

**Eksamen FY1001 19 Januar 2022**

1) En boks med makrell ligger på et skjærebrett. Den statiske friksjonskoeffisienten mellom boks og brett er 0.33. Hva er maksimal helningsvinkel på brettet uten at makrellboksen begynner gli?

18.3°    19.3°    17.2°    16.2°    20.3°

---

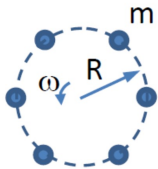
2) En masse  $m = 4$  kg skytes ut fra en høyde  $h = 92$  m i retning mot bakken med utskytningshastighet  $v_0 = v_t$ , der  $v_t$  tilsvarer terminalhastigheten massen oppnår under fall i tyngdefeltet med den luftmotstanden som rår.

Hvilket mekanisk arbeid gjør luftmotstanden på massen fra utskytningshøyden til den når bakken?

-3.6 kJ    -2.9 kJ    -4.0 kJ    -4.1 kJ    -3.7 kJ

---

3)



6 punktmasser, hver med masse  $m = 3.0$  kg, er jevnt fordelt over en sirkel med radius  $R = 3.0$  m (se figur).

Hva er treghetsmomentet for systemet med hensyn på en rotasjonsakse gjennom massesenteret, normalt sirkelplanet (se figur)?

162 kg·m<sup>2</sup>    288 kg·m<sup>2</sup>    192 kg·m<sup>2</sup>    216 kg·m<sup>2</sup>    270 kg·m<sup>2</sup>

---

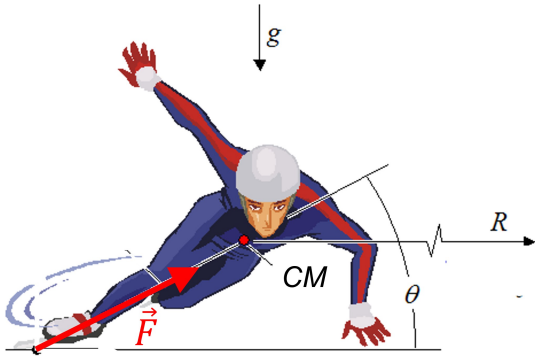
4) Et fly står i utgangspunktet i ro i enden av rullebanen, og akselererer så med konstant akselerasjon til det tar av fra rullebanen etter 18 sekunder. En pendelmasse som henger i taket inne i flykabinen danner en vinkel på 25° til vertikalen under akselerasjonen.

Hvilken hastighet har flyet i det det tar av?

82 m/s    79 m/s    96 m/s    87 m/s    91 m/s

---

5)



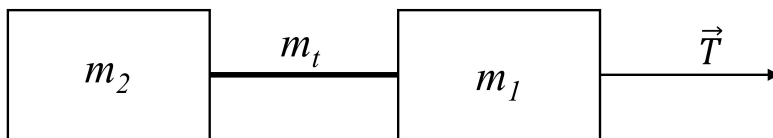
En toptrent skøyteløper når en hastighet på 60 km/t på siste langsida i et 500 m skøyteløp.

Se bort fra eventuelle støtte/skyveskjær gjennom svingen, samt friksjon mellom skøyter og is, og betrakt situasjonen i et øyeblikk der løperen står statisk p et skøyteskjær gjennom svingen, med helningsvinkelen,  $\theta$ , avpasset til farten slik at kraften fra isen,  $\vec{F}$ , er rettet langs en akse som går gjennom tyngdepunktet til skøyteløperen (se figur).

Hva blir tallverdien på den totale krafta fra isen,  $|\vec{F}|$ , på en skøyteløper med masse 80 kg, dersom denne skal kunne opprettholde hastigheten fra langsida gjennom svingen, dvs. holde tyngdepunktet sitt i en svingradius  $R = 25$  m i siste indre?

1186 N    997 N    1262 N    1126 N    1224 N

6)



To masser,  $m_1 = 16$  kg og  $m_2 = 9$  kg, ligger på et friksjonsfritt underlag, og er festet til hverandre med et relativt tykt tau med masse  $m_t = 2.0$  kg og uniform massefordeling. Systemet er utsatt for en horisontalt rettet trekkkraft  $T = 125$  N, som vist i figuren. Ta som utgangspunkt at tauet holdes stramt under trekkingen.

