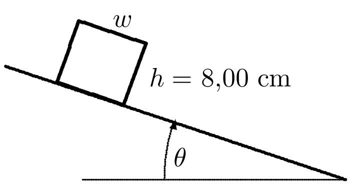
d. En last med vekt 150 N holdes oppe av en horisontal bjelke og et skrått tau, som vist i figuren. Bjelken har jamn tykkelse, vekt 50 N og er hengslet i en bolt ved veggen. Krafta på bjelken fra hengslingen ved veggen har verdi nærmest

A) 350 N
B) 304 N
C) 25 N
D) 550 N
E) Ingen av disse er rette



e.
En massiv kloss med jamn tetthet har høyde h = 8,00 cm og er plassert på et skråplan. Når skråplanvinkelen blir økt (se figur), observerer du at maksimumvinkelen før klossen tipper over er $\theta = 49,6°$. Det er nok friksjon til at klossen ikke sklir. Bredden w til klossen har verdi nærmest

A) 6,09 cm
B) 6,81 cm
C) 8,00 cm
D) 9,40 cm
E) 10,51 cm



f. En masse m som henger i ei snor slippes fra stillstand i punktet A. Idet massen passerer det laveste punktet B, så er snorkrafta

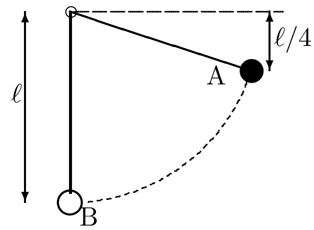
A) $\frac{3}{2}mg$

B) $2mg$

C) $\frac{5}{2}mg$

D) $3mg$

E) Ingen er riktige, siden svaret avhenger av lengden på snora.



g. En hul kloss A på 0,20 kg og en massiv kloss B på 2,0 kg kan skli friksjonsfritt på en horisontal overflate. Klossene er i ro ved $t = 0$, så virker to like horisontale krefter på hver kloss i nøyaktig $t = 1,00$ s og setter klossene i bevegelse. Når krafta på hver kloss fjernes etter 1,00 s, hvilken av de følgende påstander er riktig (der p er bevegelsesmengde og E kinetisk energi)?

A) $p_A = p_B$ og $E_A = E_B$

B) $p_A < p_B$ og $E_A = E_B$

C) $p_A = p_B$ og $E_A < E_B$

D) $p_A < p_B$ og $E_A < E_B$

E) $p_A = p_B$ og $E_A > E_B$.

h. En stav med masse M og lengde ℓ ligger på et horisontalt bord og staven kan dreies og forskyves friksjonsfritt på bordet. I figuren er staven sett ovenfra. Ei pistolkule med masse m og horisontal fart v treffer stavens endepunkt loddrett på stavens lengderetning og absorberes straks i stavmaterialet. Derved settes staven (med kule) i bevegelse. For systemet staven + kule, hvilke(n) størrelse(r) endrer seg *ikke* fra før til etter kollisjonen? (Her er E systemets energi, p systemets bevegelsesmengde og L systemets spinn mhp. stavens massesenter.)

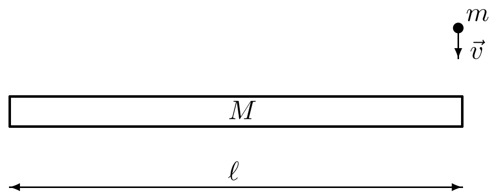
A) L og E

B) L og p

C) L, E og p

D) Bare L

E) Bare p



i. Tre jenter står på ytterkanten av en karusell som roterer med en vinkelhastighet ω og rotasjonen er friksjonsfri. Under rotasjonen går jentene rolig inn mot sentrum av karusellen (se figuren). Under bevegelsen vil det totale spinn L om karusellens aksling og den totale kinetiske energi E til karusellen + jentene endre seg slik:

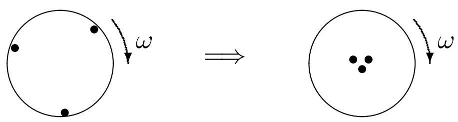
A) L øker og E øker

B) L øker og E uendra

C) L uendra og E øker

D) L uendra og E uendra

E) L uendra og E avtar



j. En partikkel festet til ei fjær svinger harmonisk. Hvis den totale energien til partikkelen dobles vil svingningens periode øke med en faktor

A) 4

B) $\sqrt{8}$

C) 2

D) $\sqrt{2}$

E) 1 (forbli uforandret).

k. Et legeme henger i ei fjær og kan svinge harmonisk med frekvens ω, dvs. utsving $z(t) = A\cos(\omega t + \phi)$ med z positiv oppover. Systemet henger i ro med $z = 0$ og settes så i svingninger med en liten dytt på legemet ved $t = 0$ slik at hastigheten blir v_0 med retning oppover øyeblikkelig etterpå. Da er

