NTNU
Det skapende universitet

Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i FY1001 Mekanisk Fysikk

Faglig kontakt under eksamen: Ragnvald Mathiesen

Tlf.: 97692132

Eksamensdato: 14.12.2016

Eksamenstid (fra-til): 09:00-13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: **C (Godkjent lommekalkulator; Rottmann: Matematisk Formelsamling; Angell og Lian: Fysiske størrelser og enheter)**

Annen informasjon: Kun et av svarene på hver av de 40 oppgavene er rett. Du krysser av **et** av svaralternativene A-E i tabellen. Riktig svar gir 2.5 poeng, feil svar, ingen svar eller flere svar gir 0 poeng. Husk å skrive emnekode og kandidatnummer i boksene over svartabellen.

Oppgavesettet er utarbeidet av Ragnvald Mathiesen. Sensurfrist 14. Jan.

Målform/språk: Bokmål

Antall sider med oppgaver: 11

Antall sider med formler: 5

Antall sider med svartabell: 1

I alt 18 sider, inkludert forsidearket

Kontrollert av:

____

Dato Sign

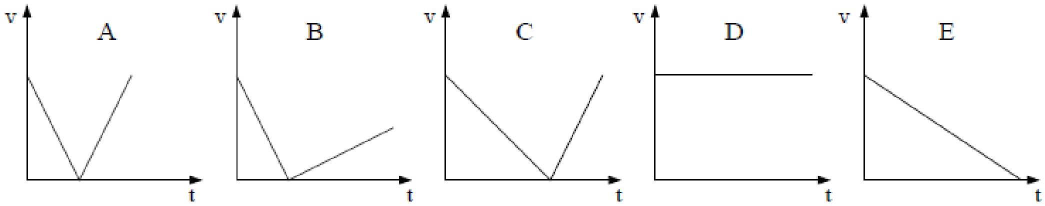
1) En golfspiller slår ut ballen med en utgangsvinkel på 15º i forhold til et plant underlag. Om du ser bort fra luftmotstand: Hva må utgangshastigheten være for at ballen skal gå 250 m?

   A) 99 m/s B) 70 m/s C) 68 m/s D) 63 m/s E) 55 m/s

2) Et legeme med masse M_1 beveger seg friksjonsløst på ei rettlinja skinne med hastighet v og kolliderer med et annet legeme M_2 som er i ro på skinna. Etter kollisjonen beveger M_1 og M_2 seg sammen som et legeme med hastighet:

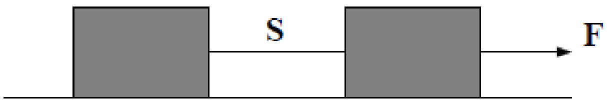
   A) v B) M_1v C) $(M_1 + M_2)v/M_1$ D) $M_1v/(M_1 + M_2)$ E) M_1v/M_2

3)



En kloss sendes oppover et skråplan med starthastighet v_0. Den sklir et stykke oppover planet, før den snur og sklir ned igjen. Det er friksjon mellom klossen og skråplanet. Hvilken av figurene over viser absoluttverdien av klossens hastighet *v* som funksjon av tiden *t* ?

4)



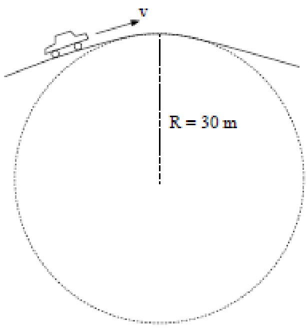
To kasser med like store masser, m, er festet til hverandre med ei tynn snor med lengde l og jevn lineær massetetthet μ =b·m/l, der b er en dimensjonsløs konstant. Du drar i kassen til høyre med en kraft F, som vist i figuren, slik at kassene beveger seg (friksjonsløst) mot høyre med akselerasjon a. Hva blir snordraget på kassen til venstre?

A) S=ma B) S=(2+b)ma C) S=2ma/(1+b) D) S=(1+b)ma E) S=2(1+b)ma

5) En fotball har masse 400 g, og diameter 22 cm. Friksjonskraften (luftmotstanden) ved ikke for lave hastigheter, *v*, vil være på formen $-Dv^2\hat{\mathbf{v}}$ med D = 0.0115 kg/m. Fotballen sparkes ut fra toppen av Eiffeltårnet og oppnår maksimal hastighet v_t (terminalhastighet) før den treffer bakken. Hvor stor er v_t?

A) 18.5 m/s B) 23.2 m/s C) 32.1 m/s D) 44.4 m/s E) 54.9 m/s

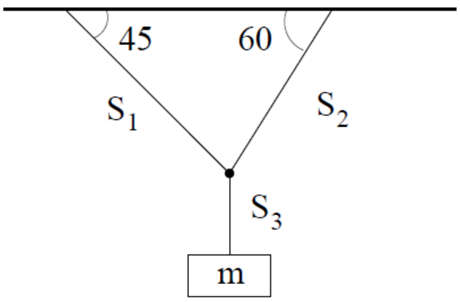
6)



En bil kjører over en bakketopp med krumningsradius 30 m. Hvor stor fart kan bilen ha idet den passerer bakketoppen uten å miste kontakten med underlaget?

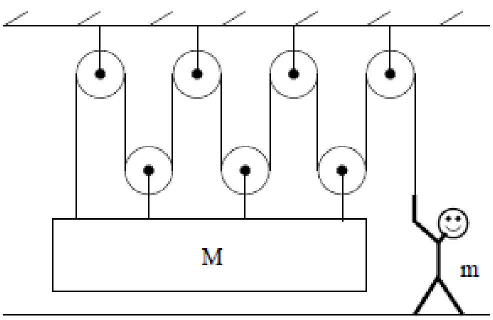
A) 7 m/s B) 11 m/s C) 14 m/s D) 17 m/s E) 20 m/s

7) En masse m er hengt opp i tre tilnærmet masseløse snorer, som vist i figuren. Snor 1 og snor 2 danner vinkler på henholdsvis 45º og 60º med horisontalplanet, mens snor 3 faller langs loddlinja. Hva er innbyrdes forhold mellom snordragene?



