NTNU
Det skapende universitet

Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i
TFY4145 MEKANISK FYSIKK
FY1001 MEKANISK FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk v/Arne Mikkelsen,
Tlf.: 486 05 392 / 7359 3433

Eksamensdato: Fredag 15. august 2014
Eksamenstid: 09:00 - 13:00
Tillatte hjelpemidler (kode C):
Bestemt enkel godkjent kalkulator.
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
C. Angell og B. E. Lian: Fysiske størrelser og enheter.
Vedlagt formelark.

Annen informasjon:
1. Denne eksamen teller 90 % på endelig karakter, laboratorierapport 10 %. For studenter med laboratorium godkjent 2011 og før teller denne eksamen 100 %.

2. Prosenttallene i parantes etter hver oppgave angir hvor mye den i utgangspunktet vektlegges ved bedømmelsen.

3. Noen generelle faglige merknader:
- Se bort fra luftmotstand med mindre det er spesielt nevnt at luftmotstand skal tas hensyn til.
- Se bort fra rullemotstand ved rein rulling, dvs. ingen energitap pga. rulling.
- Symboler er angitt i kursiv (f.eks. m for masse), mens enheter angis uten kursiv (f.eks. m for meter).
- $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$, $\hat{\mathbf{k}}$, $\hat{\mathbf{r}}$ og $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y-, z-, r- og θ-retning.
- Ved tallsvar kreves både tall og enhet.

4. I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**
Svar på flervalgsspørsmål i Oppgave 1 skriver du på første innleveringsark i en tabell liknende den følgende:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
Mitt svar:										

5. Oppgavene er utarbeidet av Arne Mikkelsen.

Målform/språk: Bokmål.
Antall sider (inkludert denne forsida): 6.
Antall sider vedlegg: 2.

Kontrollert av:

Dato Sign

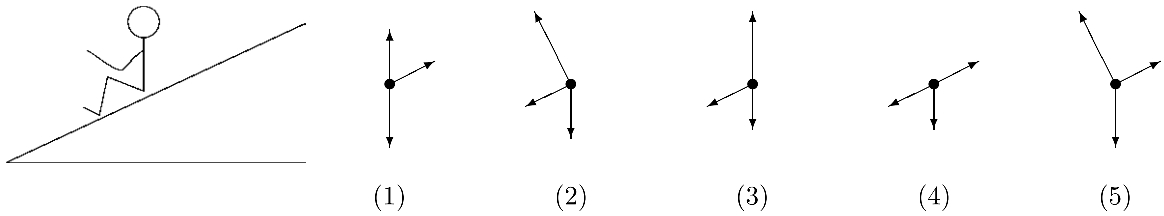
Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

(blank side)

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 30 %)

a. En student sklir med konstant fart nedover et skråplan. Kraftdiagrammet som best representerer kreftene på studenten er

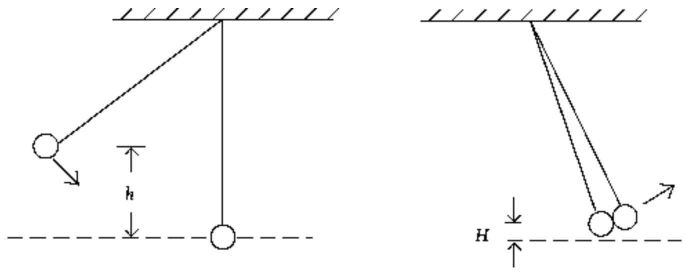
A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



b. En massiv sylinder ruller langs et horisontalt golv med fart v. Sylinderens kinetiske energi er
A) $\frac{1}{4}\,mv^2$
B) $\frac{1}{2}\,mv^2$
C) $\frac{3}{4}\,mv^2$
D) mv^2
E) $\frac{5}{4}\,mv^2$

c. To like kuler henger i hver si snor med lik lengde. Éi kule blir sluppet fra en høyde h over bunnpunktet og treffer den andre kula på laveste punkt i banen. Under kollisjonen (støtet) festes de to kulene til hverandre og beveger seg videre sammen. Hvilke(n) størrelse(r) er konstant under støtet? (Her er E total kinetisk energi, p total bevegelsesmengde og L totalt spinn om snorenes festepunkt i taket.)

