Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk

BOKMÅL

Eksamensteksten består av 6 sider inklusiv denne frontsida.

KONTINUASJONSEKSAMEN I TFY4145 MEKANISK FYSIKK og FY1001 MEKANISK FYSIKK

Eksamensdato: Mandag 8. august 2011
Eksamenstid: 15:00 - 19:00

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk, Arne Mikkelsen, tlf. 735 93433, 486 05 392
Studiepoeng: 7,5
Tillatte hjelpemidler (kode C):

Bestemt enkel godkjent kalkulator
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
C.Angell og B.E.Lian: Fysiske størrelser og enheter.
(+ formelark i oppgaveteksten)

Sensurdato: Innen 29. august 2011.

Prosenttallene i parentes gitt ved hver oppgave angir hvor mye den i utgangspunktet vektlegges ved bedømmelsen. I de fleste tilfeller er det fullt mulig å løse etterfølgende punkter selv om et punkt foran skulle være ubesvart.

Noen generelle merknader:

- Symboler er angitt i kursiv (f.eks. m for masse), mens enheter angis uten kursiv (f.eks. m for meter)
- $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y- og z-retning.

I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**

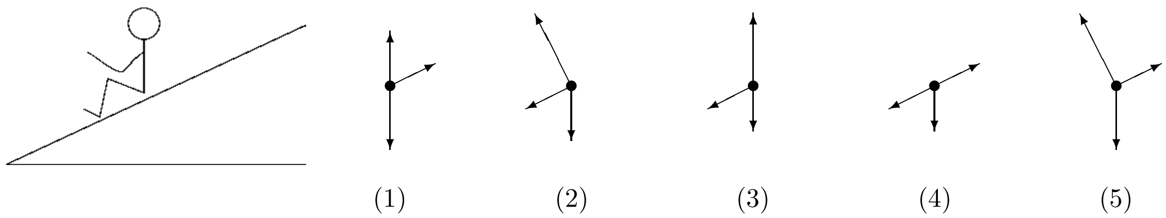
Svar på flervalgsspørsmål skriver du på første innleveringsark i en tabell liknende dette:

Spørsmål:	a	b	c	d	e	f	g	h	i
Mitt svar:									

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 25 %)

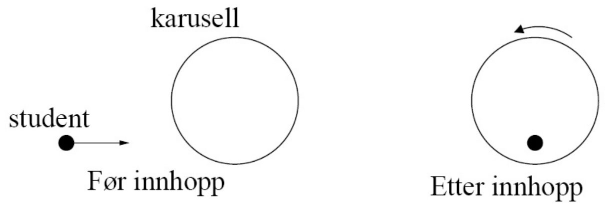
a. Kraftdiagrammet som best representerer kreftene som virker på en student som er i ro på skråplanet er

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



b. En student tar fart og hopper på en karusell som dermed begynner å rotere (tilnærmet friksjonsfritt) omkring en aksling som står fast i bakken, og som passerer gjennom karusellens sentrum. For systemet karusell + student, hvilke(n) størrelse(r) endrer seg *ikke* fra før til etter studentens innhopp på karusellen? (Her er E systemets energi, p systemets bevegelsesmengde og L systemets spinn mhp. en akse gjennom karusellens sentrum.)

A) Bare L
B) L og E
C) L og p
D) L, E og p
E) Bare p

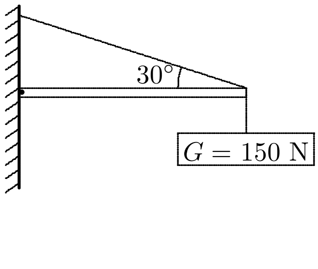


c. En massiv sylinder ruller langs et horisontalt golv med fart v. Sylinderens kinetiske energi er
A) $\frac{1}{4}mv^2$
B) $\frac{1}{2}mv^2$
C) $\frac{3}{4}mv^2$
D) mv^2
E) $\frac{5}{4}mv^2$

d. Et legeme som beveger seg med konstant banefart i en sirkel
A) Har ingen akselerasjon
B) Har ingen endring i hastighet
C) Har ingen resultantkraft som virker på seg
D) Har ingen arbeid gjort på seg
E) Er beskrevet ved alle utsagn ovenfor.

