NTNU
Det skapende universitet
Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i
TFY4155 ELEKTRISITET OG MAGNETISME
FY1003 ELEKTRISITET OG MAGNETISME

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk v/Arne Mikkelsen,
Tlf.: 486 05 392

Eksamensdato: Onsdag 25. mai 2016
Eksamenstid: 09:00 - 13:00
Tillatte hjelpemidler (kode C):

Bestemt enkel godkjent kalkulator.
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
C. Angell og B. E. Lian: Fysiske størrelser og enheter.
Vedlagt formelark.

Annen informasjon:

1. Denne eksamen teller 90 % på endelig karakter, laboratorierapport 10 %. For studenter med laboratorium godkjent 2012 og før teller denne eksamen 100 %.

2. Prosenttallene i parantes etter hver oppgave angir hvor mye den vektlegges ved bedømmelsen (summerer til 100 %).

3. Noen generelle faglige merknader:
   - Størrelser angis i kursiv (f.eks. V for potensial), mens enheter angis uten kursiv (f.eks. V for volt)
   - $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y- og z-retning.
   - Ved tallsvar kreves både tall og enhet.

4. I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**

5. Svar på flervalgsspørsmålene fører du på **siste ark** i dette oppgavesettet. Arket skal innleveres.

6. Oppgavene er utarbeidet av Arne Mikkelsen og vurdert av Magnus B. Lilledahl.

Målform/språk: Bokmål.

Antall sider (uten denne forsida): 8.

Antall sider vedlegg: 3.

Kontrollert av:

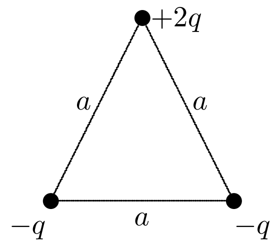
Informasjon om trykking av eksamensoppgave:
Originalen er: 2-sidig; sort/hvitt

Dato Sign

(blank side)

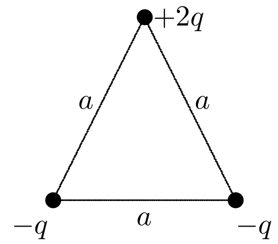
Oppgave 1. Flervalgsspørsmål. (Teller 50 %, hvert spørsmål teller like mye.)

1-1. Tre punktladninger, en positiv ($2q$) og to negative ($-q$), er plassert i hvert sitt hjørne av en likesidet trekant med sidekanter a. Hva er systemets dipolmoment $|\vec{p}|$?



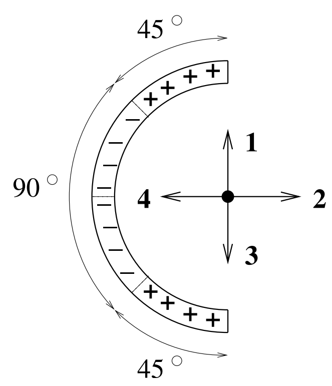
A) $qa/\sqrt{3}$
B) $\sqrt{3}qa/2$
C) $\sqrt{3}qa$
D) $2\sqrt{3}qa$
E) qa.

1-2. Tre punktladninger, en positiv ($2q$) og to negative ($-q$), er plassert i hvert sitt hjørne av en likesidet trekant med sidekanter a. Hva er den potensielle energien til de tre ladningene? (Dvs. i forhold til om de tre ladningene var uendelig langt fra hverandre.)



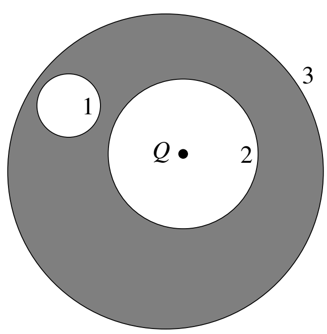
A) $3q^2/4\pi\epsilon_0 a$
B) 0
C) $q^2/4\pi\epsilon_0 a$
D) $-3q^2/4\pi\epsilon_0 a$
E) $-q^2/4\pi\epsilon_0 a$.

