NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Kontakt under eksamen:
Jon Andreas Støvneng
Telefon: 73 59 36 63 / 45 45 55 33

EKSAMEN
FY1003 ELEKTRISITET OG MAGNETISME I
Mandag 17. desember 2007 kl. 0900 - 1300

Hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling (eller tilsvarende).
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk, eller B. E. Lian og C. Angell: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (HP30S eller lignende.)

Side 2 - 5: Oppgave 1 - 4.
Vedlegg 1 - 3: Formelsamling.

Prøven består av i alt 10 deloppgaver (1a, 1b, 1c, 2a, 2b, 3a, 3b, 4a, 4b, 4c). Hver av disse 10 deloppgavene vil bli tillagt like stor vekt under bedømmelsen. Vektorstørrelser er angitt med **fete** typer. Enhetsvektorer er angitt med hatt over symbolet. Dersom intet annet er oppgitt, kan det antas at det omgivende mediet er luft (vakuum), med permittivitet $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m og permeabilitet $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m. I oppgaver hvor tallverdier er oppgitt for alle nødvendige størrelser, skal tallsvar bestemmes.

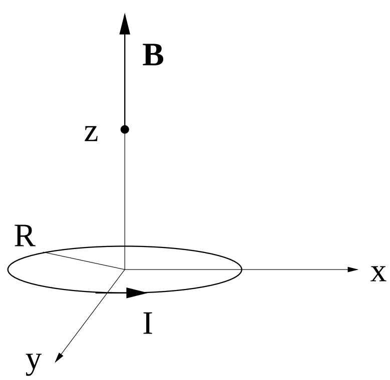
Sensuren er klar i januar, muligens allerede til jul.

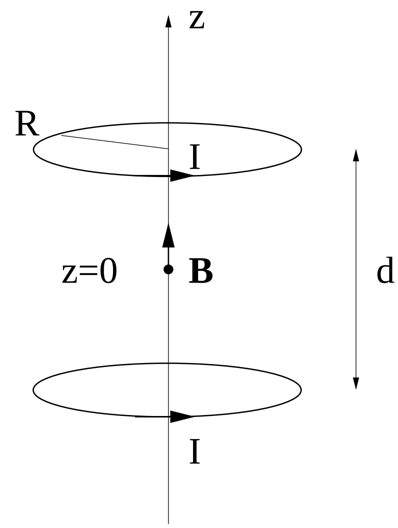
OPPGAVE 1

a) Gjør kort rede for fenomenene diamagnetisme, paramagnetisme og ferromagnetisme.

b) Vis at den magnetiske feltstyrken $B(z)$ på aksen til en sirkulær strømsløyfe med radius R og med sentrum i origo (figur nedenfor, til venstre) er