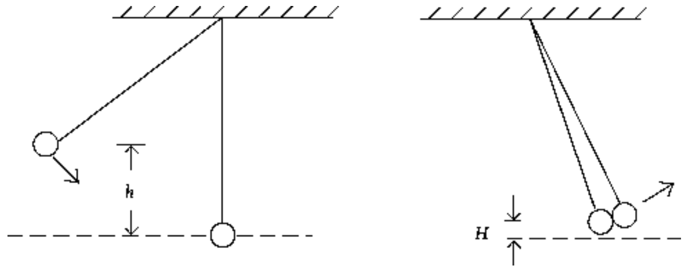
e. Et skilt med vekt 150 N holdes oppe av en horisontal bjelke og et skrått tau, som vist i figuren. Bjelken har jamn tykkelse og vekt 100 N og er hengslet ved veggen. Strekkrafta i tauet har størrelse (med tre siffers nøyaktighet)

A) 150 N
B) 300 N
C) 400 N
D) 346 N
E) 200 N



f. To like kuler henger i hver si snor med lik lengde. Éi kule blir sluppet fra en høyde h over bunnpunktet og treffer den andre kula på laveste punkt i banen. Under kollisjonen (støtet) festes de to kulene til hverandre og beveger seg videre sammen. Hvilke(n) størrelse(r) er konstant under støtet? (Her er E total kinetisk energi, p total bevegelsesmengde og L totalt spinn om snorenes festepunkt i taket.)

A) E, p og L
B) E og p
C) p og L
D) E og L
E) Bare p

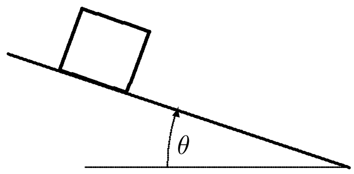


g. Vi betrakter samme kuler og størrelser som i oppgaven ovenfor. Etter kollisjonen når de sammenfestede kulene opp til en felles høyde H som er gitt av
A) $3h/4$
B) $h/4$
C) $h/2$
D) h
E) Ingen av svarene er korrekte.

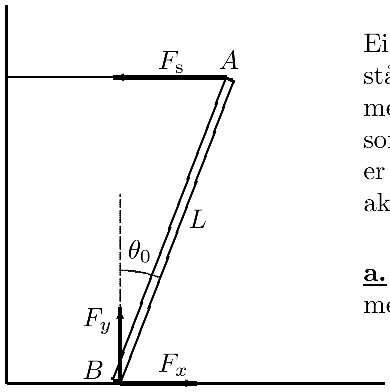
h. Et sykkelhjul, ei massiv kule og ei hul kule (kuleskall) slippes på toppen av et langt skråplan og ruller nedover uten rullemotstand og uten å skli. Anta det vesentlige av hjulets masse er samla i felgen/dekket. Hvilket legeme har den største farten v ved bunnen av skråplanet og hvilken har den minste?
A) Hjulet har minst, den massive kula har størst
B) Hjulet har minst, den hule kula har størst
C) Den hule kula har minst; den massive kula har størst
D) Den hule kula har minst; hjulet har størst
E) Kan ikke avgjøre uten å ha opplysninger om legemenes masse
TIPS: Treghetsmoment for de tre legemer i formelark.

i. En massiv kube (terning) med jamn tetthet er plassert på et skråplan. Friksjonskoeffisientene mellom kuben og underlaget er $\mu_\mathrm{k} = 0,45$ and $\mu_\mathrm{s} = 0,65$. Når skråplanvinkelen blir økt (se figuren), vil kuben først begynne å skli eller vil den først tippe over?

A) Den vil først tippe over
B) Den vil først begynne å skli
C) Den vil tippe over på samme tid som den sklir
D) Det er umulig å gi et svar uten å vite massen til kuben
E) Det er umulig å gi et svar uten å vite størrelsen til kuben



Oppgave 2. Fallende stang (teller 18 %)



Ei rett, homogen stang AB har masse M og lengde L. Stanga står på et plant, horisontalt underlag og danner vinkelen $\theta = \theta_0$ med vertikalretningen. Stanga holdes i ro med ei horisontal snor som er festa i enden A, som vist i figuren. Friksjonskrafta F_x i B er stor nok til å hindre at stanga glir mot underlaget. Tyngdens akselerasjon er g.

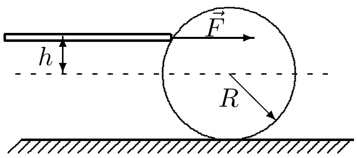
a. Finn snorkrafta F_s og kraftkomponentene F_x og F_y uttrykt med M, g og θ_0.

På et gitt tidspunkt kuttes snora. Straks etter faller stanga ved at den roterer fritt om endepunktet B. Friksjonen er stor nok til at endepunktet B ikke glir.

b. Finn uttrykk for stangas treghetsmoment for rotasjon om punktet B.

c. Bruk energibetraktning til å finne uttrykk for stangas vinkelhastighet $\omega = \dot{\theta}$ om punktet B når stanga danner vinkelen $\theta \geq \theta_0$ med vertikalretningen. Uttrykk svaret med g, L, θ_0 og θ.
TIPS: Kinetisk energi utgjøres kun av rotasjonsenergi om B.