A) $S_1=S_2=S_3$ B) $S_1=S_2<S_3$ C) $S_2<S_1<S_3$ D) $S_3< S_2<S_1$ E) $S_1< S_2<S_3$

8)



Anta at det tilnærmet masseløse tauet kan gli uten friksjon over taljene i figuren. Hvor tung kasse (inklusive de tre taljene festet til kassa) kan personen løfte før hun mister kontakten med underlaget?

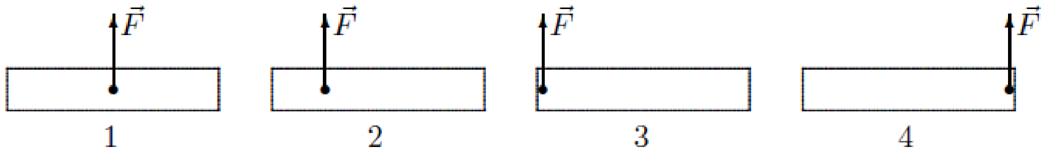
A) M < m B) M < 3m C) M < 4m D) M< 7m E) M< 8m

9) Ved utskipningshavnen til Yaras fabrikker i Porsgrunn, lagres ferdigprodusert kunstgjødsel i siloer. Lasting i bulk-skip (tankbåter) foregår ved at kunstgjødsel slippes ut fra en trakt i bunnen av siloen, ned på et transportband som frakter gjødsla direkte til skipets lasterom.

Anta at transportbandet beveger seg horisontalt (normalt på tyngdekrafta) med hastighet v=2 m/s, og at gjødseltilførselen til bandet har en fast rate på 1.5 kg/s. Hvilken effekt må du tilføre til maskineriet som driver transportbandet for at hastigheten v skal kunne holdes konstant?

A) 1 W B) 6 W C)10 W D) 60 W E)100 W

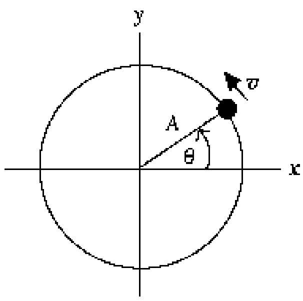
10) Figuren viser fire like staver som utsettes for samme ytre nettokraft, $\vec{F}$. Hva kan du si om akselerasjonen $a_i = |\vec{a}_i|$ i stavens massesenter for de fire tilfellene $i = 1,..,4$?



A) $a_1 > a_2 > a_3 = a_4$ B) $a_1 < a_2 < a_3 = a_4$ C) $a_1 = a_2 > a_3 = a_4$

D) $a_1 > a_2 > a_3 > a_4$ E) $a_1 = a_2 = a_3 = a_4$

11)



Legemet i figuren er i uniform sirkelbevegelse. Posisjonen ved tiden t=0 var (A,0), og bevegelsen har periodisitet T=1/f, der f er frekvensen. Hva blir uttrykket for y(t) ?

A) $y(t) = y_0 + v_{0y}t + ½ at^2$ B) $y(t) = A \cos(2\pi ft)$ C) $y(t) = A \sin(ft)$

D) $y(t) = A \cos(ft)$ E) $y(t) = A \sin(2\pi ft)$

12) I følge kvantekromodynamikken vil kraften som holder kvarkene sammen i en kjernepartikkel øke når avstanden mellom de individuelle kvarkene øker.

Hvilken av de noe forenklede modellene under vil kunne gi den mest riktige klassiske tilnærmingen til et slikt scenario?

A) Kvarkene henger sammen med ikke-tøybare strenger
B) Kvarkene beveger seg uavhengig av hverandre
C) Kvarkene henger sammen med elastiske strenger
D) Kraften mellom par av kvarker har en $1/r^2$-avhengighet, som tyngdekraften
E) Den potensielle energien mellom kvarkene avtar med avstanden mellom dem.

13) En miljøvennlig trikk drives ved å utnytte den kinetiske energien i ei roterende kompakt metallskive. Skiva har diameter 150 cm og masse 1200 kg. Hva er skivas kinetiske energi når den gjør 3000 omdreininger pr minutt?

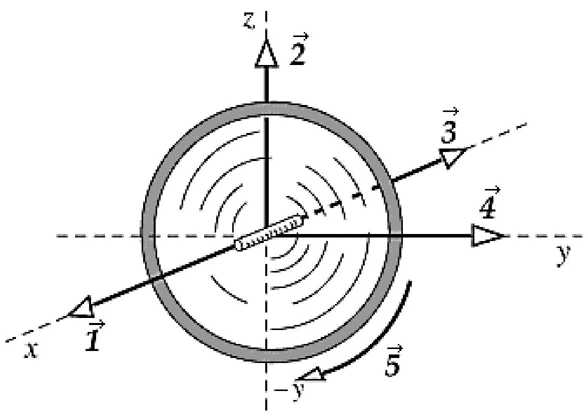
A)17 J B) 17 kJ C) 17 MJ D) 17 GJ E) 17 TJ

14) I en forenklet modell av jordkloden, kan planeten vår betraktes som et kuleformet stivt legeme, i form av en kompakt homogen sfære med homogen massetetthet. Vi antar alt flytende vann inngår i det stive legemet, og at vannet er fordelt som et tynt overflatesjikt med uniform tykkelse.

Dersom vi tenker oss at alt vannet plutselig fryser til is, vil jordradien ekspandere isotropt (symmetrisk om massesenteret). Om ekspansjonen er 0.0017 %, hvilken innvirkning ville dette ha på døgnets lengde ?