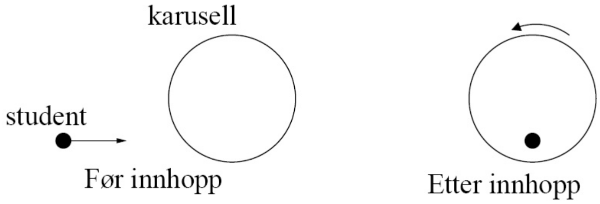
A) E, p og L
B) E og p
C) p og L
D) E og L
E) Bare p



d. Vi betrakter samme kuler og størrelser som i oppgaven ovenfor. Etter kollisjonen når de sammenfestede kulene opp til en felles høyde H som er gitt av
A) $3h/4$
B) $h/4$
C) $h/2$
D) h
E) Ingen av svarene er korrekte.

e. En student tar fart og hopper på en karusell som dermed begynner å rotere (tilnærmet friksjonsfritt) omkring en aksling som står fast i bakken, og som passerer gjennom karusellens sentrum. For systemet karusell + student, hvilke(n) størrelse(r) endrer seg *ikke* fra før til etter studentens innhopp på karusellen? (Her er E systemets energi, p systemets bevegelsesmengde og L systemets spinn mhp. en akse gjennom karusellens sentrum.)

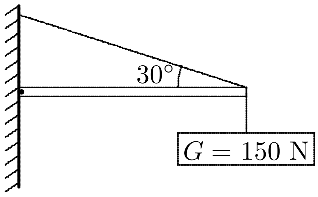
A) Bare L
B) L og E
C) L og p
D) L, E og p
E) Bare p



f. Et legeme som beveger seg med konstant banefart i en sirkel
A) Har ingen akselerasjon
B) Har ingen endring i hastighet
C) Har ingen resultantkraft som virker på seg
D) Har ingen arbeid gjort på seg
E) Er beskrevet ved alle utsagn ovenfor.

g. Et skilt med vekt 150 N holdes oppe av en horisontal bjelke og et skrått tau, som vist i figuren. Bjelken har jamn tykkelse og vekt 100 N og er hengslet ved veggen. Strekkrafta i tauet har størrelse (med tre siffers nøyaktighet)

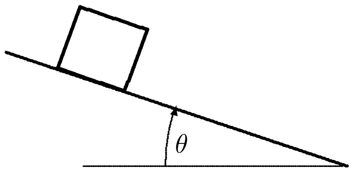
A) 150 N
B) 300 N
C) 400 N
D) 346 N
E) 200 N



h. Et sykkelhjul, ei massiv kule og ei hul kule (kuleskall) slippes på toppen av et langt skråplan og ruller nedover uten rullemotstand og uten å skli. Anta det vesentlige av hjulets masse er samla i felgen/dekket. Hvilket legeme har den største farten v ved bunnen av skråplanet og hvilken har den minste?
A) Hjulet har minst, den massive kula har størst
B) Hjulet har minst, den hule kula har størst
C) Den hule kula har minst; den massive kula har størst
D) Den hule kula har minst; hjulet har størst
E) Kan ikke avgjøre uten å ha opplysninger om legemenes masse
Tips: Treghetsmoment for de tre legemer i formelark.

i. En massiv kube (terning) med jamn tetthet er plassert på et skråplan. Friksjonskoeffisientene mellom kuben og underlaget er $\mu_k = 0,45$ and $\mu_s = 0,65$. Når skråplanvinkelen blir økt (se figuren), vil kuben først begynne å skli eller vil den først tippe over?

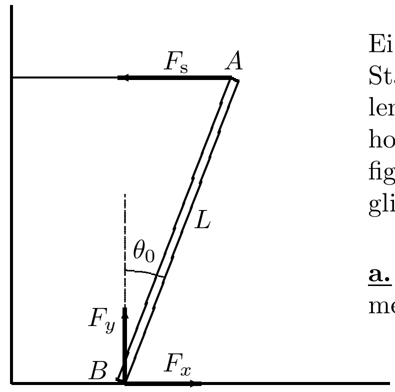
A) Den vil først tippe over
B) Den vil først begynne å skli
C) Den vil tippe over på samme tid som den sklir
D) Det er umulig å gi et svar uten å vite massen til kuben
E) Det er umulig å gi et svar uten å vite størrelsen til kuben



j. Et legeme svinger harmonisk ifølge likningen $x(t) = \frac{2\,\text{m}}{\pi} \cdot \sin\left(4\pi\text{s}^{-1}\,t + \pi/6\right)$. Ved tida $t = 2$ s er hastigheten til legemet

A) 2/3 m/s
B) $1/\pi$ m/s
C) $2/\pi$ m/s
D) 4 m/s
E) $4\sqrt{3}$ m/s

Oppgave 2. Fallende stang (teller 30 %)



Ei tynn, rett, homogen stang AB har masse M og lengde L. Stanga står på et plant, horisontalt underlag og danner vinkelen $\theta = \theta_0$ med vertikalretningen. Stanga holdes i ro med ei horisontal snor som er festa i enden A og i veggen, som vist i figuren. Friksjonskrafta F_x i B er stor nok til å hindre at stanga glir mot underlaget. Tyngdens akselerasjon er g.

a. Finn snorkrafta F_s og kraftkomponentene F_x og F_y uttrykt med M, g og θ_0.

b. Hvor stor må den statiske friksjonskoeffisienten μ_s minst være for at stanga ikke skal gli mot underlaget når $\theta_0 = 30°$?