Hva blir tallforholdet mellom snordragene som virker i innfestingspunktne til massene, dvs.  $S_1/S_2$ , der  $S_1$  er kraft fra snora (tauet) på masse  $m_1$ , og  $S_2$  er krafta fra snora på masse  $m_2$ ?

1.21    1.25    1.18    1.15    1.23

7) En masse  $m$  ligger i ro på et skråplan med helningsvinkel  $\theta = 22^\circ$ , relativt et horisontalt underlag.

Kinetisk friksjonskoeffisient mellom skråplan og masse er  $\mu_k = 0.12$ .

Dersom massen begynner å gli nedover skråplanet fra en høyde  $h = 9.3$  m, målt fra underlaget, hvilken hastighet har massen i det den forlater skråplanet og beveger seg ut på det horisontale underlaget?

11.3 m/s    10.5 m/s    10.8 m/s    11.9 m/s    10.1 m/s

---

8) En bil med masse  $m_b = 1500$  kg sleper en masse  $m_t = 500$  kg på et horisontalt underlag. Anta at kraften på bilen fra underlaget som gir opphav til systemets horisontale akselerasjon er  $F = 4.0 \cdot 10^3$  N. Den effektive friksjonskoeffisienten mellom slepemassen og underlaget er 0.14.

Hva blir slepekraften fra bilen på slepemassen?

1520 N    1320 N    1760 N    1830 N    1430 N

---

9) På grunn av jordas rotasjon om egen akse, er tyngdens akselerasjon ved ekvator noe redusert i forhold til hva den ville vært dersom jorda ikke roterte.

Hvor mye utgjør denne reduksjonen i prosent i forhold til verdien man ville funnet for en stasjonær, ikke-rotrende klode?

Jordradien ved ekvator er 6378 km og jordmassen er  $5.9736 \cdot 10^{24}$  kg.

0.34 %    0.26 %    0.43 %    0.52 %    0.13 %

---

10) En fiktiv komet har omløpstid på 90 år om sola. Kometen går i en svært elliptisk bane, slik at den har en minimumsavstand til sola på bare  $30R_s$ , der  $R_s = 6.96 \cdot 10^8$  m er solradien.

Hva blir maksimalavstanden mellom kometen og sola?

Solmassen er  $1.99 \cdot 10^{30}$  kg.

$5.98 \cdot 10^9$  km     $6.07 \cdot 10^9$  km     $6.20 \cdot 10^9$  km     $5.53 \cdot 10^9$  km     $5.28 \cdot 10^9$  km

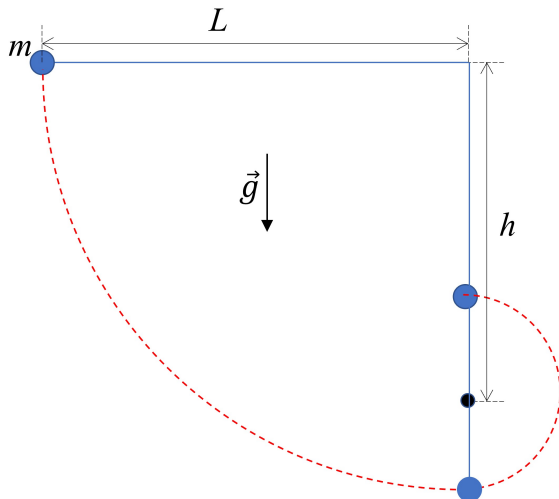
---

11) På en vindstille dag ruller en syklist ned en bakke med helningsvinkel  $\theta = 7^\circ$  med konstant hastighet  $v = 5.0$  m/s.

Dersom du antar at syklist og sykkel har samlet masse  $m = 85$  kg, hvilken effekt må syklisten omsette i form av mekanisk arbeid for å sykle opp den samme bakken med den samme hastigheten, om vi antar at vind og andre faktorer som kan ha betydning er de samme som da syklisten rullet ned bakken?