A) 2.94 s lengere B) 1.47 s lengere C) Ingen endring D) 1.47 s kortere E) 2.94 s kortere

15)



Et hjul roterer om x-aksen, med klokka, som vist i figuren. En ytre kraft virker på hjulet. Langs hvilken av de angitte retningene må dreiemomentet $\vec{\tau}$ fra denne krafta være rettet dersom rotasjonen skal bremses opp?

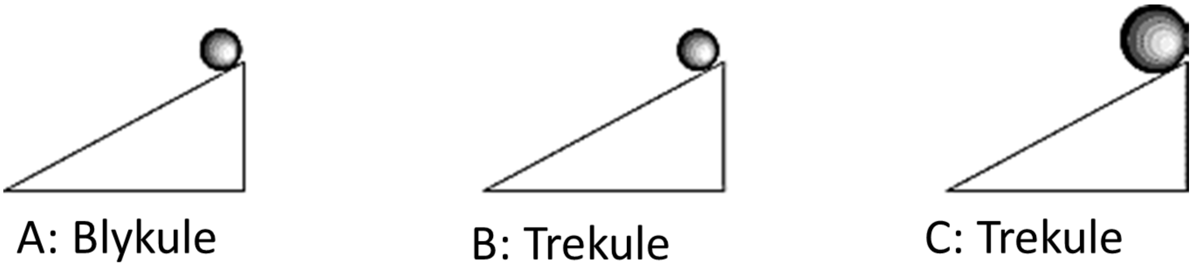
A) $\vec{1}$ B) $\vec{2}$ C) $\vec{3}$ D) $\vec{4}$ E) $\vec{5}$

16) En massiv sylinder med treghetsmoment I om massesenteret ruller ned et skråplan med en viss vinkel θ med horisontalplanet. Startfarten er null og etter en viss strekning har

den fått vinkelhastighet ω. Hvis sylinderen ikke sklir mot underlaget, hvilken av følgende påstander er sann?

A) Siden sylinderen begynner å rotere, må dreiemomentet stå vinkelrett på dreieimpulsen
B) Fordi sylinderen ikke sklir, kan bevegelsen betraktes som en rein rotasjon om en akse gjennom sylinderens massesenter.
C) Det er bare tyngdekraften og friksjonskraften som gjør positivt arbeid på sylinderen.
D) Den kinetiske energien er $\frac{1}{2}I\omega^2$
E) Friksjonskraften fra underlaget på sylinderen må være rettet nedover skråplanet for å sette i gang rullebevegelsen.

17)

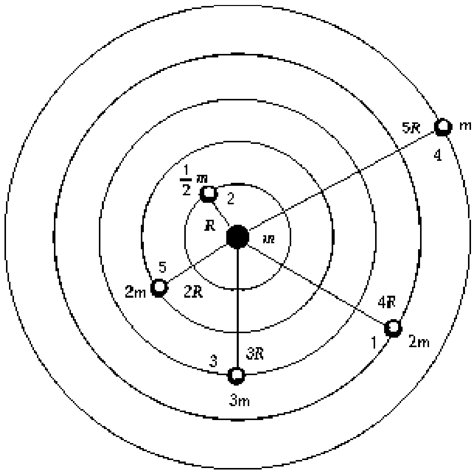


Tre kompakte, homogene kuler plasseres på hvert sitt identiske skråplan (samme materiale og helningsvinkel), se figur. Kulene slippes og ruller ned skråplanet (ren rulling). Dersom det ikke er noen friksjonstap (mot underlag eller luft), hvilket av utsagnene under gir riktig bilde av hastigheten til kulene ved bunnen av skråplanet? (r_A=r_B <r_c)

A) $v_A = v_B = v_C$ B) $v_A > v_B$; $v_A > v_C$ C) $v_A < v_C$; $v_B < v_C$

D) $v_A < v_B$; $v_B < v_C$ E) $v_A = v_B$; $v_B < v_C$

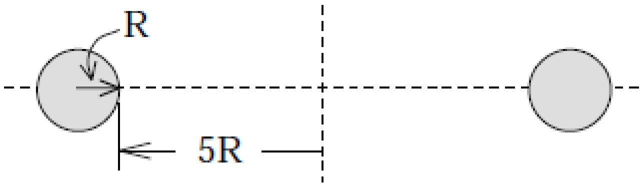
18)



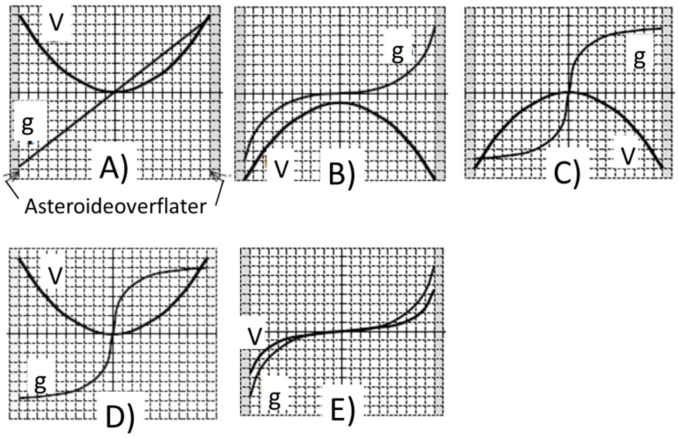
Figuren viser 5 planetmasser, nummerert 1-5 i konsentriske sirkulære omløp om en sentralmasse m i origo. Hvilken av de 5 planetene har kortest omløpstid?

A) 1   B) 2   C) 3 D) 4   E) 5

19) To asteroider, begge med masse M og radius R, kretser om hverandre på en slik måte at den radielle avstanden mellom massesenterene er konstant lik 12 R, slik at avstanden fra overflate til overflate er 10 R (se figur).



Dersom en *tenkt masse m* forflyttes fra overflaten til den venstre asteroiden over til overflata av den høyre asteroiden, hvilken av grafene under vil gi den beste beskrivelsen av gravitasjonsfeltet $\vec{g}$ over radiellavstanden mellom asteroidene, samt potensialet assosiert med dette feltet?