$$B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

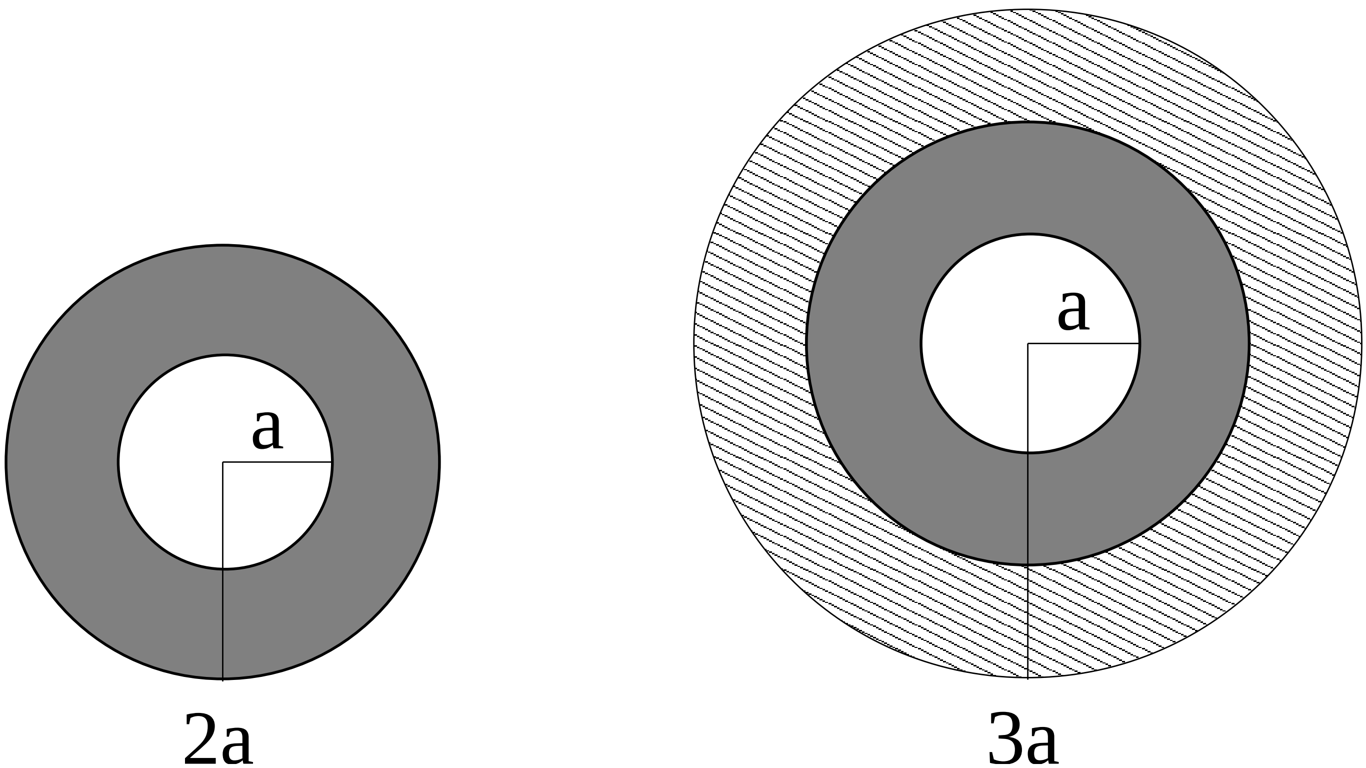




c) Magnetfeltet fra *en* sirkulær strømsløyfe (punkt *b*) varierer forholdsvis raskt når avstanden z endres. Med *to* slike strømsløyfer, i innbyrdes avstand d, er det mulig å lage et mer homogent magnetfelt, spesielt på strømsløyfenes akse, midt mellom de to, i $z = 0$ (figur ovenfor, til høyre). Hva blir nå feltstyrken $B(z)$ på z-aksen? Vis at $B'(0) = 0$. ($B' \equiv dB/dz$.) Hvor stor må avstanden d velges for at også $B''(0)$ skal forsvinne? Hva blir da $B(0)$?

OPPGAVE 2

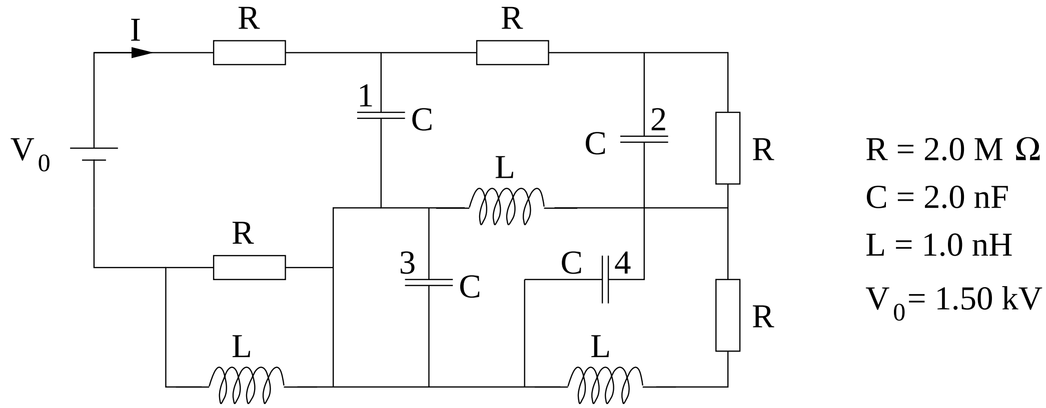
a) Et kuleskall (figur nedenfor, til venstre) har indre radius a, ytre radius $2a$ og ladning pr volumenhet $\rho(r) = \rho_0 a^3/r^3$ i området $a < r < 2a$. (ρ_0 er en konstant, og for $r < a$ og $r > 2a$ er $\rho = 0$.) Bestem den elektriske feltstyrken $E(r)$ (overalt). Skisser funksjonen $E(r)$.



