NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Kontakt under eksamen:
Jon Andreas Støvneng
Telefon: 73 59 36 63 / 45 45 55 33

KONTINUASJONSEKSAMEN
TFY4155 ELEKTROMAGNETISME
Fredag 11. august 2006 kl. 0900 - 1300

Hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling (eller tilsvarende).
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk, eller B. E. Lian og C. Angell: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (HP30S eller lignende.)

Side 2 - 5: Oppgave 1 - 4.
Vedlegg 1 - 3: Formelsamling.

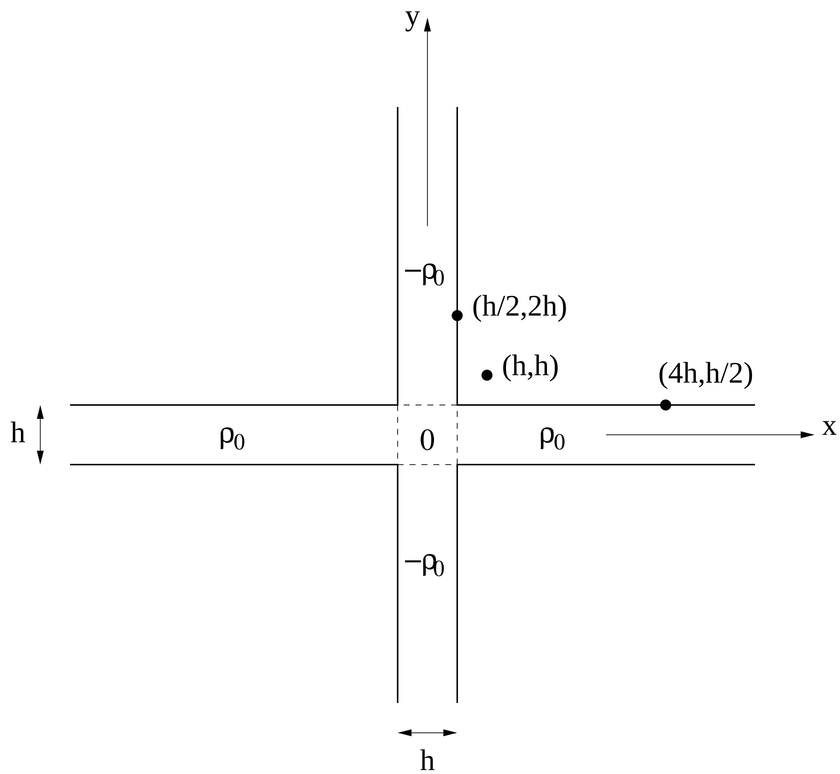
Prøven består av i alt 10 deloppgaver (1a, 1b, 2a, 2b, 2c, 3a, 3b, 4a, 4b, 4c). Hver av disse 10 deloppgavene vil bli tillagt like stor vekt under bedømmelsen. Vektorstørrelser er angitt med **fete** typer. Enhetsvektorer er angitt med hatt over symbolet. Dersom intet annet er oppgitt, kan det antas at det omgivende mediet er luft (vakuum), med permittivitet $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m og permeabilitet $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m. I oppgaver hvor tallverdier er oppgitt for alle nødvendige størrelser, skal tallsvar bestemmes.

Sensuren kan ventes senest 1. september.

OPPGAVE 1

a) Ei uendelig stor skive har tykkelse h og fyller rommet mellom $y = -h/2$ og $y = h/2$. Skiva har uniform ladning ρ_0 pr volumenhet. Bruk Gauss' lov og bestem absoluttverdi og retning av det elektriske feltet $\boldsymbol{E}$ (overalt, dvs både innenfor og utenfor skiva).

b) To uendelig store skiver, begge med tykkelse h, krysser hverandre slik at de til sammen fyller rommet mellom $y = -h/2$ og $y = h/2$, og mellom $x = -h/2$ og $x = h/2$:



Ladningen pr volumenhet er $-\rho_0$ for $|y| > h/2$ (og $|x| < h/2$), ρ_0 for $|x| > h/2$ (og $|y| < h/2$) og null dersom både $|x|$ og $|y|$ er mindre enn $h/2$ (som antydet i figuren ovenfor).
Hva er det elektriske feltet i punktet $(x, y) = (h, h)$? Angi både absoluttverdi og retning. Hva er potensialforskjellen mellom punktene $(h/2, 2h)$ og $(4h, h/2)$?

