NTNU BOKMÅL

Institutt for fysikk

Kontaktperson ved eksamen: Professor Berit Kjeldstad 73591995

LØSNINGSFORSLAG

EKSAMEN I:

TFY 4145 Mekanisk fysikk

Torsdag 10 august 2006

Tid: 09.00-13.00

Oppgave 1 (teller 25 %)

a) Se læreboka 117-119

b)

Løsning: På den øverste kula virker tyngden $m\mathbf{g}$ nedover og friksjonskrafta $\mathbf{F}_1$ oppover i tillegg til normalkrafta $\mathbf{N}_1$ som virker normalt på veggen. Staven virker på kula med en kraft $\mathbf{F}_s$. På den nederste kula virker tyngden $m\mathbf{g}$ nedover og normalkrafta fra underlaget $\mathbf{N}_2$ oppover. Staven virker på kula med en kraft $-\mathbf{F}_s$ (Newtons 3. lov). Kraftbalanse i vertikalretningen gir da at når $\theta = \theta_{max}$ har vi

$$F_1 - 2mg + N_2 = \mu_s N_1 - 2mg + N_2 = 0, \qquad \Rightarrow \qquad N_2 = 2mg - \mu_s N_1.$$

Kraftbalanse i horisontalretningen gir (når $\theta = \theta_{max}$)

$$N_1 = F_2 = \mu_s N_2, \qquad \Rightarrow \qquad N_1 = \frac{2\mu_s}{1+\mu_s^2} mg.$$

Massesenteret til systemet ligger midt på staven. Siden systemet er statisk, må det totale dreiemomentet τ om dette punktet være lik null. Gravitasjonskreftene gir ikke noe netto bidrag til τ siden de virker gjennom massesenteret. Siden kulene har neglisjerbar radius, kan både normalkreftene og friksjonskreftene ansees å angripe i endene av staven. Det totale dreiemomentet blir da

$$\frac{L}{2}(N_1\cos\theta + F_1\sin\theta - N_2\sin\theta + F_2\cos\theta) = 0, \qquad \Rightarrow$$
$$(\cos\theta_{max} + \mu_s\sin\theta_{max})N_1 = (\sin\theta_{max} - \mu_s\cos\theta_{max})N_2.$$

I denne likninga kan vi nå sette inn det uttrykket vi fant for N_1. Etter litt algebra finner vi da

$$\tan\theta_{max} = \frac{2\mu_s}{1-\mu_s^2}, \qquad \theta_{max} = \arctan\frac{2\mu_s}{1-\mu_s^2}.$$

Oppgave 2 (teller 25 %)

Løsning: La I_i og I_f betegne treghetsmomentet til systemet i henholdsvis begynnelses- og slutt-tilstanden. Dreieimpulsbevarelse gir da, når en benytter oppgitt formel:

$$\omega_f = \frac{I_i}{I_f}\omega_i = \frac{\frac{1}{10}ML^2 + \frac{1}{2}m\ell^2}{\frac{1}{10}ML^2 + \frac{1}{2}mL^2}\omega_i = \frac{M + 5\frac{\ell^2}{L^2}m}{M + 5m}\omega_i.$$

Den kinetiske energien i begynnelses- og slutt-tilstanden er

$$K_i = \frac{1}{2}I_i\omega_i^2 = \frac{1}{20}(ML^2 + 5m\ell^2)\omega_i^2,$$
$$K_f = \frac{1}{2}I_f\omega_f^2 = \frac{1}{20}\frac{(ML^2 + 5m\ell^2)^2}{ML + 5mL}\omega_i^2.$$

Å ta hensyn til friksjon inne i sylinderen gir ingen forskjell i resultatene siden begynnelses- og slutt-tilstandene er de samme som før.

Oppgave 3 (teller 25 %)

a) Se læreboka s. 168-169

b)
Løsning: Vi har at $\mathbf{F}$ virker langs sirkelbanen siden

$$\mathbf{F}\cdot\mathbf{r} = \frac{F_0}{r}(y\mathbf{i} - x\mathbf{j})\cdot(x\mathbf{i} + y\mathbf{j}) = 0.$$

Arbeidet W blir da

$$W = \int \mathbf{F}\cdot d\mathbf{s} = RF_0\int_0^{2\pi}(sin\theta\mathbf{i} - cos\theta\mathbf{j})^2 d\theta = 2\pi RF_0.$$

$\mathbf{F}$ er ikke konservativ siden W er forskjellig fra null.

Oppgave 4 (teller 25 %)

a)

Løsning: Siden en her har elastiske kollisjoner kan en bruke energibevarelse samt impulsbevarelse. Impulsbevarelse gir

$$m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_0 + m_2 v_{2i}, \qquad \Rightarrow \qquad m_2 v_{2f} = (m_1 - m_2) v_0,$$

hvor vi har brukt at $v_{1f} = 0$ per forutsetning og at $v_{2i} = -v_0$. Energibevarelse gir

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_0^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2,$$
$$\Rightarrow \qquad m_2 v_{2f}^2 = (m_1 + m_2) v_0^2.$$

Vi kan nå kombinere disse likningene og eliminere v_{2f}. Resultatet blir da $\frac{m_1}{m_2} = 3$.

b)

Finn farten v_{2f} til ball nr.2 umiddelbart etter kollisjonen med ball nr.1.

Løsning: Fra forrige punkt har vi at

$$v_{2f} = \frac{m_1 - m_2}{m_2} v_0 = 2 v_0.$$