1-3. Figuren viser tverrsnittet av en halvsirkelformet stav med uniform ladning per lengdeenhet, enten negativ ($-\lambda$, merket med "$-$") eller positiv (λ, merket med "$+$") på ulike deler av staven, slik at staven totalt har ladning lik null. Hvilken pil angir da riktig retning på den elektriske krafta som virker på et elektron som er plassert i "sentrumspunktet" (dvs. det som ville ha vært sentrum av en hel sirkel)?



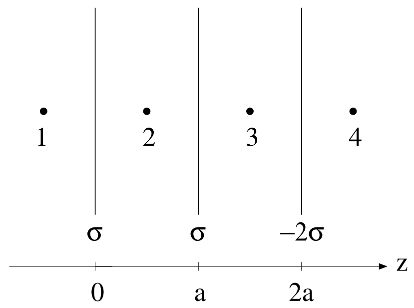
A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) Krafta er null.

1-4. Ei nøytral metallkule har to kuleformede hulrom i sitt indre. Hulrom 1 er tomt. I hulrom 2 er det en punktladning Q. (*Hele* systemet har altså ladning Q.) Hvor mye indusert ladning q_j har vi på de tre overflatene til metallkula, dvs. på de indre overflatene (q_1 og q_2) som avgrenser hulrommene og på kulas ytre overflate (q_3)?



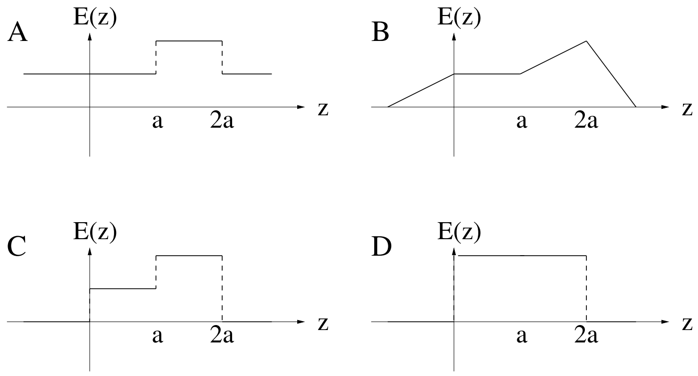
A) $q_1 = 0 \quad q_2 = -Q \quad q_3 = Q$
B) $q_1 = -Q \quad q_2 = -Q \quad q_3 = 2Q$
C) $q_1 = 0 \quad q_2 = 0 \quad q_3 = 0$
D) $q_1 = Q \quad q_2 = 0 \quad q_3 = -Q$
E) $q_1 = 0 \quad q_2 = Q \quad q_3 = 2Q$

Tre store parallelle plan har innbyrdes avstand a som vist i figuren til høyre. Planene har ladning per flateenhet σ, σ, og -2σ (fra venstre mot høyre, og $\sigma > 0$). To to neste spørsmålene refererer til denne figuren.



1-5. I situasjonen i figuren over kan det elektriske feltet skrives på formen $\boldsymbol{E}(z) = E(z)\ \hat{\mathbf{k}}$. Hvilken figur (nedenfor, til høyre) viser korrekt $E(z)$?

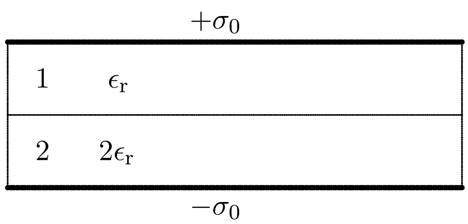
A) A
B) B
C) C
D) D
D) Ingen av figurene.

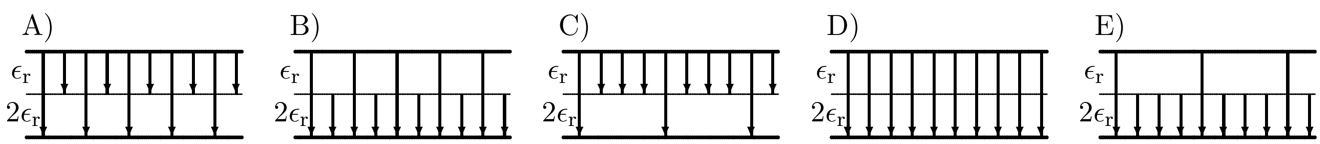


1-6. I figuren over, ranger det elektriske potensialet i de fire punktene merket med 1, 2, 3 og 4.