På et gitt tidspunkt kuttes snora. Straks etter faller stanga ved at den roterer fritt om endepunktet B. Friksjonen er stor nok til at endepunktet B ikke glir.

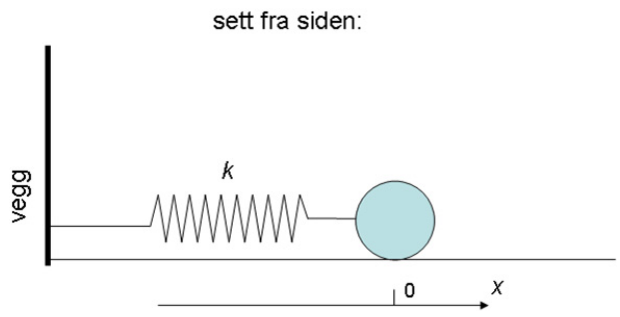
c. Finn uttrykk for stangas treghetsmoment for rotasjon om punktet B.

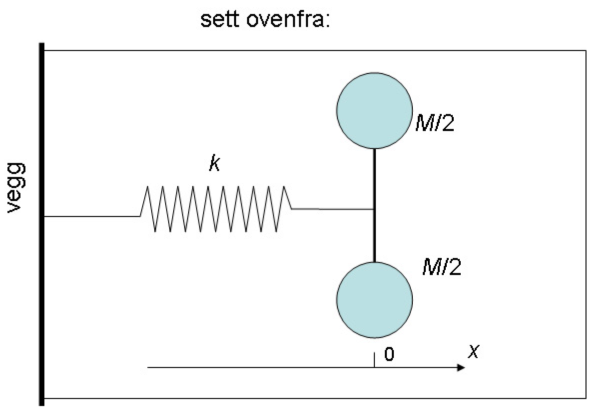
d. Bruk Newtons 2. lov for rotasjon (spinnsatsen) til å finne stangas vinkelakselerasjon, α, om punktet B når stanga danner vinkelen $\theta \geq \theta_0$ med vertikalretningen, uttrykt med g, L og θ.

e. Bruk energibetraktning til å finne uttrykk for vinkelhastigheten $\omega = \dot{\theta}$ ved vinkelen θ.
TIPS: Kinetisk energi utgjøres kun av rotasjonsenergi om B.

Oppgave 3. Svingesystem (teller 20 %)

Ei fjær med fjærkonstant $k = 200$ N/m er i ene enden festa til en vegg og andre enden festa midt på en aksling med to like kuler i hver ende av akslingen. Kulene er massive med samla masse $M = 1,00$ kg mens akslingen og fjæra kan regnes masseløse. Hver kule har radius $R = 5,0$ cm. Systemet med kulene og akslingen kan bevege seg på underlaget og det strammes opp til $x = x_0 = 0,100$ m og slippes slik at det svinger fram og tilbake om $x = 0$. Svingingen skjer uten å slenge til sidene eller å rotere om noen vertikal akse, dvs. bevegelse bare i x-retning. Når akslingen roterer skjer dette fritt uten hindring av fjærfestet.





a. Anta først at kulene glir friksjonsfritt på underlaget. På grunnlag av Newtons 2. lov finn systemets bevegelseslikning, gjenkjenn denne som en udempet harmonisk svinging og finn herfra svingetida T_0 i sekunder.

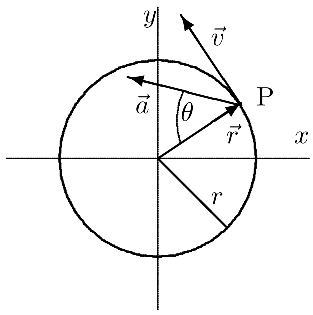
I det følgende antar vi at det er tilstrekkelig friksjon mellom kulene og underlaget til at kulene med aksling under bevegelsen ruller uten å skli.

b. Tegn opp systemet sett fra siden i høyre ytterstilling ($x = x_0$) og tegn her inn fjærkraft F og friksjonskraft F_f på kulene, med angrepspunkt, retning og omtrent riktige størrelser relativt hverandre.

c. På grunnlag av Newtons 2. lov for translasjon, finn systemets bevegelseslikning. Gjenkjenn denne som en udempa harmonisk svinging og finn herfra svingetida T i sekunder.