20) En masse på 0.5 kg henger i en masseløs fjær med fjærkonstant 79 N/m. Massen trekkes ut til en posisjon -0.1 m i negativ retning, nedover fra likevektsposisjonen, og slippes ved tiden t=0.

Hvilken av funksjonene under beskriver massens posisjon $y(t)$, relativt til likevekstposisjonen?

A) $y(t) = 0.1\cos(158t - \pi)$ B) $y(t) = 0.1\cos(12.6t + \frac{\pi}{2})$ C) $y(t) = 0.2\cos(12.6t + \pi)$
D) $y(t) = 0.1\cos(12.6t - \pi)$ E) $y(t) = 0.2\cos(158t - \pi)$

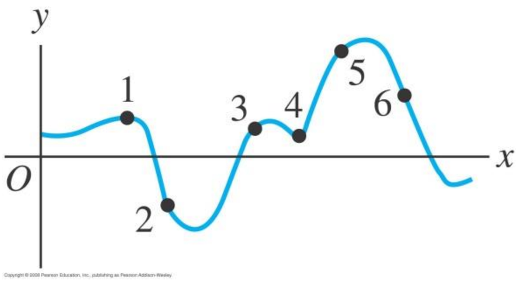
21) En masse på 20 g er festet til ei fjær med fjærkonstant 20 N/m. Fjæra strekkes med 2.0 cm og klossen slippes, med null starthastighet. Klossen utfører deretter dempede svingninger med dempingskoeffisient b = 0.020 Ns/m, der dempingskraften er proporsjonal med klossens hastighet. Hvor mange hele perioder svinger klossen før utsvingsamplituden er redusert til 0.4 cm?

A)16175 B) 1618 C) 162 D) 16 E) 2

22) Til hvilken verdi må dempingskoeffisienten b justeres i oppgave 21 dersom systemet skal være kritisk dempet?

A) 0.5 Ns/m B) 0.8 Ns/m C) 1.3 Ns/m D) 1.8 Ns/m E) 2.3 Ns/m

23) En bølge $y(x,t)$ forplanter seg på en streng i positiv x-retning. Et øyeblikksbilde av bølgen ved tiden $t=t_1$ er vist i figuren.



Hvilke av de angitte massepunktene langs strengen har partikkelhastighet langs positiv y ved tiden $t=t_1$?

A) Punkt 1, 3 og 5.
B) Punkt 1, 3, 4, 5 og 6.
C) Punkt 1,3, 4 og 5.
D) Punkt 3 og 5.
E) Punkt 2 og 6.

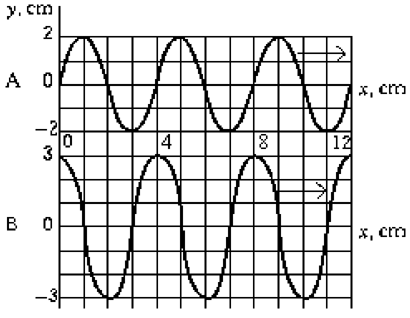
24) En høyttaler sender ut en lydbølge med frekvens 1 kHz. Høyttaleren slippes fra taket av et høybygg. Hvordan oppfattes lydfrekvensen for en stasjonær lytter på toppen av bygget?

A) Frekvensen forblir 1 kHz.
B) Frekvensen blir høyere enn 1 kHz, men varierer ikke med tiden
C) Frekvensen blir høyere enn 1kHz, og øker med tiden
D) Frekvensen blir lavere enn 1 kHz, men varierer ikke med tiden
E) Frekvensen blir lavere enn 1 kHz, og avtar med tiden

25) En planbølge har bølgetallsvektor $\vec{k} = 3\hat{x} + 5.1\hat{y} - 2.1\hat{z}$ målt i m^{-1}. Hva er avstanden mellom bølgetoppene i bølgens forplantningsretning?

A) 10 m B) 3.0 m C) 1.3 m D) 1.0 m E) 0.3 m

26) To bølger med lik frekvens forplanter seg i positiv x-retning (se figuren). Forholdstallet mellom effekten i bølgene, P_A/P_B, er:

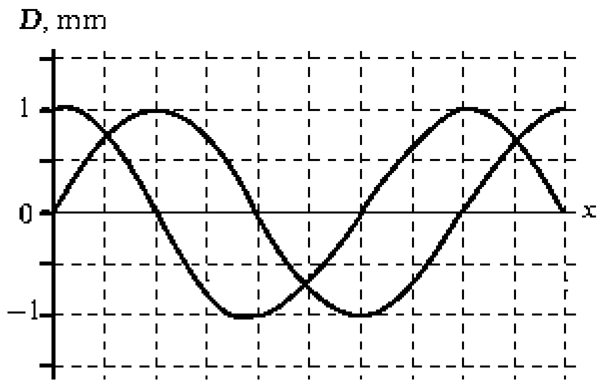


A) 4/9 B) 2/3 C) $\sqrt{2}/\sqrt{3}$ D) 1 E) 9/4

27) En fiolinist stemmer A strengen på fiolinen sin ved å benytte seg av svevebeats når strengen spilles samtidig med en stemmegaffel med frekvens 440 Hz. Hva er frekvensen til grunntonen av den ustemte A-strengen dersom fiolinisten hører en svevebeatfrekvens på 4 Hz, og legger merke til at beatfrekvensen avtar når strengen strammes?

A) 436 Hz B) 438 Hz C) 442 Hz D) 444 Hz E) 448 Hz

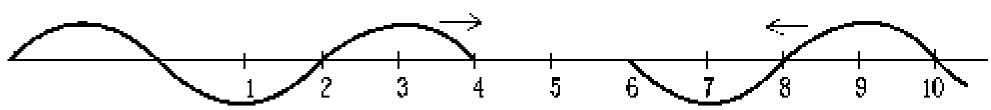
28)



Figuren viser to bølger som forplanter seg i positiv x-retning. Amplituden til resultantbølgen (summen av de to) vil være

A) 2.0 mm B) 1.8 mm C) 1.4 mm D) 1.0 mm E) 0.72 mm

29)



To harmoniske bølger forplanter seg langs en streng i motsatt retning, men med samme hastighet og bølgelengde. Hvilke av punktene i figuren vil gi et komplett regnskap over nodene for den resulterende stående bølgen?