A) $V_1 > V_2 > V_3 > V_4$
B) $V_1 > V_4 > V_2 = V_3$
C) $V_4 = V_1 > V_2 = V_3$
D) $V_1 = V_4 > V_3 > V_2$
D) $V_4 = V_1 > V_2 > V_3$.

1-7. Figuren til høyre viser to store metalliske plan med areal A og ladning per flateenhet henholdsvis σ_0 (øverste plate) og $-\sigma_0$ (nederste plate). Volumet mellom metallplatene er fylt med to dielektriske skiver. Medium 1 i øverste halvdel har relativ permittivitet ϵ_r mens medium 2 i nederste halvdel har relativ permittivitet $2\epsilon_r$. Hvilken av figurene nedenfor illustrerer best feltlinjer for det elektriske feltet $\vec{E}$?



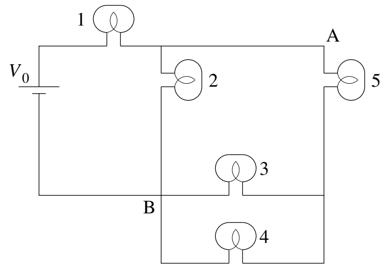


1-8. Hva er den minste kapasitansen du kan lage med fem like kondensatorer, hver med kapasitans 5,0 mF?

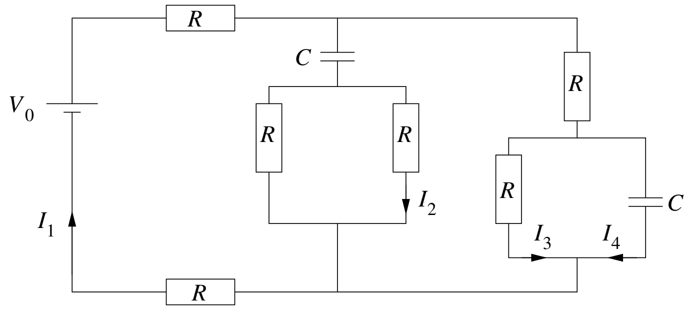
A) 25,0 mF B) 10,0 mF C) 5,0 mF D) 2,5 mF E) 1,0 mF

1-9. Hver av de fem lyspærene kan betraktes som en ideell ohmsk motstand R. Økt spenning over ei lyspære (og dermed økt strømstyrke) gir økt lysstyrke i lyspæra. I kretsen vist i figuren, hvilke(n) lyspære(r) lyser sterkest?

A) 1
B) 2
C) 3 og 4
D) 5
E) 2 og 5



1-10. I kretsen til høyre har spenningskilden V_0 vært tilkoblet så lenge at strømmene i kretsen ikke lenger endrer seg med tida. Hva er da de 4 angitte strømstyrkene I_j, $j = 1, 2, 3, 4$?

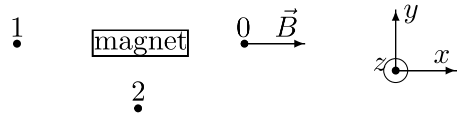


A) $I_1 = V_0/4R \quad I_2 = V_0/4R \quad I_3 = V_0/4R \quad I_4 = V_0/4R$
B) $I_1 = 3V_0/4R \quad I_2 = V_0/4R \quad I_3 = V_0/4R \quad I_4 = V_0/4R$
C) $I_1 = V_0/4R \quad I_2 = 0 \quad I_3 = V_0/2R \quad I_4 = 0$
D) $I_1 = V_0/4R \quad I_2 = 0 \quad I_3 = V_0/4R \quad I_4 = 0$
E) $I_1 = V_0/4R \quad I_2 = 0 \quad I_3 = V_0/2R \quad I_4 = 0$