1016 W    1078 W    1133 W    1181 W    1222 W

12)

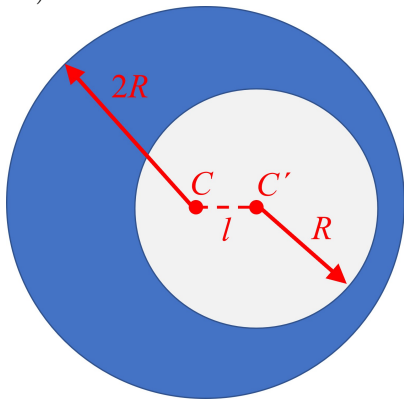


En punktmasse  $m$  er festet til et forankringspunkt med en tilnærmet masseløs snor med lengde  $L = 1.0$  m. Massen frigjøres fra en utgangsposisjon der den er i ro med snora strukket ut horisontalt. Idet massen når posisjonen der snora faller langs loddlinja, treffer snora på en hindring i form av ei stang som peker ut av figurplanet over, i en avstand  $h = 0.8L$  fra forankringspunktet.

Hvilken hastighet har massen idet den treffer snora (på oversiden av stanga)?

- 3.43 m/s    4.34 m/s    4.23 m/s    3.76 m/s    3.60 m/s

13)

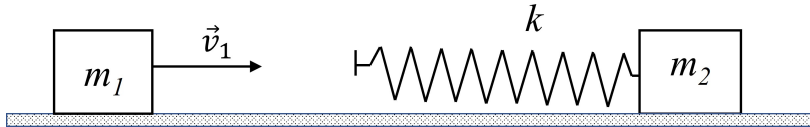


En uniform sirkulær skive med radius  $2R$  har fått skjært ut et indre hull med radius  $R$ . Sentrum i hullet,  $C'$ , er forskjøvet horisontalt en avstand  $l = 0.8R$  i forhold til (geometrisk) sentrum i den store skiva,  $C$  (se figur).

Hva blir posisjonen til massesenteret for den uthulede skiva, relativt origo i  $C$ ?

(Tips: Fylles hullet igjen ved å legge til en masse tilsvarende den som er fjernet, skal sammenstillingen ha massesenter som for en komplett skive).

$$\begin{aligned} (x_{CM}, y_{CM}) &= -0.27R, 0 & (x_{CM}, y_{CM}) &= -0.30R, 0 & (x_{CM}, y_{CM}) &= -0.25R, 0 \\ (x_{CM}, y_{CM}) &= -0.33R, 0 & (x_{CM}, y_{CM}) &= -0.35R, 0 & & \end{aligned}$$



Masse  $m_1 = 2.0$  kg sklir på et friksjonsfritt, horisontalt underlag med hastighet  $v_1 = 8.0$  m/s i retning mot en stasjonær masse  $m_2 = 4.5$  kg. Det er festet en fjær til  $m_2$ , med fjærkonstant  $k = 850$  N/m, som komprimeres i.h.h.t Hooks lov idet  $m_1$  kolliderer med den frie enden av fjæra (se figur). Du kan anta fjæra som tilnærmet masseløs.

14) Hva blir den maksimale kompresjonen i fjæra?

0.32 m    0.35 m    0.46 m    0.27 m    0.25 m

15) Hva blir slutthastighetene til masseblokkene,  $v'_1$  og  $v'_2$ ?

$v'_1 = -3.1$  m/s,  $v'_2 = 4.9$  m/s     $v'_1 = -1.2$  m/s,  $v'_2 = 5.8$  m/s     $v'_1 = -2.4$  m/s,  $v'_2 = 7.6$  m/s  
 $v'_1 = -2.6$  m/s,  $v'_2 = 4.4$  m/s     $v'_1 = -0.3$  m/s,  $v'_2 = 4.7$  m/s

16) En sfærisk måne med uniform massetetthet, og radius  $r_m = 1500$  km, går i sirkulært omløp med baneradius  $r_{mp} = 2.2 \cdot 10^5$  km om moderplaneten, hvor bevegelesen er slik at den samme siden av månen er vendt mot planeten hele tiden (slik som vår måne).

Hva er forholdet mellom månens spinn og banedreieimpuls, dvs. hva er  $L_s/L_b$ ?

$1.86 \cdot 10^{-5}$      $2.25 \cdot 10^{-5}$      $2.09 \cdot 10^{-5}$      $1.78 \cdot 10^{-5}$      $1.94 \cdot 10^{-5}$

17) Et forskningsteam ønsker å skyte opp en rakett med masse 2500 kg fra bakken, slik at akselerasjonen i starten av oppskytingen blir  $a = 3g$ .