A) 2, 4, 6, 8 og 10. B) 2, 6 og 10. C) 1, 5 og 9. D) 3 og 7. E) 1,3,5,7 og 9.

30) I et interferensforsøk med to identiske koherente punktkilder med bølgelengde $\lambda = 500$ nm, måler du konstruktiv interferens suksessivt utover fra n = 0,..,4 i vinkelposisjonene $\theta = 0^\circ, 9.5^\circ, 19.4^\circ, 30^\circ, 41.8^\circ$. Hva er avstanden mellom bølgekildene?

A) 10.0 μm B) 5.0μm C) 3.0 μm D) 1.0 μm E) 0.5 μm

31) I interferensforsøket i oppgave 30 er usikkerheten i bølgelengden $\Delta\lambda = 1\text{ nm}$, mens nøyaktigheten i vinkelmålingene anslås til $\Delta\theta = 0.1^\circ$. Basert på enkeltmålingene i oppgave 30), med hvilken presisjon kan du bestemme kildeavstanden?

A) 1 nm B) 8 nm C) 16 nm D) 32 nm E) 337 nm

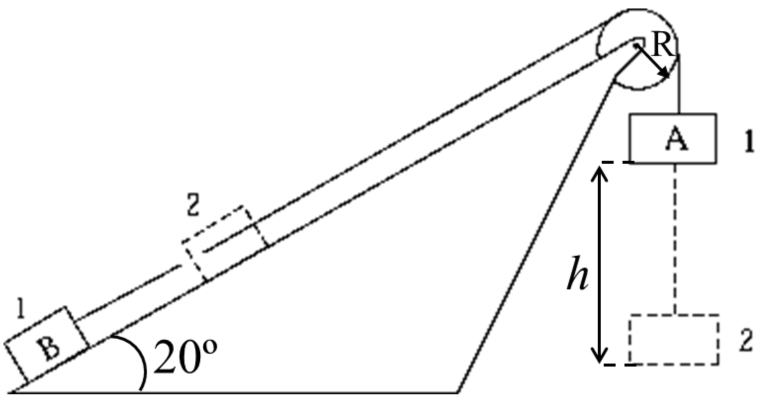
32) En partikkel beveger seg langs $\bar{x}$ -aksen i referansesystemet $\bar{S}$ med hastighet 0.30 c. Koordinatsystemet $\bar{S}$ beveger seg i samme retning med hastighet 0.69 c i forhold til et annet referansesystem S. Hva blir hastigheten til partikkelen målt i system S ?

A) 0.99 c B) 0.95 c C) 0.82 c D) 0.72 c E) 0.69 c

33) Hvilken impuls har et foton (målt i enhet keV/c) dersom fotonet har samme energi som den totale energien til et elektron med kinetisk energi på 100 keV?

A) 0 B) 100 keV/c C) 612 keV/c D) 211 keV/c E) 411 keV/c

34)



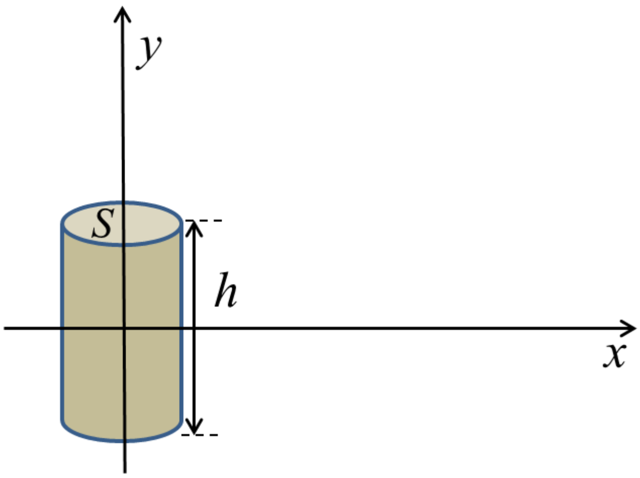
To masser, m_A= 20 kg og m_B=10 kg er festet sammen med en tilnærmet masseløs snor. Snoren er lagt over ei trinse (kompakt skive) med radius R=0.75 m og masse m_T = 1.5 kg. Anta at trinsa roterer friksjonsløst om en aksling i sentrum, og at snora ikke sklir på trinsa.

I utgangspunktet virker det en ytre kraft på m_B slik at massene holdes i ro i posisjon 1 som vist i figuren. Etter at den ytre kraften er fjernet, settes systemet i bevegelse, og i det masse A har tilbakelagt distansen h = 15.0 m og nådd posisjon 2 i figuren, måles hastigheten v_A= 12 m/s.

Hva er den kinetiske friksjonskoeffisienten mellom skråplanet og m_B?

A) 0.41 B) 0.36 C) 0.20 D) 0.16 E) 0.13

35)



En massiv sylinder med massetetthet ρ_S, høyde h, og endeflater S, er delvis nedsunket i vann. Vannoverflata er i ro og sylinderen står i ro.

I følge Arkimedes lov vil det virke en oppdrift på sylinderen fra vannet som tilsvarer tyngden til det vannet sylinderen fortrenger.

Dersom h=2m, radien av sylinderen 0.5 m, vannets massetetthet er 10^3 kg/m^3, og sylinderens tetthet er $5 \cdot 10^2$ kg/m^3, hvor langt ned i vannet er sylinderen nedsunket i forhold til havoverflata (xz-planet i figuren)?