OPPGITT: I høyre ytterstilling vil friksjonskrafta ha størrelse (sett bort fra retning) $F_\mathrm{f} = \frac{2}{5}Ma$ der a er systemet akselerasjon a. Dette kan du bruke uten bevis.

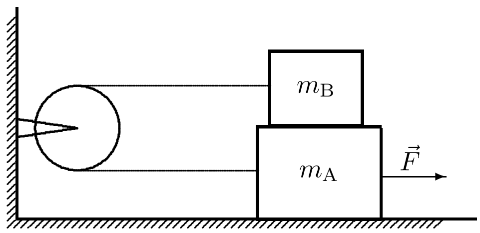
Oppgave 4. Sirkelbevegelse (teller 8 %)



En partikkel beveger seg i en sirkelbane med radius $r = 3,00$ m. I posisjonen P, som vist i figuren, er absoluttverdien av partikkelens akselerasjon gitt ved verdien $|\vec{a}| = 18,0\,\mathrm{m/s^2}$. Akselerasjonsvektoren $\vec{a}$, danner vinkelen $(180° - \theta)$ med posisjonsvektoren $\vec{r}$ til P. Vinkelen $\theta = 48,2°$.

Når partikkelen er i posisjon P: Finn sentripetalakselerasjonen og tangentialakselerasjonen og bestem deretter banefarten $v = |\vec{v}|$ (alle tallsvar).

Oppgave 5. Klosser (teller 12 %)



De to klossene, A og B, i figuren har masse henholdsvis m_A = 5,00 kg og m_B = 3,00 kg. Kloss B er plassert oppå kloss A. Kloss A ligger på et horisontalt underlag. Statisk friskjonskoeffisient mellom kloss A og B samt mellom kloss A og underlaget er $\mu_\mathrm{s} = 0,600$. De to klossene er forbundet med en masseløs stram snor som ligger over en ideell masseløs og friksjonsløs trinse.

På massen A virker ei kraft $\vec{\boldsymbol{F}}$ i retning som angitt i figuren.

Tegn inn alle krefter som virker i horisontal retning på kloss A og B. Hva er den minste verdien av krafta $F = |\,\vec{\boldsymbol{F}}\,|$ som trengs for å bevege de to klossene?

Vedlegg: FORMELLISTE.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

Nødvendige konstanter hentes fra Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$\vec{F}(\vec{r},t) = \dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$, der $\vec{p}(\vec{r},t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}}$ $\quad \vec{F} = m\vec{a}$

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \dfrac{1}{2}\vec{a}t^2 \quad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a}\cdot(\vec{r} - \vec{r}_0)$

Arbeid $\mathrm{d}W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s} \qquad W_{12} = \displaystyle\int_1^2 \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$

Kinetisk energi $E_\mathrm{k} = \dfrac{1}{2}mv^2$ Potensiell energi $E_\mathrm{p}(\vec{r})$, tyngde: $E_\mathrm{p}(h) = mgh$, fjær: $E_\mathrm{p}(x) = \frac{1}{2}kx^2$

$E = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 + E_\mathrm{p}(\vec{r}) + \text{friksjonsarbeide} = \text{konstant}$

Konservativ kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_\mathrm{p}(\vec{r})$ Éndim: $F_x = -\dfrac{\partial}{\partial x}E_\mathrm{p}(x,y,z)$ f.eks. Hookes lov (fjær): $F_x = -kx$

Tørr friksjon: Statisk: $|F_\mathrm{f}| \le \mu_\mathrm{s} F_\perp$, kinetisk: $|F_\mathrm{f}| = \mu_\mathrm{k} F_\perp$

Våt friksjon (luft/vann): $\vec{F}_\mathrm{f} = -k_\mathrm{f}\vec{v}$ (liten v) $\quad \vec{F}_\mathrm{f} = -bv^2\hat{v}$ (stor v)

Massefellespunkt: $\vec{r}_\mathrm{cm} = \dfrac{1}{M}\displaystyle\sum_i \vec{r}_i m_i \to \dfrac{1}{M}\int \vec{r}\cdot\mathrm{d}m \qquad M = \sum m_i$

Kraftimpuls: $\int_{\Delta t}\vec{F}(t)\mathrm{d}t = m\Delta\vec{v}$ Alle støt: $\sum \vec{p}_i = \text{konstant}$ Elastisk støt: $\sum E_{\mathrm{k},i} = \text{konstant}$