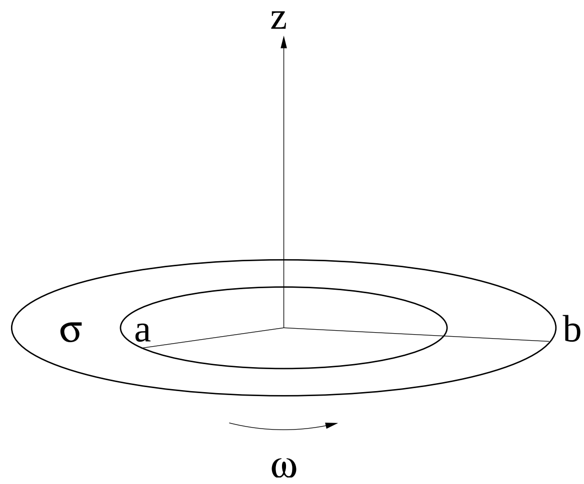
Oppgitt:

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l}$$

$$\varepsilon_0 \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = q$$

OPPGAVE 2

Ei sirkulær skive med indre radius a og ytre radius b har ladning pr flateenhet som varierer med avstanden r fra sentrum, $\sigma(r) = \sigma_0 b^2/r^2$. Skiva ligger i xy-planet med sentrum i origo. Den roterer omkring symmetriaksen (z-aksen) med vinkelhastighet ω.



a) Bestem skivas magnetiske dipolmoment m. Tips: Finn først dipolmomentet dm til en tynn ring med radius r, tykkelse dr og strøm $dI = dq/T$.

b) Bestem magnetfeltet $B(z)$ på z-aksen. Tips: Finn først magnetfeltet dB fra en tynn ring med radius r, tykkelse dr og strøm dI.

c) Langt unna skiva (dvs $z \gg b$) kan magnetfeltet (tilnærmet) uttrykkes ved dipolmomentet på følgende vis:

$$B(z) \simeq \frac{\mu_0 m}{2\pi z^3}$$

Vis dette.

Oppgitt:

Magnetfelt på symmetriaksen, i avstand z, fra en tynn strømførende ring, med strøm I og radius R:

$$B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(z^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

Magnetisk dipolmoment:

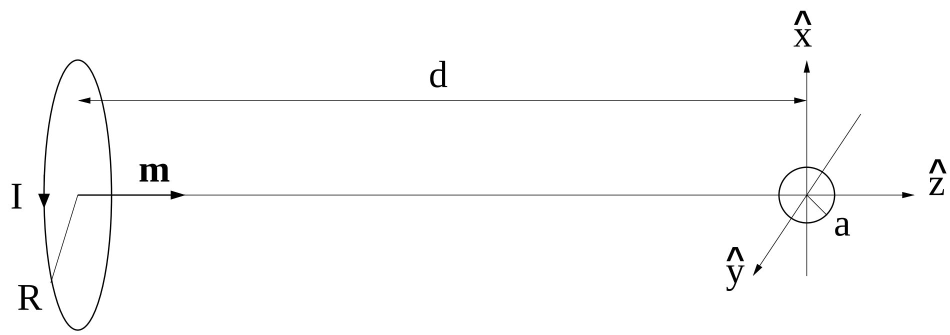
$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{A}$$

Rekkeutvikling når $\alpha \ll 1$:

$$(1+\alpha)^{-1/2} \simeq 1 - \frac{\alpha}{2}$$

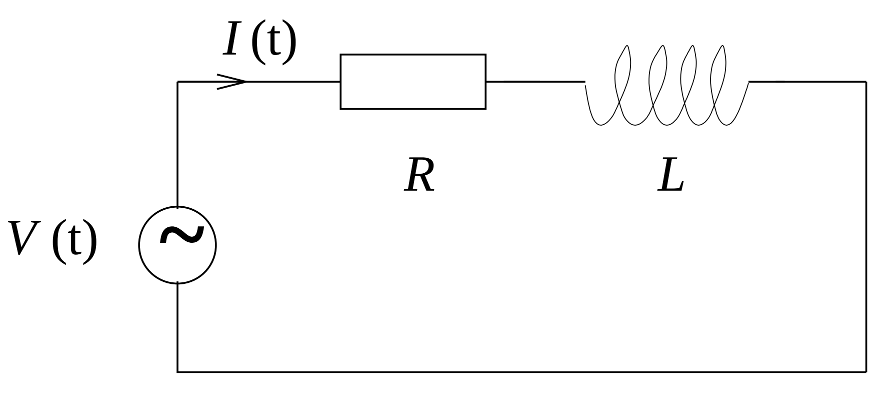
OPPGAVE 3

En ring med radius R er plassert med sentrum i $z = -d$, og med symmetriaksen sammenfallende med z-aksen. Ringen fører en (tidsuavhengig) strøm slik at dens magnetiske dipolmoment er m. En ring med radius $a \ll R$ er plassert med sentrum i origo, i avstand $d \gg R$ fra den strømførende ringen:



a) Bestem indusert elektromotorisk spenning i den lille ringen når denne roterer omkring x-aksen med vinkelfrekvens ω. Hva blir indusert spenning dersom den lille ringen roterer omkring z-aksen? Tips: Se oppgave 2.