A) $A = v_0/\omega$ og $\phi = 270°$

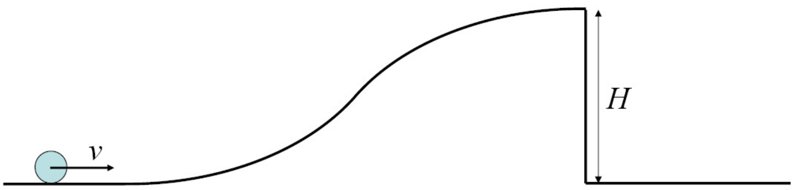
B) $A = v_0/\omega$ og $\phi = 90°$

C) $A = v_0/\omega$ og $\phi = 0°$

D) $A = -v_0/\omega$ og $\phi = 0°$

E) $A = -\sqrt{2}v_0/\omega$ og $\phi = 90°$

Oppgave 2. Rullebevegelse (teller 14 %)



Ei massiv kule med uniform tetthet gjennomfører en bevegelse på et horisontalt underlag, opp en bakkeskråning for så å fortsette utfor en skrent, som vist i figuren. I kontakt med underlaget har kula rein rullebevegelse, med total kinetisk energi (translasjon pluss rotasjon) $E_\mathrm{k} = \frac{7}{10}Mv^2$, der v er kulas massesenterfart. Vi ser bort fra luftmotstand i hele oppgaven. De aktuelle verdiene for kulas masse og radius vil ikke spille noen rolle.

På det horisontale vegstykket har kula farten $v = 25,0$ m/s. På toppen av bakken beveger kula seg igjen horisontalt. Den er da i en høyde $H = 28,0$ m over bunnen av bakken og har massesenterfarten v_t.

a. Finn verdi for v_t på bakketoppen.

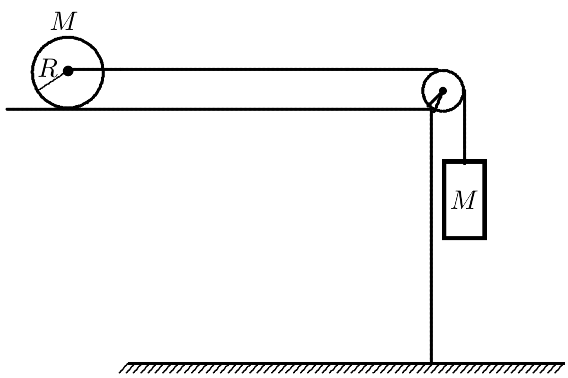
Den horisontale bakketoppen ender i en vertikal skrent. Kula fortsetter si bevegelse utfor skrenten og lander på et flatt jordstykke som ligger i høyden H under toppen.

b. Hva er kulas fart $v_\mathrm{j} = |\vec{v}_\mathrm{j}|$ umiddelbart før den treffer jordstykket?

c. Hvor langt fra foten av skrenten lander kula?

Oppgave 3. Sylinder (teller 21 %)

En massiv sylinder med masse M, radius R og treghetsmoment $\frac{1}{2}MR^2$, ligger på et horisontalt bord, se figuren. Sylinderen kan rotere uten friksjon om sin egen akse, men det kan være friksjon mellom sylinderen og bordflata. Til sylinderens akse er det festa ei snor på en slik måte at sylinderen kan trekkes mot høyre uten å vri seg. I den andre enden er snora forbundet til en kloss også med masse M som henger fritt. Snora går via en friksjonsløs og masseløs trinse og er hele tida stram og den kan regnes masseløs.



Finn uttrykk for systemets translasjonsakselerasjon a i de tre tilfellene **a**, **b**, og **c**. Uttrykk svarene med tyngdens akselerasjon g.

a. Ingen friksjon mellom sylinderen og bordflata.

b. Stor nok friksjon mellom sylinderen og bordflata til at sylinderen ruller uten å glippe (rein rulling).

c. Friksjonskoeffisienten er lik $\mu_\mathrm{s} = 0,100$ og ikke stor nok til rein rulling for sylinderen.

d. Hva er minste verdien den statiske friksjonskoeffisienten μ_s kan ha for å oppnå rein rulling for sylinderen?

e. La v og ω være henholdsvis translasjonshastigheten og vinkelhastigheten til sylinderen. Finn forholdet v/ω uttrykt ved R i tilfellet **c** der $\mu_\mathrm{s} = 0,100$.

Oppgave 4. Leketøyskanon (teller 10 %)

En leketøyskanon med masse $M = 240$ g står i ro på et friksjonsløst horisontalt underlag. Kanonløpet er horisontalt og utstyrt med ei fjær som er oppspent med en ball med masse $m = 60,0$ g. Fjæra utløses og ballen får farten $v' = 12,0$ m/s horisontalt ut av kanonløpet. Av den opprinnelige energien tapes 20,0 % i fjær og kanonløp under utskytingen.

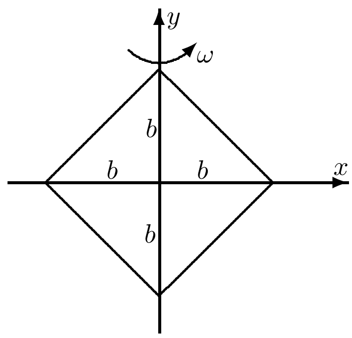
a. Hva blir leketøykanonens fart V' etter utskytingen?

b. Hva blir forholdet mellom ballens kinetiske energi etter utskytingen og potensiell energi lagret i fjæra før utskytingen?

c. Fjæra har en fjærstivhet $k = 40,0$ N/cm. Hvor mye var fjæra oppspent før utskytingen?