b) Kuleskallet i punkt a dekkes med et dielektrikum (med null netto ladning totalt) med tykkelse a og relativ permittivitet $\varepsilon_r = 5$ (figur ovenfor, til høyre). Hva innebærer det at dielektrikumet polariseres? Hvor, og hvor mye, endres nå $E(r)$ i forhold til i punkt a? Bestem indusert ladning pr flateenhet, på indre og ytre overflate av dielektrikumet, henholdsvis $\sigma(2a)$ og $\sigma(3a)$.

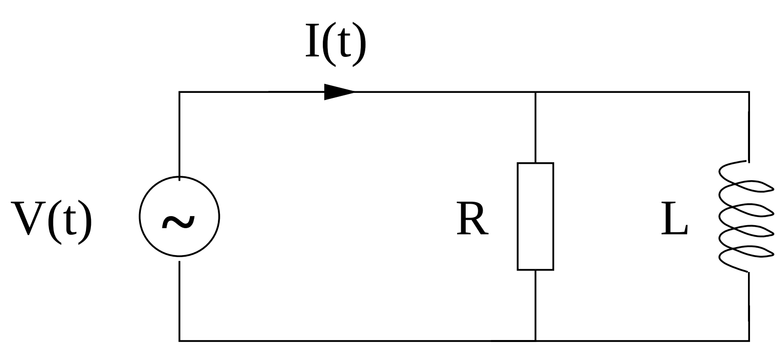
OPPGAVE 3

a) Kretsen nedenfor består av fem motstander R, fire kapasitanser C og tre induktanser L. Likespenningskilden V_0 har vært tilkoblet i så lang tid at strømmer i kretsen og ladninger på kondensatorene ikke lenger endrer seg.



Bestem strømmen I, samt ladningene Q_1, Q_2, Q_3 og Q_4 på kondensatorene merket henholdsvis 1, 2, 3 og 4.

b) I kretsen nedenfor er en vekselspenningskilde $V(t) = V_0 \cos \omega t$ koblet til en parallellkobling av en motstand R og en induktans L.



Vi antar at spenningskilden har vært tilkoblet så lenge at strømmen $I(t)$ svinger med samme vinkelfrekvens som den påtrykte spenningen. Bruk Kirchhoffs regler til å bestemme total strøm $I(t)$ "levert" av spenningskilden.

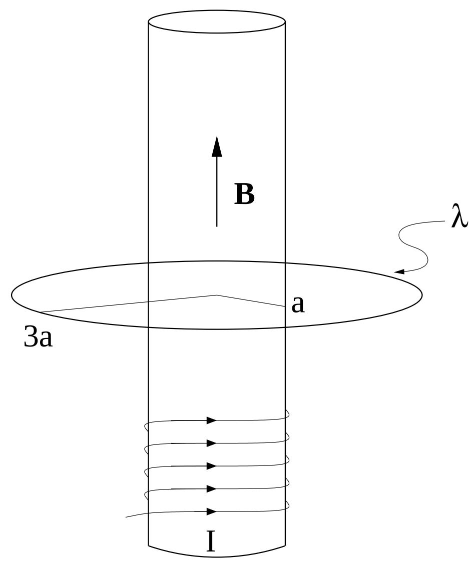
Skriv $I(t)$ på formen

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t - \alpha)$$

og bestem dermed faseforskyvningen α mellom strøm og spenning, og den "generaliserte motstanden" (impedansen) $Z(\omega) = V_0/I_0(\omega)$. Skisser funksjonen $Z(\omega)$.