Dersom den maksimale omsetningsraten av drivstoff fra raketten er 30 kg/s, hvilken hastighet må eksosen fra drivstofforbrenningen ha relativt til raketten?

(Se bort fra luftmotstand, og tyngdens innvirkning på raketteksosen)

3.3 km/s    4.7 km/s    2.8 km/s    4.3 km/s    3.5 km/s

---

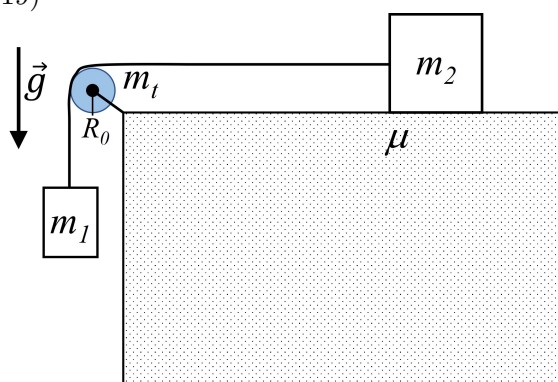
18) Du forsøker å balansere en 6 m lang, tynn og rett stang vertikalt om den ene enden som er i kontakt med bakken, noe som viser seg svært vanskelig.

Hva blir hastigheten til toppunktet av stanga idet det treffer bakken, om du antar at stangas fall starter fra en posisjon som er tilnærmet i ro, og at fallet skjer med den nedre enden av stanga i ro?

13.3 m/s    10.8 m/s    15.3 m/s    17.2 m/s    18.8 m/s

---

19)



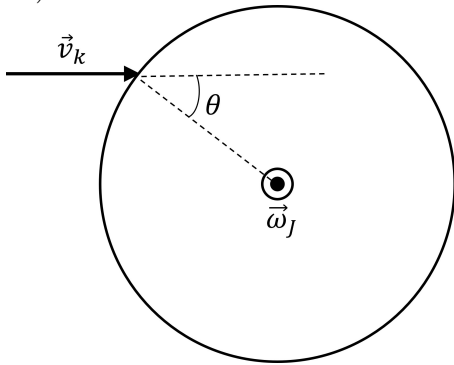
Figuren viser to masser,  $m_1 = 2.0$  kg og  $m_2 = 3.0$  kg, forbundet med en masseløs snor som løper over en trinse med masse  $m_t = 0.5$  kg og radius  $R_0 = 0.1$  m. Friksjonen mellom det horisontale underlaget og  $m_2$  er gitt ved  $\mu_k = 0.15$ . Det er tilstrekkelig friksjon mellom trinse og snor til at denne ikke sklir på trinsa under bevegelsen.

Hva blir akselerasjonen til systemet?

2.9 m/s<sup>2</sup>    2.5 m/s<sup>2</sup>    3.1 m/s<sup>2</sup>    2.7 m/s<sup>2</sup>    2.2 m/s<sup>2</sup>

---

20)



Anta at en komet med masse  $m_k = 6.0 \cdot 10^{16}$  kg treffer jorda ved ekvator med en hastighet  $2.5 \cdot 10^6$  m/s, med en retning  $\theta = 45^\circ$  i forhold til en vektor rettet radielt innover mot jordas sentrum (se figur). Anta videre at kometen og jorda roterer som en samlet masse etter treffet.

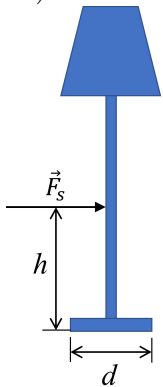
Hva blir effekten av kometinnslaget med hensyn på jordas egenrotasjonstilstand, d.v.s. hva blir endringen av jorddøgnet,  $\Delta T_J$ ?

Jordradien ved ekvator er 6378 km og jordmassen er  $5.9736 \cdot 10^{24}$  kg.

4.5 s    4.9 s    5.3 s    5.8 s    5.4 s

---

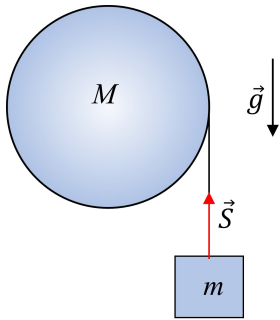
21)



Du ønsker å flytte en stålampe med masse  $m = 8.5$  kg ved å skyve den forsiktig langs stuegulvet, med minimal skyvekraft. Friksjonskoeffisienten mellom gulv og lampe er  $\mu = 0.21$ , og lampefoten har diameter  $d = 15$  cm.