Oppgave 5. Treghetsmoment (teller 10 %)

Ei jamntykk og tynn plate er formet som et kvadrat med masse m og diagonal $2b$, dvs. kvadratets sidekant er $\sqrt{2}b$. Beregn ved integrasjon treghetsmomentet for kvadratet ved rotasjon om en diagonal.



Tips:
Legg inn rotasjon og koordinatsystem som i figuren og utnytt symmetri.

Oppgave 6. Gravitasjon. (teller 15 %)

Anta at en tunnel kunne blitt gravd tvers gjennom jorda fra en side til annen langs en diameter. En partikkel med masse m som befinner seg i dette hullet i avstand r fra jordas sentrum er påvirket av ei gravitasjonskraft inn mot jordas sentrum som kan uttrykkes $F(r) = -kr$, der k er en konstant med enhet N/m og er avhengig av jordmassen M, jordradien R og gravitasjonskonstanten G. Anta at jorda har jamn tetthet overalt.

a. Finn et uttrykk for k. Du kan bruke at gravitasjonens potensielle energi for denne partikkelen er

$$E_{\mathrm{p}} = -\frac{GMm}{2R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right),$$

eller du kan bruke egne fornuftige argumenter og beregninger.

Videre i oppgaven kan du om du ønsker bruke konstanten k, også i svarene.

b. Partikkelen slippes fra jordoverflata ned i hullet med utgangshastighet lik null. Finn uttrykk for hastigheten $v(r)$ når massen er i avstand r fra jordas sentrum. Se bort fra friksjon.

c. Finn uttrykk for tida partikkelen bruker på å nå fram til sentrum av jorda.
Du kan i dette punktet få bruk for $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin\frac{x}{a}$.

FORMELARK.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbols betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene. I tillegg finnes en mengde definisjoner og formler i Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$g = 9,81\,\mathrm{m/s^2}$ Resten av konstantene hentes fra Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$\vec{F}(\vec{r},t) = \dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$, der $\vec{p}(\vec{r},t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}}$

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \qquad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \qquad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a}\cdot(\vec{r}-\vec{r}_0)$

Konstant $\vec{\alpha}$: $\omega = \omega_0 + \alpha t \qquad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\cdot(\theta-\theta_0)$

Arbeid $\mathrm{d}W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$ Kinetisk energi $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}mv^2$

$E_\mathrm{p}(\vec{r})$ = potensiell energi (f.eks. tyngde: mgh, fjær: $\frac{1}{2}kx^2$) Konservativ kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_\mathrm{p}(\vec{r})$

$|F_\mathrm{f}| \le \mu_\mathrm{s}\cdot F_\perp \qquad |F_\mathrm{f}| = \mu_\mathrm{k}\cdot F_\perp$ Luftmotstand o.l.: $\vec{F}_\mathrm{f} = -k_\mathrm{f}\vec{v}$

Massefellespunkt: $\vec{r}_\mathrm{cm} = \dfrac{1}{M}\sum_i \vec{r}_i m_i \to \dfrac{1}{M}\int \vec{r}\cdot\mathrm{d}m$

$v = r\omega$ Sentripetalaksel. $a_\mathrm{c} = -v\omega = -\dfrac{v^2}{r} = -\omega^2 r$ Baneaksel. $a_\mathrm{t} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\,\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$

Kraftmoment $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$ Statisk likevekt: $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma\vec{\tau}_i = \vec{0}$

Spinn (dreieimpuls) $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} \qquad \vec{\tau} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{L}$ Stive legemer: $\vec{L} = I\cdot\vec{\omega} \qquad \vec{\tau} = I\cdot\dfrac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}$

Kinetisk energi $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}I\,\omega^2$ der treghetsmoment $I = \sum_i m_i r_i^2 \to \int r^2\mathrm{d}m$

Massiv kule: $I_\mathrm{cm} = \frac{2}{5}MR^2$ Ring: $I_\mathrm{cm} = MR^2$ Sylinder/skive: $I_\mathrm{cm} = \frac{1}{2}MR^2$ Kuleskall: $I_\mathrm{cm} = \frac{2}{3}MR^2$

Lang, tynn stav: $I_\mathrm{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$ Parallellakseteoremet: $I = I_\mathrm{cm} + Md^2$

Gravitasjon $\vec{F}(\vec{r}) = -G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r} \qquad E_\mathrm{p}(r) = -G\dfrac{M}{r}m$

Udempet svingning $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad T = \dfrac{2\pi}{\omega_0} \qquad f_0 = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Tyngdependel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2\sin\theta = 0$, der $\sin\theta \approx \theta$ Fysisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mgd}{I}}$ Matematisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

Rakettlikningen: $\vec{F}_\mathrm{Y} + \vec{v}_\mathrm{rel}\cdot\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = m\,\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$ med $\vec{v}_\mathrm{rel} = \vec{u} - \vec{v}$