A) 0.3 m B) 0.5 m C) 1.0 m D) 1.5 m E) 1.7 m

36) Du har sommerferie og er ute på båttur. Det begynner å blåse, og sylinderen i oppgave 35 begynner å svinge opp og ned i vannet. Siden du er en smart fysikk- eller energi og miljø-student, innser du straks at du kan bruke sylinderens svingninger til å produsere energi.

Du legger en y-akse slik at den fanger opp sylinderens bevegelser, og lar $y_0 = 0$ representere sylinderens likevektsposisjon. Deretter finner du frem Newtons andre lov, og setter opp ei differensiallikning for en enkel harmonisk oscillator med utsving rundt y_0. Hva blir egenfrekvensen, ω_0, for dette svingesystemet?

A) 1.13 s^{-1} B) 1.57 s^{-1} C) 2.57 s^{-1} D) 3.13 s^{-1} E) 4.57 s^{-1}

37) For å lage et bølgekraftverk av sylinderen i oppgave 35 og 36 må den forankres i havbunnen, og kobles til et maskineri for elektrisitetsproduksjon. Tilkobling til maskineriet gir opphav til ei dempekraft som virker mot sylinderbevegelsen, på formen $\vec{F}_b = -b\vec{v}$, og forankringen gir en endring i svingemassen i forhold til i oppgave 36.

Anta at bølgen som får sylinderen til å svinge er et transversalt bølgetog som forplanter seg i positiv x-retning. Med sylinderen forankret i x=0, vil bølgen virke på svingemassen som en ekstern periodisk kraft, og vi får et tvunget svingesystem.

Ved lange bølgelengder, kan vi anta bølgekraft på systemet på formen:

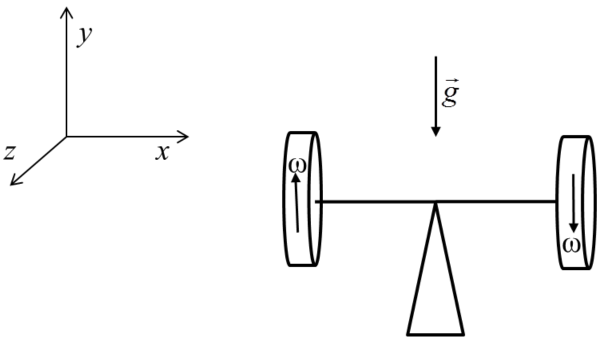
$$F_y(t) = F_0 \cos(\omega t) = m\omega_0^2 H_0 \cos(\omega t),$$

hvor m er svingemassen, ω_0 egenfrekvensen, H_0 bølgeamplituden og ω bølgefrekvensen.

Dersom $H_0 = 1.5$ m, $b = 3000$ kg/s, m = 900 kg, $\omega_0 = 2.92\ s^{-1}$ og $\omega = 7\pi/9\ s^{-1}$, hva blir den midlere effekten, <P(t)>, du kan produsere med dette kraftverket ?
(Tips: $P(t) = b\left(v_y(t)\right)^2$, hvor $v_y(t)$ er svingehastigheten)

A) 220 kW B) 63 kW C) 23 kW D) 5 kW E) 400 W

38)



Et hjuloppheng er balansert på ei vektstang som er støttet opp midten på en slik måte at opphenget kan bevege seg friksjonsfritt om balansepunktet i xz-planet. Hjulene har samme masse, og roterer hver sin vei, med den samme vinkelhastigheten, ω, som angitt i figuren. Tyngdens akselerasjon er rettet negativt langs y-aksen, mens vektstanga i utgangspunktet er parallell med x-aksen. Du kan betrakte vektstanga som tilnærmet masseløs. Du frigjør vektstanga. Hvordan vil du beskrive bevegelsen til systemet ?

A) Hjulopphenget begynner å rotere om y-aksen i retning med klokka.
B) Hjulopphenget begynner å rotere om y-aksen i retning mot klokka.
C) Hjulopphenget vil forbli i samme tilstand som i figuren siden dreiemomentet er null.
D) Hjulopphenget svinger frem og tilbake i xz-planet om likevektsposisjonen langs $\hat{x}$.
E) Hjulrotasjonene stopper gradvis opp siden dreieimpulsene virker mot hverandre.

39) Midlere avstand fra månens sentrum til jordens sentrum er $3.844 \cdot 10^5$ km, og månens masse er $7.35 \cdot 10^{22}$ kg. Jordradien er 6371 km og massen er $5.98 \cdot 10^{24}$ km. Hva blir forskjellen i tyngdens akselerasjon, Δg/g, på jordens overflate på den siden som er nærmest månen og lengst vekk fra månen, som følge av månens gravitasjonsfelt?

A) $2.4 \cdot 10^{-2}$ B) $3.5 \cdot 10^{-3}$ C) $4.6 \cdot 10^{-4}$ D) $5.7 \cdot 10^{-5}$ E) $6.8 \cdot 10^{-6}$

40) Et proton med masse m_p akselereres til en relativistisk hastighet, med kinetisk energi K, og kolliderer så i et fullstendig uelastisk sentralstøt med et annet proton som befinner seg i ro. Hvor stor må K være for at resultantpartikkelen skal kunne ha hvileenergi tilsvarende 150 GeV?

A) 12 GeV B) 120 GeV C) 1200 GeV D) 12000 GeV E) 120000 GeV

FORMLER: **Fete** symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene.