Hva blir den maksimale angrepshyden,  $h$ , for skyvekrafta dersom du ønsker å forsikre deg om at lampa skilr langs gulvet istedetfor å velte?

36 cm    39 cm    48 cm    45 cm    33 cm



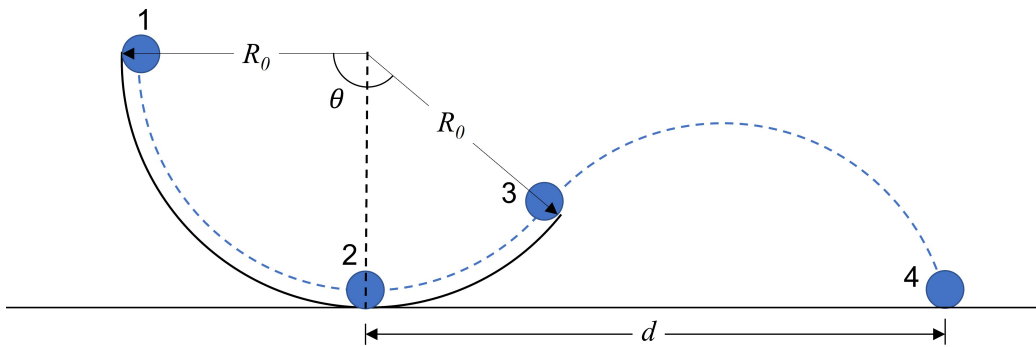
En kompakt kule med masse  $M = 3.0$  kg og jevn massefordeling er montert slik at den kan rotere fritt om en akse gjennom massesenteret. En annen masse  $m = 1.5$  kg er festet i den frie enden av en masseløs snor som er tvundet rundt kula (se figur).

22) Hva blir akselerasjonen til  $m$ ?

5.5 m/s<sup>2</sup>    4.6 m/s<sup>2</sup>    5.1 m/s<sup>2</sup>    6.4 m/s<sup>2</sup>    5.8 m/s<sup>2</sup>

23) Hva blir snordraget,  $|\vec{S}|$ , fra snora på  $m$ ?

6.54 N    6.48 N    8.20 N    5.12 N    8.08 N



Ei kompakt kule med jevn massefordeling og radius  $r = 1.0$  cm, ruller rent uten sluring på innsiden av en sirkulær bane med radius  $R_0 = 20$  cm, som vist i figuren.

24) Dersom kula starter fra posisjon nr. 1, der banen er vertikal, hva vil kulas hastighet være idet den når banens bunnpunkt ( pos. nr. 2)?

1.63 m/s    1.80 m/s    1.76 m/s    1.98 m/s    2.12 m/s



25) Den sirkulære banen avsluttes i posisjon 3, der vinkelen  $\theta = 130^\circ$ . Hvilken hastighet har kula i det den når denne posisjonen og forlater banen?

1.43 m/s    1.51 m/s    1.59 m/s    1.79 m/s    1.60 m/s

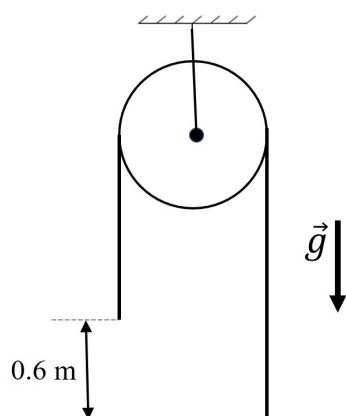
26) Etter å ha forlatt banen i posisjon 3 beveger kula seg i fritt fall inntil den treffer bakken i posisjon 4, i samme høyde som bunnpunktet i banen (pos. 2).

Hvor stor er avstanden  $d$  mellom pos. 2 og 4?

37 cm    45 cm    42 cm    53 cm    58 cm

---

27)



Et tau med lengde 8 m og masse 4.0 kg henger over en trinse, som vist i figuren. Trinsa har masse 2.2 kg og omkrets 1.2 m. Anta at systemet holdes i ro med tauet hengende slik at tauenden til høyre henger 0.6 m lavere enn tauenden til venstre, og så frigjøres fra denne utgangsposisjonen. Anta videre at det hele tiden er tilstrekkelig friksjon mellom trinse og tau til at tauet ikke glir.