Oppgitt: $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$

OPPGAVE 4



En ring med radius $3a$ har (uniform) elektrisk ladning λ pr lengdeenhet. Ringen er plassert koaksialt med en (tilnærmet uendelig) lang, tettviklet luftfylt spole med radius a og n viklinger pr lengdeenhet.

a) Vis at magnetfeltet er null utenfor spolen, mens det inne i spolen er uniformt, med feltstyrke $B = \mu_0 n I_0$, når det går en (konstant) strøm I_0 i spoletråden. (Den ladde ringen er uten betydning her.)

b) Strømmen i spoletråden skrus av, lineært, i løpet av et tidsrom τ. Dvs: $I(t) = I_0(1 - t/\tau)$ for $0 < t < \tau$. ($I = I_0$ for $t < 0$ og $I = 0$ for $t > \tau$.) Bestem indusert elektromotorisk spenning $\mathcal{E}$ i den ladde ringen.

c) Den ladde ringen har masse m (uniform masse pr lengdeenhet) og er produsert i et isolerende materiale slik at ladningen sitter fast på ringen. Den induserte elektromotoriske spenningen $\mathcal{E}$ (punkt b), og det induserte elektriske feltet $\boldsymbol{E}$ (gitt ved $\mathcal{E} = \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l}$) vil dermed føre til at ringen begynner å rotere. Bestem hvilken retning ringen vil rotere. Hva blir til slutt ringens vinkelhastighet ω? (Dvs: Etter at $\mathcal{E}$ har blitt null, dvs for $t > \tau$.) Oppgitt: $v = \omega R = \omega \cdot 3a$. (Se bort fra tyngdefeltet, eller tenk deg at ringen er hengt opp på en måte som ikke hindrer rotasjonsbevegelsen.)

Formelsamling

$\int d\boldsymbol{A}$ angir flateintegral og $\int d\boldsymbol{l}$ angir linjeintegral. $\oint$ angir integral over lukket flate eller rundt lukket kurve. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent.

Elektrostatikk

- Coulombs lov:
$$\boldsymbol{F} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$
- Elektrisk felt og potensial:
$$\boldsymbol{E} = -\nabla V$$
$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l}$$
- Elektrisk potensial fra punktladning:
$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$
- Elektrisk fluks:
$$\phi_E = \int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A}$$
- Gauss lov for elektrisk felt:
$$\varepsilon_0 \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = q$$
$$\oint \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} = q_{\text{fri}}$$
- Elektrostatisk felt er konservativt:
$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = 0$$
- Elektrisk forskyvning:
$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0\boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_r\varepsilon_0\boldsymbol{E} = \varepsilon\boldsymbol{E}$$
- Elektrisk dipolmoment:
$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}$$

- Elektrisk polarisering = elektrisk dipolmoment pr volumenhet:

$$\boldsymbol{P} = \frac{\Delta \boldsymbol{p}}{\Delta V}$$

- Kapasitans:

$$C = \frac{q}{V}$$

- Energitetthet i elektrisk felt:

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Magnetostatikk

- Magnetisk fluks:

$$\phi_m = \int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A}$$

- Gauss' lov for magnetfeltet:

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} = 0$$

- Ampères lov:

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 I$$

$$\oint \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = I_{\text{fri}}$$

- Magnetfelt fra strømførende leder (Biot–Savarts lov):

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\boldsymbol{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

- $\boldsymbol{H}$-feltet:

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{B} - \boldsymbol{M} = \frac{1}{\mu_r \mu_0}\boldsymbol{B} = \frac{1}{\mu}\boldsymbol{B}$$

- Magnetisk dipolmoment:

$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{A}$$

- Magnetisering = magnetisk dipolmoment pr volumenhet:

$$\boldsymbol{M} = \frac{\Delta \boldsymbol{m}}{\Delta V}$$

- Magnetisk kraft på rett strømførende leder:

$$\boldsymbol{F} = I\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$$

- Energitetthet i magnetfelt:

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Elektrodynamikk og elektromagnetisk induksjon

- Faraday–Henrys lov:

$$\mathcal{E} = \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

- Ampère–Maxwells lov:

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

- Selvinduktans:

$$L = \frac{\phi_m}{I}$$

- Gjensidig induktans:

$$M_{12} = \frac{\phi_1}{I_2} \quad , \quad M_{21} = \frac{\phi_2}{I_1} \quad , \quad M_{12} = M_{21} = M$$

- Energitetthet i elektromagnetisk felt:

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$