KLASSISK DYNAMIKK

- Newtons andre lov: $\boldsymbol{F} = d\boldsymbol{p}/dt \qquad \boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v} = m\dot{\boldsymbol{r}}$
- Konstant akselerasjon: $v = v_0 + at \qquad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
- Konstant vinkelakselerasjon: $\omega = \omega_0 + \alpha t \qquad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
- Arbeid: $dW = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$ Kinetisk energi: $K = \frac{1}{2}mv^2$
- Konservativ kraft og potensiell energi: $U(\boldsymbol{r}) = -\int_{\boldsymbol{r}_0}^{\boldsymbol{r}} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} \qquad \boldsymbol{F} = -\nabla U(\boldsymbol{r})$
- Friksjon, statisk: $f \le \mu_s N$ kinetisk: $f = \mu_k N$
- Luftmotstand (liten v): $\boldsymbol{f} = -k\boldsymbol{v}$ Luftmotstand (stor v): $\boldsymbol{f} = -Dv^2\hat{v}$
- Tyngdepunkt: $\boldsymbol{R}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i \boldsymbol{r}_i m_i \to \frac{1}{M}\int \boldsymbol{r} \cdot dm$
- Sirkelbevegelse: $v = r\omega$ Sentripetalakselerasjon: $a = -v^2/r$ Baneakselerasjon: $a = dv/dt = r\, d\omega/dt$
- Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0) \times \boldsymbol{F}$ Statisk likevekt: $\Sigma \boldsymbol{F}_i = 0 \quad \Sigma \boldsymbol{\tau}_i = 0$
- Dreieimpuls: $\boldsymbol{L} = (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0) \times \boldsymbol{p}$ N2 rotasjon: $\boldsymbol{\tau} = d\boldsymbol{L}/dt$
- Stivt legeme, refleksjonssymmetri mhp rotasjonsaksen: $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}_b + \boldsymbol{L}_s = (\boldsymbol{R}_{CM} - \boldsymbol{r}_0) \times M\boldsymbol{V} + I_0\boldsymbol{\omega}$
- Kinetisk energi, stivt legeme: $K = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$
- Treghetsmoment: $I = \sum_i m_i r_i^2 \to \int r^2 dm$

  Kompakt sylinder (skive): $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$ Kompakt kule: $I_0 = \frac{2}{5}MR^2$ Kuleskall: $I_0 = \frac{2}{3}MR^2$

  Tynn stang: $I_0 = \frac{1}{12}ML^2$
- Stivt legeme, rotasjon om fast akse: $K = \frac{1}{2}I\omega^2$
- N2 rotasjon, akse med fast orientering: $\tau = I\frac{d\omega}{dt}$
- Steiners sats (parallellakseteoremet): $I = I_0 + Md^2$

- Enkel harmonisk oscillator: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\quad T = 2\pi/\omega_0$ $\quad f = 1/T = \omega_0/2\pi$

  Masse i fjær: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ Matematisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{g/L}$ Fysisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{mgd/I}$

- Fri, dempet svingning, langsom bevegelse i fluid: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$

  $\Rightarrow \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\quad \omega_0^2 = k/m$ $\quad \gamma = b/2m$

  Underkritisk demping $(\gamma < \omega_0)$ $\quad x(t) = Ae^{-\gamma t}\sin(\omega t + \phi)$ $\quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

  Overkritisk demping $(\gamma > \omega_0)$ $\quad x(t) = Ae^{-\alpha_1 t} + Be^{-\alpha_2 t}$ $\quad \alpha_{1,2} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

  Kritisk demping $(\gamma = \omega_0)$ $\quad x(t) = Ae^{-\gamma t} + Bte^{-\gamma t}$

- Tvungen svingning, harmonisk ytre kraft: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos\omega t$

  (partikulær-)løsning: $x(t) = A(\omega)\sin(\omega t + \phi(\omega))$

  amplitude: $A(\omega) = \dfrac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$

  halvverdibredde: $\Delta\omega \simeq 2\gamma$ Q-faktor: $Q = \omega_0/\Delta\omega$

BØLGEFYSIKK

- Harmonisk plan bølge (forplantning i positiv x-retning):

$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi) \quad , \quad k = 2\pi/\lambda \quad , \quad \omega = 2\pi/T = 2\pi f$$

- Bølgeligning:

$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$$

- Fasehastighet: $v = \lambda/T = \omega/k$
- Gruppehastighet: $v_g = d\omega/dk$
- Lineær respons i elastiske, isotrope medier (Hookes lov):

  mekanisk spenning = elastisk modul × relativ tøyning

  S = strekk-kraft, B = bulkmodul, E = elastisitetsmodul, G = skjærmodul
- For transversale bølger på streng: $v = \sqrt{S/\mu}$
- For longitudinale bølger (lydbølger) i fluider (gasser og væsker): $v = \sqrt{B/\rho}$
- Lydhastighet i gass (m = (midlere) molekylmasse, $\gamma = C_p/C_V$): $v = \sqrt{\gamma k_B T/m}$
- For longitudinale bølger i tynn stang (fast stoff): $v = \sqrt{E/\rho}$
- For longitudinale (v_P) og transversale (v_S) bølger i faste stoffer (bulk):

  $v_P = \sqrt{(B + 4G/3)/\rho}$; $v_S = \sqrt{G/\rho}$

- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:
$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 y_0^2$$
- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan longitudinal bølge (lydbølge):
$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 \xi_0^2$$
- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:
$$\overline{P} = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\mu\omega^2 y_0^2$$
- (Midlere) Intensitet i harmonisk plan longitudinal bølge (lydbølge):
$$I = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\rho\omega^2 \xi_0^2$$
- Lydtrykk:
$$\Delta p = -B\frac{\partial \xi}{\partial x}$$
- Lydtrykksnivå:
$$\beta(\mathrm{dB}) = 10\log\frac{I}{I_0} \quad \text{med } I_0 = 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2}$$
- Refleksjon og transmisjon av bølge på streng:
$$y_{r0} = \frac{\sqrt{\mu_2}-\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2}+\sqrt{\mu_1}}\,y_{i0} \;\; ; \;\; y_{t0} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2}+\sqrt{\mu_1}}\,y_{i0} \;\; ; \;\; R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i} = \left(\frac{y_{r0}}{y_{i0}}\right)^2 \;\; ; \;\; T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i} = 1-R$$
- Dopplereffekt:
$$f_{\mathrm{O}} = \frac{v+v_{\mathrm{m}}-v_{\mathrm{O}}}{v+v_{\mathrm{m}}-v_{\mathrm{S}}}\,f_{\mathrm{S}}$$
- Svevning ("interferens i tid"):
$$f_S = |f_1 - f_2|$$
- Interferens (romlig):
$$I_{\max} \text{ for } d\sin\theta = n\,\lambda \quad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$
- Dispersjonsrelasjon for tyngdebølger (D = vanndybden):
$$\omega^2(k) = gk\,\tanh(kD)$$

GRAVITASJON

- Gravitasjon:
$$\boldsymbol{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r} \quad , \quad U(r) = -\frac{GMm}{r} \quad , \quad \boldsymbol{g} = \boldsymbol{F}/m$$
- Keplers lover: K1: Ellipseformede planetbaner. K2: dA/dt = konstant. K3: T^2/a^3 = konstant for alle planetene.