Oppgave 3. Biljardslag (teller 15 %)



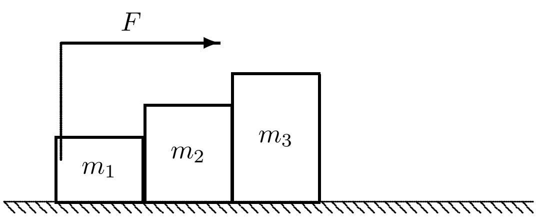
En kø (støtestokk) treffer ei biljardkule horisontalt i en høyde h over sentrum av kula. Anta støtet varer i ei kort tid Δt ved ei konstant støtkraft F som virker horisontalt og at det er stor nok friksjon slik at køen ikke glir på kuleoverflata. Kula er massiv med masse m, radius R og treghetsmoment $I = \frac{2}{5}mR^2$.
Støtet gir kula en translasjonshastighet v og en rotasjonshastighet ω (om massesenteret).

a. Sett først opp kraftstøtlovene for translasjon og for rotasjon og finn herfra v og ω uttrykt ved F og Δt og andre oppgitte størrelser. Vis at sammenhengen mellom v og ω kan uttrykkes $v = \omega \dfrac{I}{mh}$.

b. Hvor stort må forholdet h/R være for at kula skal rulle uten å gli/slure etter slaget?

Oppgave 4. Tre klosser (teller 18 %)
Du kan regne med tyngdens akselerasjon $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ i denne oppgaven.

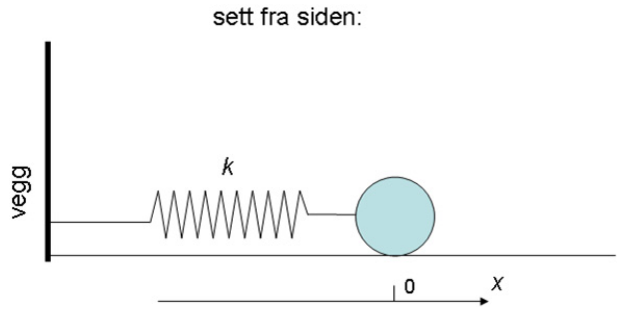
a. Tre klosser med masser $m_1 = 2{,}0$ kg, $m_2 = 3{,}0$ kg og $m_3 = 4{,}0$ kg er i kontakt med hverandre på ei friksjonsfri, horisontal overflate som vist i figuren. Ei horisontal kraft $F = 18$ N virker på m_1.
Tegn opp et kraftdiagram (alle krefter med angrepspunkt) på klossen m_2. Bestem deretter: Klossenes akselerasjon, resultantkrafta (nettokrafta) på hver kloss og horisontale kontaktkrefter mellom hver kloss.

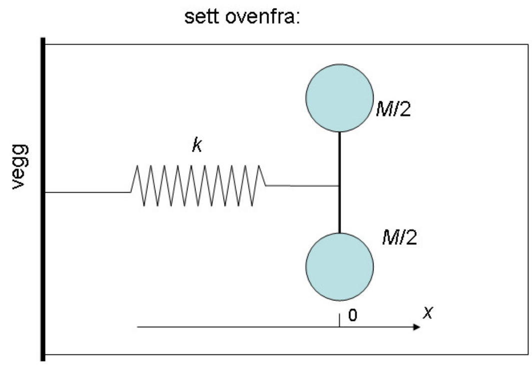


b. Krafta F og masser er uendra, men nå er (statisk og kinematisk) friksjonskoeffisient $\mu = 0,10$ mellom hver kloss og underlaget. Finn kontaktkrafta mellom kloss 2 og 3.

Oppgave 5. Svingesystem (teller 24 %)

Ei fjær med fjærkonstant $k = 200$ N/m er i ene enden festet til en vegg og andre enden til en aksling med to like kuler i hver ende. Kulene er massive med radius $R = 5,0$ cm og har samla masse $M = 1,00$ kg mens akslingen og fjæra kan regnes masseløse. Systemet med kulene og akslingen kan bevege seg på underlaget og det strammes opp til $x = x_0 = 0,10$ cm og slippes slik at det svinger fram og tilbake om $x = 0$. Svingingen skjer uten å slenge til sidene eller å rotere om noen vertikal akse, dvs. bevegelse bare i x-retning.





a. Anta først at kulene glir friksjonsfritt på underlaget. På grunnlag av Newtons 2. lov finn systemets bevegelseslikning, gjenkjenn denne som en udempet harmonisk svinging og finn herfra svingetida T_0 i sekunder.