1-11. I hvilket tilfelle er den totale magnetiske fluksen ut gjennom ei lukka overflate positiv?
A) Hvis nordpolen til en magnet, men ikke sydpolen, ligger innenfor den lukka overflata.
B) Hvis sydpolen til en magnet, men ikke nordpolen, ligger innenfor den lukka overflata.
C) Hvis både nordpolen og sydpolen til en magnet ligger innenfor den lukka overflata.
D) Hvis overflata omslutter et område med forskyvningsstrøm.
E) Magnetisk fluks kan ikke være positiv ut fra ei lukka overflate.

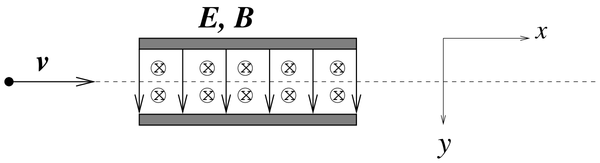
1-12. Figuren viser en sylindrisk stavmagnet med akse i papirplanet. Magnetisk flukstetthet $\vec{B}$ ved et punkt 0 er vist i diagrammet. Koordinatretninger er gitt. Hva er retningen på $\vec{B}$ ved punkt 1 (rett til venstre for magneten) og ved punkt 2 (midt under magneten)?

A) 1: negativ x-retning, 2: positiv x-retning
B) 1: negativ x-retning, 2: negativ x-retning
C) 1: positiv x-retning, 2: negativ x-retning
D) 1: positiv x-retning, 2: positiv y-retning
E) 1: negativ x-retning, 2: negativ y-retning



1-13. Partikler, alle med ladning forskjellig fra null, med ulike masser og hastigheter (men alle med hastighet i positiv x-retning) kommer inn i et område der det elektriske feltet er $\vec{E} = E_0\ \hat{\mathbf{j}}$ (nedover i figuren) mens magnetfeltet er $\vec{B} = B_0\ \hat{\mathbf{k}}$ (inn i planet). Hvis $E_0 = 10,0$ kV/m og $B_0 = 50,0$ mT, må de partiklene som passerer gjennom området med elektrisk felt og magnetfelt *uten å avbøyes*

A) være elektroner
B) være protoner
C) ha hastighet 500 m/s
D) ha hastighet 200 m/s
E) ha hastighet 200 km/s.

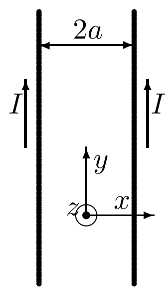


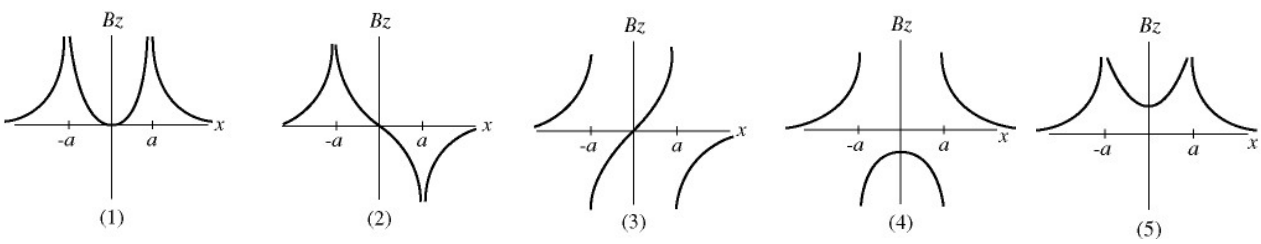
1-14. En tett viklet solenoide er 31,42 cm lang, har 200 viklinger, et tverrsnitt 1,00 cm^2 og fører en spolestrøm på 2,0 A. Solenoiden har en jernkjerne med magnetisk susceptibilitet $\chi_\mathrm{m} = 1500$. Hvis du ser bort fra endeeffekter, vil du finne at verdien til magnetisk flukstetthet B i sentrum er omtrentlig

A) 16 μT
B) 16 mT
C) 24 mT
D) 2,4 T
E) 16 T.