Hva er vinkelhastigheten til trinsa i det øyeblikket høydeforskjellen mellom tauendene når 7.2 m?

(Tips: tyngdepunktsbetraktninger og energibevaring)

26.1 s<sup>-1</sup>    25.4 s<sup>-1</sup>    25.8 s<sup>-1</sup>    26.5 s<sup>-1</sup>    25.0 s<sup>-1</sup>

---

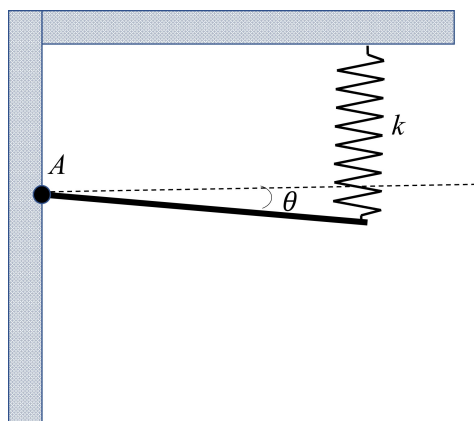
Et dempet svingesystem svinger med frekvens  $\omega = 0.99\omega_0$ , der  $\omega_0$  er egenfrekvensen til svingesystemet dersom dempingen fjernes.

28) Hvor mye av det opprinnelige amplitudeutslaget har det dempede systemet igjen etter en svingeperiode  $T$ ?

40.8 %    27.9 %    20.7 %    35.5 %    51.3 %

29) Hvor mye av svingesystemets energi er tapt etter en periode?

83.3 %    92.2 %    95.7 %    73.7 %    87.4 %



En stang med lengde  $L = 1.1$  m, masse  $M = 1.0$  kg og uniform massefordeling, er festet til en vegg via en aksling  $A$ , normalt på figurplanet (se over). Den andre enden av stanga er festet i en tilnærmet masseløs fjær med fjærkonstant  $k = 175$  N/m, som er festet i taket. Akslingen er montert slik at stanga ligger horisontalt når systemet er i likevekt.

30) Hva blir utslaget i fjæra i likvektsposisjonen?

2.8 cm    3.4 cm    2.4 cm    3.9 cm    4.3 cm

31) Stanga trekkes litt i fjærenden, ut fra likevektsposisjonen, og slippes, slik at den settes i harmoniske svingninger med et lite vinkelutslag  $\theta(t)$  om likevektsposisjonen der  $\theta = 0$  (dvs. stiplet linje i figuren).

Hva blir svingeperioden til systemet?

0.27 s    0.30 s    0.25 s    0.32 s    0.34 s

---

32) En enkel harmonisk oscillator har maksimalutslag p 12 cm, og består av en tilnrmnet masseløs fjær med fjærkonstant  $k = 250 \text{ N/m}$ , og en svingemasse  $m = 0.38 \text{ kg}$ . Vedtiden  $t = 0.11 \text{ s}$  passerer likevektsposisjonen i svingesystemet med svingehastighet  $v > 0$ .

Hva blir utslaget til svingesystemet ved  $t = 0.2 \text{ s}$ ?

8.9 cm    7.4 cm    10.3 cm    9.7 cm    12.7 cm

---

33) En enkel harmonisk oscillator er bygd opp av en svingemasse  $M = 2.5 \text{ kg}$  festet til ei fjær med fjærkonstant  $k = 300 \text{ N/m}$ . Fjæra har lengde  $l = 0.2 \text{ m}$  og masse  $m_f = 0.25 \text{ kg}$ .

Ta som utgangspunkt at fjærmassen er for stor til å kunne neglisjeres, og finn den prosentvise økningen dette gir for svingeperioden,  $T_{M+m_f}$ , sammenlignet med svingeperioden  $T_M$ , der fjærmassen er neglisjert.

(Hint: Gjør energibetraktninger for enkel harmonisk oscillator, og anta at både masse og (svinge)deformasjon er uniformt fordelt langs fjæra, med alle inkrementelle massebidrag svingende i fase).