Vinkelhastighet $\vec{\omega} = \omega\,\hat{\omega} \quad |\,\vec{\omega}\,| = \omega = \dot{\theta}$ Vinkelakselerasjon $\vec{\alpha} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t} \quad \alpha = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \ddot{\theta}$

Konstant $\vec{\alpha}$: $\omega = \omega_0 + \alpha t \quad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2 \quad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\cdot(\theta - \theta_0)$

Sirkelbev.: $v = r\omega$ Sentripetalaks.: $\vec{a}_\mathrm{c} = -v\omega\,\hat{\mathbf{r}} = -\dfrac{v^2}{r}\,\hat{\mathbf{r}} = -r\omega^2\,\hat{\mathbf{r}}$ Baneaks.: $a_\mathrm{t} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\,\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = r\,\alpha$

Kraftmoment (dreiemoment) om origo: $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$ Arbeid: $\mathrm{d}W = \tau\mathrm{d}\theta$

Betingelser for statisk likevekt: $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma\vec{\tau}_i = \vec{0}$, uansett valg av referansepunkt for $\vec{\tau}_i$

Spinn (dreieimpuls) og spinnsatsen: $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} \quad \vec{\tau} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{L}$ Stive legemer: $\vec{L} = I\cdot\vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I\cdot\dfrac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}$
der treghetsmoment $I \stackrel{\text{def}}{=} \sum m_i r_i^2 \to \int r^2\mathrm{d}m$ med r = avstanden fra m_i ($\mathrm{d}m$) til rotasjonsaksen.

Rotasjonsenergi: $E_{\mathrm{k,rot}} = \frac{1}{2}I\,\omega^2$,

Med rotasjonsaksen gjennom massemiddelpunktet: $I \to I_0$, og da gjelder:
massiv kule: $I_0 = \frac{2}{5}MR^2$ kuleskall: $I_0 = \frac{2}{3}MR^2$ sylinder/skive: $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$
åpen sylinder/ring: $I_0 = MR^2$ lang, tynn stav: $I_0 = \frac{1}{12}M\ell^2$

Parallellakseteoremet (Steiners sats): $I = I_0 + Md^2$

Legemer som har translasjon og rotasjon: $\vec{L} = \vec{R}_\mathrm{cm}\times M\vec{V} + I_0\vec{\omega}$, $\quad E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I_0\,\omega^2$

Gravitasjon: $\vec{F}(\vec{r}) = -G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$ $\quad E_{\rm p}(r) = -G\dfrac{M}{r}m$

Udempa svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\quad T = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$ $\quad f_0 = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$ $\quad$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Tyngdependel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0$, der $\sin\theta \approx \theta$ $\quad$ Fysisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mgd}{I}}$ $\quad$ Matematisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

Dempa svingning: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\quad$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ $\quad \gamma = b/(2m)$

$\gamma < \omega_0$ Underkritisk dempa: $x(t) = A\,\mathrm{e}^{-\gamma t}\cos(\omega_{\rm d} t + \phi)$ $\quad$ med $\omega_{\rm d} = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

$\gamma > \omega_0$ Overkritisk dempa: $x(t) = A^{+}\mathrm{e}^{-\alpha^{(+)}t} + A^{-}\mathrm{e}^{-\alpha^{(-)}t}$ $\quad$ med $\alpha^{(\pm)} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

eller $\quad x(t) = A\,\mathrm{e}^{-\gamma t}\cosh(\beta t + \phi)$ $\quad$ med $\beta = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

Tvungen svingning: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0\cos\omega t$, med (partikulær)løsning når $t \gg \gamma^{-1}$:

$x(t) = A_0\cos(\omega t - \delta)$, der $\quad A_0(\omega) = \dfrac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}$ $\quad \tan\delta = \dfrac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$

"Rakettlikningen": $m(t)\,\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}_{\rm Y} + \beta\vec{u}_{\rm ex}$ $\quad$ der $\beta = \dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$ og $\vec{u}_{\rm ex}$ = utskutt masses hastighet relativ hovedmasse

Gauss' feilforplantningslov: $(\Delta q)^2 = \displaystyle\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial q}{\partial a_i}\,\Delta a_i\right)^2$

Middelverdi (gjennomsnittsverdi): $\overline{x} = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{i=1}^{N} x_i$

Standardavvik (feil i enkeltmåling): $\delta_x = \sqrt{\left(\dfrac{1}{N-1}\displaystyle\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2\right)}$

Standardfeil (feil i middelverdi): $\delta_{\overline{x}} = \dfrac{\delta_x}{\sqrt{N}}$