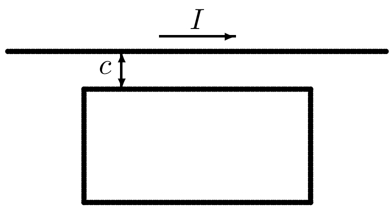
1-15. To svært lange, parallelle ledninger i xy-planet ligger i avstand $2a$ fra hverandre, er parallell med y-aksen og fører en lik strøm I i samme retning. Vist i figuren til høyre med origo for koordinatsystem midt mellom ledningene. Hvilken graf nedenfor viser best z-komponenten til B-feltet i xy-planet, som funksjon av x? (OBS: grafene viser ikke magnetiske feltlinjer).

A) (1) B) (2) C) (3) D) (4) E) (5)



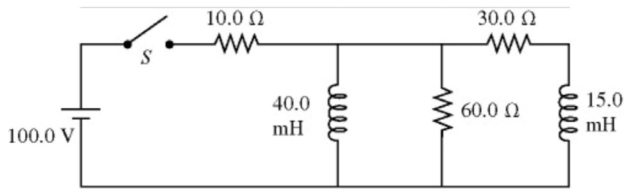


1-16. En rektangulær sløyfe er plassert parallelt med en lang rett strømførende leder som vist i figuren. Den rette lederen fører en strøm I mot høyre og avstanden c mellom lederen og den nærmeste sidekanten av sløyfa er fast. Strømmen i den rette lederen øker jamt med tida: $I(t) = I_0 + kt$ (der k er en konstant med enhet A/s). Strømmen indusert i den rektangulære sløyfa



A) går mot klokka og er proporsjonal med k^2
B) går med klokka og er proporsjonal med k^2
C) går mot klokka og er proporsjonal med k
D) går med klokka og er proporsjonal med k
E) er lik null.

I kretsen i figuren til høyre har spenningskilden ingen indre motstand og spolene (induktorene) har null motstand. To to neste spørsmålene refererer til denne figuren.



1-17. I figuren over har bryteren har vært åpen i veldig lang tid. Umiddelbart etter bryteren slås på er strømmen gjennom 60,0 Ω-motstanden lik

A) 0,00 A B) 1,43 A C) 2,50 A D) 3,33 A E) 10,0 A

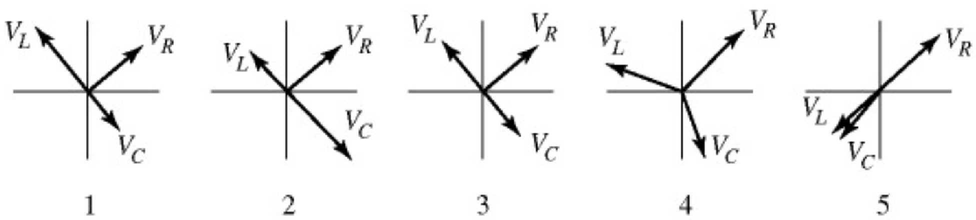
1-18. Når bryteren har vært lukket i svært lang tid i figuren over er potensialforskjellen over 60,0 Ω-motstanden lik

A) 0,00 V B) 66,7 V C) 85,7 V D) 90,0 V E) 100,0 V

1-19. En vekselspenning $V(t) = V_0 \sin \omega t$ med amplitude $V_0 = 50$ mV og frekvens $f = 50$ Hz er koblet til en spole med induktans $L = 50\,\mu$H. Hva blir amplituden I_0 til den harmonisk varierende strømmen i kretsen?

A) $I_0 = 2,18$ A
B) $I_0 = 2,79$ A
C) $I_0 = 3,18$ A
D) $I_0 = 3,79$ A
E) $I_0 = 4,18$ A

1-20. Hvilket av viserdiagrammene representerer best en *RLC*-krets som drives av en spenningskilde ved kretsens resonansfrekvens?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1-21. To kondensatorer kobles i serie med tre kondensatorer i parallell som vist i figuren. Alle kondensatorene har kapasitans C. Hva er kretsens komplekse impedans?