1.7 %    1.1 %    2.0 %    2.2 %    2.4 %

---

34) For et tvunget svingesystem inntreffer resonans idet den ytre harmoniske krafta når en drivefrekvens på 382 Hz. Amplitudeutslaget ved resonans måles til å være  $A_{res} = 28.6 F_0/m$ , der  $F_0$  er amplitudeverdien for den harmoniske krafta som driver systemet, mens  $m$  er svingemassen.

Hva blir Q-faktoren for systemet?

$1.65 \cdot 10^8$      $1.78 \cdot 10^8$      $1.31 \cdot 10^8$      $1.90 \cdot 10^8$      $1.38 \cdot 10^8$

---

35) En pendel med lengde  $L = 1.4 \text{ m}$  slippes fra utslagsvinkel  $\theta = 12^\circ$ , med starthastighet  $v_\theta = 0$ . Systemet er uten demping.

La  $v_{eks}$  være den eksakte verdien for pendelens maksimalhastighet, mens  $v_{h.o.}$  er verdien for maksimalhastighet som finnes ved å betrakte pendelen som en enkel harmonisk oscillator.

Hva blir tallforholdet  $\frac{v_{h.o.} - v_{eks}}{v_{eks}}$ ?

$1.83 \cdot 10^{-3}$      $2.15 \cdot 10^{-3}$      $1.54 \cdot 10^{-3}$      $2.49 \cdot 10^{-3}$      $2.86 \cdot 10^{-3}$

---

36) Et elektron ( $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ) som er i ro, akselereres av en konservativ kraft. Under akselerasjonen, reduseres elektronets potensielle energi med  $4.2 \cdot 10^{-14} \text{ J}$ . Hva blir elektronets hastighet etter akselerasjonen?

$2.25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$      $2.28 \cdot 10^8 \text{ m/s}$      $2.22 \cdot 10^8 \text{ m/s}$      $2.17 \cdot 10^8 \text{ m/s}$      $2.32 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

---

En partikkel med masse  $m = 5.01 \cdot 10^{-27}$  kg har impuls  $\vec{p} = (6.57 \cdot 10^{-19} \text{ kg m/s})\hat{x}$  målt i et inertialsystem,  $S$ , som er i ro.

37) Hva blir hastigheten til partiklen?

0.37  $c$     0.39  $c$     0.40  $c$     0.36  $c$     0.33  $c$

38) Hva blir impulsen til partiklen,  $\vec{p}_x$ , målt i inertialsystem  $\bar{S}$ , som beveger seg med konstant hastighet  $\vec{v} = (-0.85c)\hat{x}$ , relativt  $S$ ?

$3.87 \cdot 10^{-18}$  kg m/s     $3.84 \cdot 10^{-18}$  kg m/s     $3.89 \cdot 10^{-18}$  kg m/s     $3.92 \cdot 10^{-18}$  kg m/s  
 $3.94 \cdot 10^{-18}$  kg m/s

---

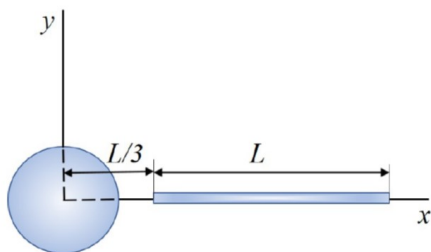
39) En stasjonær partikkel, med masse  $m_1 = 2.46 \cdot 10^{-28}$  kg, spaltes til en restpartikkel med masse  $m_2 = 1.37 \cdot 10^{-28}$  kg, samt et foton.

Hva blir den kinetiske energien til restpartiklen?

13.7 MeV    14.3 MeV    14.0 MeV    13.4 MeV    14.7 MeV

---

40)



En tynn, uniform stav med masse  $m = 100$  kg og lengde  $L = 1.2$  m befinner seg i nærheten av en uniform sfære med masse  $M = 5200$  kg, som vist i figuren.

Hva blir gravitasjonskraften som virker fra sfæren på staven?

$-(54.2\mu\text{N}) \cdot \hat{x}$      $-(53.3\mu\text{N}) \cdot \hat{x}$      $-(55.0\mu\text{N}) \cdot \hat{x}$      $-(52.1\mu\text{N}) \cdot \hat{x}$      $-(51.2\mu\text{N}) \cdot \hat{x}$