NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Arne Mikkelsen
Tlf.: 93433

KONTINUASJONSEKSAMEN I FAG
74233 ELEKTRISITET OG MAGNETISME 1
Torsdag 8.august 1996
Tid: kl. 0900 - 1300

Hjelpemidler:
B2- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTH tillatt.
Karl Rottmann: Matematisk formelsamling.
Øgrim & Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.
NB. I tillegg til formelsamlingene fins formler på siste side.

Ved bedømmelsen teller hver deloppgave a,b, etc. like mye (totalt 10 vekttall).
Vektorstørrelser er angitt i fete typer, eks: **E**, **D**. For vektorstørrelser skal også retning angis.

Oppgave 1.

Ei kule av ledende materiale har radius $R_1 = 8{,}00$ cm og ladning 20 μC.

a) Sett opp uttrykk for elektrisk felt **E** i alle deler av rommet. Beregn på dette grunnlag potensialet (relativt uendelig) på overflata av kula (tallsvar).

I oppgave b) og c) blir Kule 1 sammenkoplet med ei anna lederkule nr. 2 gjennom en lang, tynn ledning. Kule 2 har radius $R_2 = 6{,}00$ cm og er ladningsfri før sammenkoplingen.

b) Beregn ladningen på hver av kulene etter forbindelsen. Du kan se bort fra ladning i selve ledningen. Videre er avstanden mellom kulene så stor at du kan se bort fra effekten av det elektriske feltet fra den ene kula ved overflaten av den andre kula.

c) Hva er potensialet på kule 1 og kule 2 etter sammenkoplingen? Beregn også total elektrisk energi for systemet før og etter sammenkoplingen. Hvordan kan du forklare eventuelt tap i energi?

Oppgave 2.

Ei kule med radius r_0 og permittivitet $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$ har romladning $\rho(r) = \rho_0\, r/r_0$, der $\rho_0 > 0$. Utenfor kula er det ingen ladning og permittiviteten her er ε_0.

a) Beregn den totale ladningen Q_{tot} i kula og finn den elektriske flukstetthet **D**(r) for alle r.

b) Finn bundet ladning $\sigma_B(r_0)$ på kuleoverflata $r = r_0$. Angi fortegnet.

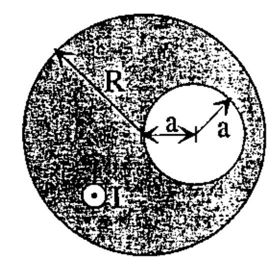
c) Finn bundet romladning $\rho_B(r)$ for $r < r_0$. Vis i en skisse hvordan elektriske dipoler kan representere polariseringen og forklare hvordan bundet romladning $\rho_B(r)$ og flateladning $\sigma_B(r_0)$ framkommer. Forklar også fortegnet til ρ_B og σ_B vha. dipolene.

Oppgave 3.

En lang, rett sylindrisk kopperleder med radius R fører en strøm I. Strømtettheten er den samme over hele ledertverrsnittet. La ledningen stå normalt på papirplanet med strømretning opp av papirplanet.

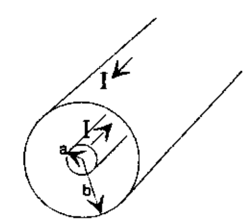
a) Finn den magnetiske feltstyrken **H**(r) inne i lederen uttrykt i sylinderkoordinater (r = avstand fra lederaksen). Finn også svaret uttrykt i kartesiske koordinater, dvs. finn x- og y-komponentene av **H** med x og y innført i uttrykkene. Origo i lederens akse.

Inne i lederen blir det så boret et sylindrisk hull med radius a og med akse parallelt med lederaksen i en avstand a fra denne (se figur). Strømmen er fortsatt I, fordelt med lik strømtetthet over den gjenværende delen av lederen. $2a < R$.



b) Hva blir den nye strømtettheten i lederen? Finn H_x og H_y for et punkt (x,y) inne i hulrommet uttrykt ved strømmen I og radier R og a. Tips: Superposisjon av to strømførende ledere med motsatt like stor strømtetthet.

Oppgave 4.



En koaksialkabel består av en hul innerleder med radius a og en tynn ytterleder med radius b. Du kan for begge lederne se bort fra veggtykkelsen. Lengden er lik S. Isolasjonsmaterialet mellom lederne har permeabilitet μ_0. Magnetisk feltstyrke mellom lederne er $H_\phi(r) = I/(2\pi r)$ når strømmen i lederne er +I og -I og r = avstand fra aksen.

a) Beregn magnetisk fluks Φ_m mellom lederne og vis hvilken retning denne har. Beregn deretter selvinduktansen L' pr lengdeenhet av kabelen (L' = L/S) ved å bruke definisjons-likningen for L.

b) Finn uttrykk for magnetisk energitetthet w som funksjon av avstand r fra aksen. Finn herfra også magnetisk energiinnhold pr. lengdeenhet av kabelen, W'.

-----------------------*********************---------------------

Noen av disse formler kan du få bruk for. Du må selv tolke symbolene, men bevis trengs ikke. ∫ representerer enkelt eller dobbeltintegral over henholdsvis lukket kurve eller lukket flate.

$\int \mathbf{D}\, dA = Q$	$\text{div}\, \mathbf{D} = \rho$	
$\int \mathbf{E}\, ds = -\partial\Phi_m/\partial t$	$\text{curl}\, \mathbf{E} = -\partial\mathbf{B}/\partial t$	
$\int \mathbf{B}\, dA = 0$	$\text{div}\, \mathbf{B} = 0$	
$\int \mathbf{H}\, ds = I + \partial\Psi/\partial t$	$\text{curl}\, \mathbf{H} = \mathbf{J} + \partial\mathbf{D}/\partial t$	
$\text{div}\, \mathbf{P} = -\rho_B$	$\text{div}\, \varepsilon_0\mathbf{E} = \rho + \rho_B$	
$D_{2n} - D_{1n} = \sigma$	$E_{1t} = E_{2t}$	$P_{2n} - P_{1n} = -\sigma_B$
$B_{1n} = B_{2n}$	$H_{2t} - H_{1t} = k\ (= I/l)$	
$dW = \frac{1}{2} V\, dq$	$\mathcal{E} = -\partial\Phi_m/\partial t$	

Sylinderkoordinater (ρ, ϕ, z) :

$$\nabla V = \hat{\rho}\frac{\partial V}{\partial \rho} + \hat{\phi}\frac{1}{\rho}\frac{\partial V}{\partial \phi} + \hat{z}\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho D_\rho) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho\frac{\partial V}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

Kulekoordinater (r, θ, ϕ) :

$$\nabla V = \hat{r}\frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\theta}\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} + \hat{\phi}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 D_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(D_\theta \sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial D_\phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial V}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}$$