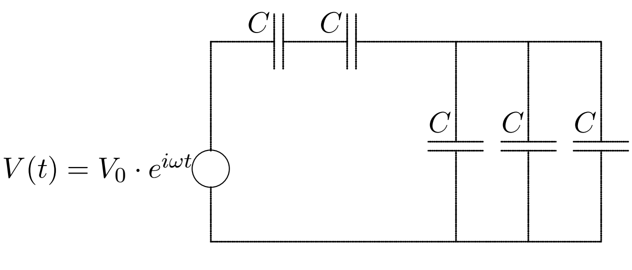
A) $5\dfrac{1}{i\omega C}$

B) $\dfrac{7}{2}\dfrac{1}{i\omega C}$

C) $\dfrac{7}{3}\dfrac{1}{i\omega C}$

D) $\dfrac{7}{3}i\omega C$

E) $\dfrac{7}{2}i\omega C$

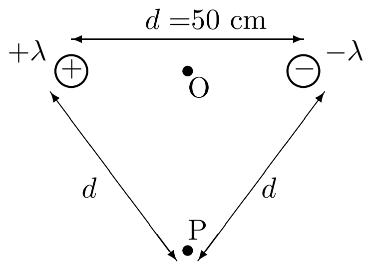


1-22. En lysstråle går i positiv x-retning. Den elektriske feltvektoren
A) kan oscillere i hvilken som helst retning i rommet
B) må oscillere i z-retningen
C) må oscillere i x-retningen
D) må oscillere i yz-planet
E) må ha en konstant komponent i x-retningen.

1-23. Hvilken påstand er sann?
A) Både $\vec{B}$ og $\vec{E}$ i en elektromagnetisk bølge må tilfredsstille bølgelikningen.
B) Fasefaktoren til en bølge som vandrer i negativ z-retning er $(kz + \omega t)$.
C) Farten til en elektromagnetisk bølge i vakuum er gitt av $(\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$.
D) Amplitudeverdien for E er større en amplitudeverdien for B med en faktor c.
E) Alle disse påstandene er sanne.

Oppgave 2. Potensial. (teller 11 %)

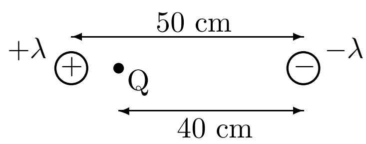
To svært lange, parallelle staver har motsatt ladning $\pm\lambda$ per lengdeenhet, med $\lambda = 2{,}5$ nC/m. Avstanden mellom stavene er $d = 50$ cm. Stavene står normalt på papirplanet i figuren. Referanse for elektrisk potensial, $V = 0$, er valgt i punktet O midt mellom de to parallelle stavene. Det oppgis at elektrisk feltstyrke i avstand r fra en meget lang stav med ladning λ per lengdeenhet er $\dfrac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$.



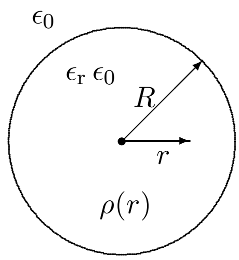
a) Finn verdi og retning for det elektriske feltet $\vec{E}$ i et punkt P som ligger i avstand $d = 50$ cm fra begge de to parallelle stavene (se figur).

b) Hva er verdien av potensialet V i punktet P?

c) Hva er verdien av potensialet V i punktet Q, i avstand 10 cm fra den positive og 40 cm fra den negative linjeladningen?