I det følgende antar vi at det er tilstrekkelig friksjon mellom kulene og underlaget til at kulene med aksling under bevegelsen ruller uten å skli. Akslingen kan rotere fritt uten hindring av fjærfestet.

b. Tegn opp systemet sett fra siden i høyre ytterstilling og tegn her inn fjærkraft F og friksjonskraft F_f på kulene, med angrepspunkt, retning og omtrent riktige størrelser relativt hverandre.
I denne ytterstillingen vil systemet ha akselerasjon a mot venstre. Vis at friksjonskrafta må ha størrelse (sett bort fra retning) $F_\mathrm{f} = \frac{2}{5}Ma$ for at kulene ikke skal gli/slure.

c. Sett deretter opp Newtons 2. lov for systemet, vis at systemet svinger harmonisk og finn svingetida T for systemet. T skal kunne uttrykkes $T = \gamma\, T_0$, der γ er et dimensjonsløst tall og T_0 er svingetida funnet i a.

d. Hvor stor må friksjonskoeffisienten mellom kuler og underlag minst være dersom betingelsen om rein rulling i b og c skal være oppfylt gjennom heile svingingen?

FORMELARK.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbols betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene. I tillegg finnes en mengde definisjoner og formler i Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$g = 9,81\,\mathrm{m/s^2}$ Resten av konstantene hentes fra Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$\vec{F}(\vec{r},t) = \dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$, der $\vec{p}(\vec{r},t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}}$

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \qquad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \dfrac{1}{2}\vec{a}t^2 \qquad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a}\cdot(\vec{r}-\vec{r}_0)$

Konstant $\vec{\alpha}$: $\omega = \omega_0 + \alpha t \qquad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2 \qquad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\cdot(\theta-\theta_0)$

Arbeid $\mathrm{d}W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$ Kinetisk energi $E_\mathrm{k} = \dfrac{1}{2}mv^2$

$E_\mathrm{p}(\vec{r})$ = potensiell energi (f.eks. tyngde: mgh, fjær: $\frac{1}{2}kx^2$) Konservativ kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_\mathrm{p}(\vec{r})$

$|F_\mathrm{f}| \le \mu_\mathrm{s}\cdot F_\perp \qquad |F_\mathrm{f}| = \mu_\mathrm{k}\cdot F_\perp$ Luftmotstand o.l.: $\vec{F}_\mathrm{f} = -k_\mathrm{f}\vec{v}$

Massefellespunkt: $\vec{r}_\mathrm{cm} = \dfrac{1}{M}\sum_i \vec{r}_i m_i \to \dfrac{1}{M}\int \vec{r}\cdot\mathrm{d}m$

$v = r\omega$ Sentripetalaksel. $a_\mathrm{c} = -v\omega = -\dfrac{v^2}{r} = -\omega^2 r$ Baneaksel. $a_\mathrm{t} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$

Kraftmoment $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$ Statisk likevekt: $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma\vec{\tau}_i = \vec{0}$

Spinn (dreieimpuls) $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} \qquad \vec{\tau} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{L}$ Stive legemer: $\vec{L} = I\cdot\vec{\omega} \qquad \vec{\tau} = I\cdot\dfrac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}$

Kinetisk energi $E_\mathrm{k} = \dfrac{1}{2}I\,\omega^2$ der treghetsmoment $I = \sum_i m_i r_i^2 \to \int r^2\mathrm{d}m$

Massiv kule: $I_\mathrm{cm} = \dfrac{2}{5}MR^2$ Ring: $I_\mathrm{cm} = MR^2$ Sylinder/skive: $I_\mathrm{cm} = \dfrac{1}{2}MR^2$ Kuleskall: $I_\mathrm{cm} = \dfrac{2}{3}MR^2$

Lang, tynn stav: $I_\mathrm{cm} = \dfrac{1}{12}M\ell^2$ Parallellakseteoremet: $I = I_\mathrm{cm} + Md^2$

Gravitasjon: $\vec{F}(\vec{r}) = -G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r} \qquad E_\mathrm{p}(r) = -G\dfrac{M}{r}m$

Udempet svinging: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad T = \dfrac{2\pi}{\omega_0} \qquad f_0 = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Tyngdependel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2\sin\theta = 0,$ der $\sin\theta \approx \theta$ Fysisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mgd}{I}}$ Matematisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

Rakettlikningen: $\vec{F}_\mathrm{Y} + \vec{v}_\mathrm{rel}\cdot\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = m\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$ med $\vec{v}_\mathrm{rel} = \vec{u} - \vec{v}$