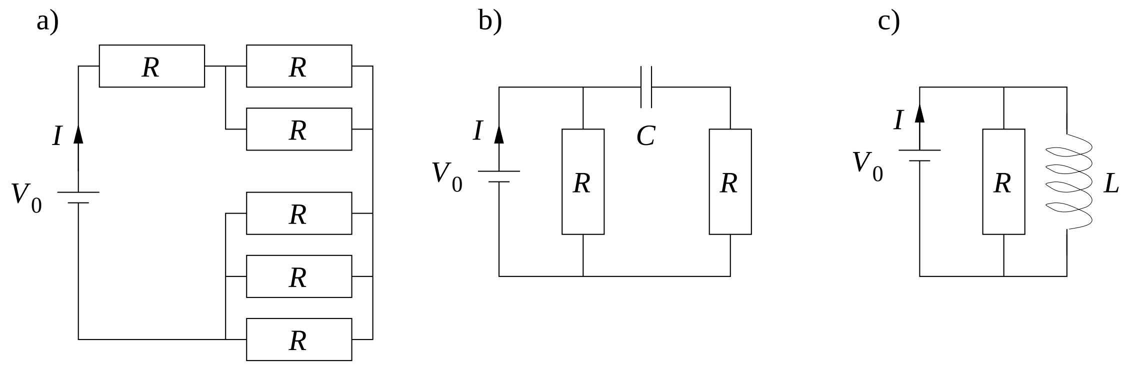
b) Vi antar nå at den lille ringen roterer omkring x-aksen, og at ringen er en elektrisk leder (metall) med uniformt tverrsnitt S. Forklar hvorfor denne roterende ringen kan beskrives ved hjelp av den elektriske kretsen i figuren nedenfor.



Gjør kort rede for hvordan du ville gå fram for å bestemme størrelsene R og L.

OPPGAVE 4

Hva blir strømmen I (eventuelt $I(t)$) i de tre elektriske kretsene a), b) og c) i figuren nedenfor.



Tallverdier: $V_0 = 10$ V $\quad R = 100\ \Omega \quad C = 10$ mF $\quad L = 0.1$ H

Vi antar at spenningskilden V_0 kobles til ved tidspunktet $t = 0$, og dessuten at $I = 0$ for $t < 0$.

Hvor mye energi leverer spenningskilden til hver av de tre kretsene i tidsrommet mellom $t = 0$ og $t = 10$ s?

Formelsamling

$\int d\boldsymbol{A}$ angir flateintegral og $\int d\boldsymbol{l}$ angir linjeintegral. $\oint$ angir integral over lukket flate eller rundt lukket kurve. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent.

Elektrostatikk

- Coulombs lov:

$$\boldsymbol{F} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

- Elektrisk felt og potensial:

$$\boldsymbol{E} = -\nabla V$$

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l}$$

- Elektrisk potensial fra punktladning:

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

- Elektrisk fluks:

$$\phi_E = \int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A}$$

- Gauss lov for elektrisk felt:

$$\varepsilon_0 \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = q$$

$$\oint \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} = q_{\text{fri}}$$

- Elektrostatisk felt er konservativt:

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = 0$$

- Elektrisk forskyvning:

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E} = \varepsilon \boldsymbol{E}$$

- Elektrisk dipolmoment:

$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}$$

- Elektrisk polarisering = elektrisk dipolmoment pr volumenhet:

$$\boldsymbol{P} = \frac{\Delta \boldsymbol{p}}{\Delta V}$$

- Kapasitans:

$$C = \frac{q}{V}$$

- Energitetthet i elektrisk felt:

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Magnetostatikk

- Magnetisk fluks:

$$\phi_m = \int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A}$$

- Gauss' lov for magnetfeltet:

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} = 0$$

- Ampères lov:

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 I$$

$$\oint \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = I_{\text{fri}}$$

- Magnetfelt fra strømførende leder (Biot–Savarts lov):

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\boldsymbol{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

- $\boldsymbol{H}$-feltet:

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{B} - \boldsymbol{M} = \frac{1}{\mu_r \mu_0}\boldsymbol{B} = \frac{1}{\mu}\boldsymbol{B}$$

- Magnetisk dipolmoment:

$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{A}$$

- Magnetisering = magnetisk dipolmoment pr volumenhet:

$$\boldsymbol{M} = \frac{\Delta \boldsymbol{m}}{\Delta V}$$

- Magnetisk kraft på rett strømførende leder:

$$\boldsymbol{F} = I\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$$

- Energitetthet i magnetfelt:

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Elektrodynamikk og elektromagnetisk induksjon

- Faraday (–Henry)s lov:

$$\mathcal{E} = \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

- Ampère–Maxwells lov:

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

- Selvinduktans:

$$L = \frac{\phi_m}{I}$$

- Gjensidig induktans:

$$M_{12} = \frac{\phi_1}{I_2} \quad , \quad M_{21} = \frac{\phi_2}{I_1} \quad , \quad M_{12} = M_{21} = M$$

- Energitetthet i elektromagnetisk felt:

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$