Oppgave 3. Elektrostatikk. (teller 14 %)



Ei dielektrisk kule med radius R og relativ permittivitet $\epsilon_\mathrm{r} = 2,00$ har overskuddsladning fordelt inni kula med ladningstetthet

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R} \quad (r < R)$$

der r er avstand fra kulas sentrum. Utenfor kula er permittiviteten ϵ_0.

a) Hva er kulas totalladning Q, uttrykt med bl.a. ρ_0 og R?

b) Bruk Gauss' lov til å bestemme det elektriske feltet $\vec{E}(r)$ som funksjon av avstanden r fra kulas sentrum for alle verdier av r (inni og utenfor kula). Uttrykk svaret med bl.a. ρ_0 og R, sett inn verdi for ϵ_r.
Lag også en håndskisse av $E(r)$ mellom $r = 0$ og $r = 2R$.

c) Finn uttrykk for polariseringen $P(r)$ i kula for $r \leq R$. Hvilken retning har $\vec{P}$?

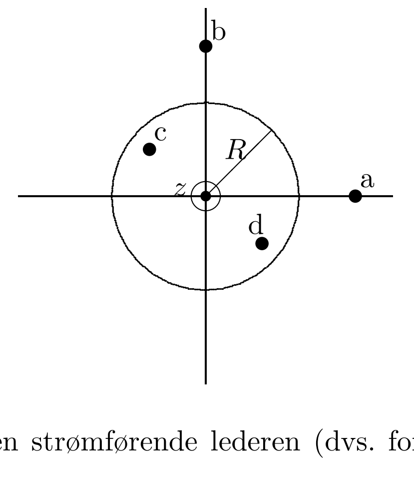
Oppgave 4. Magnetfelt (teller 12%)

En tilnærmet uendelig lang og rett, sylinderformet leder med radius R fører en konstant elektrisk strøm. Strømtettheten (strøm per flateenhet) i lederen er avhengig av avstanden, r, fra lederens senterakse:

$$\vec{J}(r) = J_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \hat{\mathbf{k}} \quad (r < R)\,.$$

Vi har valgt koordinatsystem slik at lederens senterakse sammenfaller med z-aksen, og slik at strømmen går i positiv z-retning. Permeabiliteten er overalt μ_0.

Oppgitt: Total strøm i lederen er $I_0 = \int_0^R J(r) \cdot 2\pi r \mathrm{d}r = \frac{\pi}{2} J_0 R^2\,.$



Figuren til høyre er et snitt gjennom lederen i et plan normalt på lederen, slik at $\vec{J}$ kommer opp av planet.

a) Tegn vektorer som representerer magnetfeltet $\vec{B}$ i de fire punktene a, b, c og d.
(Ved bedømmelsen legges det vekt på retningen til vektorene, ikke lengden av disse.)

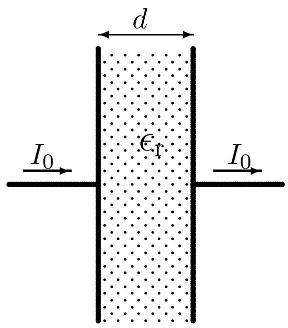
b) Bruk Amperes lov til å finne magnetfeltet $B_\mathrm{u}(r)$ *utenfor* den strømførende lederen (dvs. for $r > R$) uttrykt med bl.a. J_0.

c) Magnetfeltet *inni* den strømførende lederen ($r < R$) kan uttrykkes

$$B_\mathrm{i}(r) = C_1 \cdot r + C_3 \cdot r^3\,.$$

Bruk Amperes lov til å bestemme konstantene C_1 og C_3 uttrykt med bl.a. J_0.

Oppgave 5. Kondensator og forskyvningsstrøm. (teller 13 %)



En stor parallellplatekondensator har plateareal $A = 50,0\ \mathrm{dm}^2$ og plater i en avstand $d = 2,00$ mm. Området mellom platene er fylt av et dielektrikum med $\epsilon_r = 8,00$. Se bort fra randeffekter. Kondensatoren lades med en konstant strøm $I_0 = 10,0\ \mu\mathrm{A}$ i nøyaktig 1,00 s. Vi definerer positiv retning fra venstre mot høyre.
OPPGITT:
Kondensatorens kapasitans:
$Q/V = C = \epsilon_r \epsilon_0 A/d = 17,7$ nF.

a) Hva er forskyvningsstrømmen I_d mellom kondensatorplatene (i dielektrikumet) under oppladningen av kondensatoren? Presiser retningen på I_d.