RELATIVITETSTEORI

- Lorentzfaktor:

$$\gamma = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-1/2}$$

- Lorentztransformasjonene ($\overline{S}$ har hastighet $\boldsymbol{v} = v\hat{x}$ i forhold til S):

$$\begin{aligned} \overline{x} &= \gamma\,(x - vt) \\ \overline{y} &= y \\ \overline{z} &= z \\ \overline{t} &= \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} x &= \gamma\,(\overline{x} + v\overline{t}) \\ y &= \overline{y} \\ z &= \overline{z} \\ t &= \gamma\left(\overline{t} + \frac{v}{c^2}\overline{x}\right) \end{aligned}$$

- Tidsdilatasjon:

$$\Delta t = \gamma \Delta \overline{t}$$

- Lengdekontraksjon:

$$\Delta \overline{x} = \gamma \Delta x$$

- Hastighet i S ($\boldsymbol{u} = u_x\hat{x} + u_y\hat{y} + u_z\hat{z}$): $u_x = dx/dt \quad u_y = dy/dt \quad u_z = dz/dt$
  Hastighet i $\overline{S}$ ($\overline{\boldsymbol{u}} = \overline{u}_x\hat{x} + \overline{u}_y\hat{y} + \overline{u}_z\hat{z}$): $\overline{u}_x = d\overline{x}/d\overline{t} \quad \overline{u}_y = d\overline{y}/d\overline{t} \quad \overline{u}_z = d\overline{z}/d\overline{t}$
  Transformasjon av hastigheter:
  $u_x = (\overline{u}_x + v)/(1 + \overline{u}_x v/c^2) \quad u_y = (\overline{u}_y/\gamma)/(1 + \overline{u}_x v/c^2) \quad u_z = (\overline{u}_z/\gamma)/(1 + \overline{u}_x v/c^2)$

- Addisjon av hastigheter (alle hastigheter i samme retning; Einsteins addisjonsformel):

$$v_{AC} = \frac{v_{AB} + v_{BC}}{1 + v_{AB}v_{BC}/c^2}$$

- Dopplereffekt for elektromagnetiske bølger:

$$\overline{f} = f\left(\frac{c - v}{c + v}\right)^{1/2}$$

- Relativistisk impuls:

$$\boldsymbol{p} = \gamma m \boldsymbol{v}$$

- Relativistisk energi (for partikkel med masse m og impuls $\boldsymbol{p}$):

$$E = \gamma mc^2 \quad ; \quad E_0 = mc^2 \quad ; \quad K = E - E_0 \quad ; \quad E^2 = (pc)^2 + \left(mc^2\right)^2$$

- Elastisk prosess: E, $\boldsymbol{p}$, K og m bevart.
- Uelastisk prosess: E og $\boldsymbol{p}$ bevart.

MIDDELVERDI OG FEIL I MÅLINGER

- Gauss' feilforplantningslov: $(\Delta q)^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial q}{\partial a_i} \Delta a_i \right)^2$
- Middelverdi (gjennomsnittsverdi): $\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$
- Standardavvik (feil i enkeltmåling): $\delta_x = \sqrt{\left(\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x})^2 \right)}$
- Standardfeil (feil i middelverdi): $\delta_{\overline{x}} = \delta_x / \sqrt{N}$

KONSTANTER, OMREGNINGSFAKTORER OG DEKADISKE PREFIKSER

- Fundamentale konstanter:

$$
\begin{aligned}
G &= 6.67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2} & k_B &= 1.38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K} \\
g &= 9.81\ \mathrm{m/s^2)} & N_A &= 6.02 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}} \\
m_e &= 9.11 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg} & h &= 6.63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js} \\
m_p = m_n &= 1.67 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} & \hbar &= h/2\pi = 1.05 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js} \\
c &= 3.00 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s} & e &= 1.60 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}
\end{aligned}
$$

- Omregningsfaktorer:

$$
\begin{aligned}
1\ \mathrm{eV} &= 1.60 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} \\
1\ \text{Å} &= 10^{-10}\ \mathrm{m}
\end{aligned}
$$

- Dekadiske prefikser: p = piko = 10^{-12}, n = nano = 10^{-9}, μ = mikro = 10^{-6}, m = milli = 10^{-3}
  c = centi = 10^{-2}, k = kilo = 10^{3}, M = mega = 10^{6}, G = giga = 10^{9}

MATEMATIKK OG DIVERSE

- $$\frac{d}{dx} e^{\alpha x} = \alpha e^{\alpha x}$$
- $$\int e^{\alpha x}\, dx = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x}$$
- $$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^2}\, dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$
- $$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad , \quad \tanh(x) \simeq 1 \text{ hvis } x \gg 1 \quad , \quad \tanh(x) \simeq x \text{ hvis } |x| \ll 1$$
- Klokkeslettangivelse: time:minutt(:sekund)

---------------------- ----------------------
Emnekode Kandidatnummer

SVARTABELL.
Kryss av et svaralternativ for hver oppgave du ønsker å besvare

OPPGAVE	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					
27					
28					
29					
30					
31					
32					
33					
34					
35					
36					
37					
38					
39					
40					