Etter kondensatoren er ladd i 1,00 s som beskrevet og har fått ladning $Q_0 = 10,0\ \mu\mathrm{C}$ og en viss spenning V_0, koples tilførselsledninger ifra og kondensatoren overlates til seg sjølv. Vi definerer dette tidspunktet som $t = 0$. Dielektrikumet i kondensatoren er ikke en perfekt isolator men har endelig resistivitet $\rho = 2,00 \cdot 10^{12}\ \Omega\,\mathrm{m}$. Kondensatorens ladning tappes derfor gradvis ut gjennom dielektrikumet med en liten strøm $I(t)$.

b) Hva er denne strømmen I ved tida $t = 1,00$ min? Presiser retningen på I.
TIPS: Finn en diff.likning for $I(t)$ fra bl.a. $I(t) = -\dfrac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$ og Ohms lov $V(t) = I(t)\,R$.

c) Hva er forskyvningsstrømmen I_d mellom kondensatorplatene (i dielektrikumet) ved tida $t = 1,00$ min? Presiser retningen på I_d.

Vedlegg: FORMELLISTE.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

Q, ρ og σ uten indeks viser til *frie* ladninger. Q_i, ρ_i og σ_i er indusert ladning.
I og $\vec{J}$ uten indeks er ledningsstrøm (conducting current), I_d og $\vec{J}_\mathrm{d}$ er forskyvningsstrøm (displacement current).

Coulombs lov: $\vec{F}_{12} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}\dfrac{q_1q_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{12}$ $\quad \vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}\dfrac{q}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$

Gauss' lov integralform: $\oiint \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q$ $\quad \oiint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q/\epsilon$ $\quad \oiint \vec{P}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = -Q_\mathrm{i}$ $\quad \oiint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = 0$

Gauss' lov differensialform: $\mathrm{div}\vec{D} = \rho$ $\quad \mathrm{div}\vec{E} = \rho/\epsilon$ $\quad \mathrm{div}\,\vec{P} = -\rho_\mathrm{i}$ $\quad \mathrm{div}\vec{B} = 0$

Fluks: $\Phi_E = \iint \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{A}$ $\quad \Phi = \iint \vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{A} = \epsilon\,\Phi_E$ $\quad \Phi_B = \iint \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{A}$

Ampères lov: $\oint \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s} = \mu\left(I + \epsilon\dfrac{\partial\Phi_E}{\partial t}\right)$ $\quad \oint \vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{s} = I + \dfrac{\partial\Phi}{\partial t}$ $\quad \mathrm{curl}\,\vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$

Faradays lov: $\mathcal{E} = -\dfrac{\partial\Phi_B}{\partial t} = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$ $\quad \oint \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{s} = -\dfrac{\partial\Phi_B}{\partial t}$ $\quad \mathrm{curl}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

Maxwells likninger: $\mathrm{div}\vec{D} = \rho$ $\quad \mathrm{div}\vec{B} = 0$ $\quad \mathrm{curl}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ $\quad \mathrm{curl}\,\vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$

Forskyvningsstrøm: $I_\mathrm{d} = \dfrac{\partial\Phi}{\partial t}\,,\quad \vec{J}_\mathrm{d} = \dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$

Elektrisk dipolmoment: $\vec{p} = q\vec{d}$ (fra − til +) $\quad$ Polarisering: $\vec{P} = \dfrac{\sum\vec{p}}{\text{volum}}$

Magnetisk (dipol)moment: $\vec{\mu} = \vec{m} = I\vec{A}$ $\quad$ Magnetisering: $\vec{M} = \dfrac{\sum\vec{\mu}}{\text{volum}}$

Kraftmoment: $\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E}$ $\quad \vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B}$

$\vec{D} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \epsilon\vec{E} = \epsilon_\mathrm{r}\epsilon_0\vec{E}$ $\quad \vec{P} = \chi_\mathrm{e}\epsilon_0\vec{E}$ $\quad \epsilon_\mathrm{r} = 1 + \chi_\mathrm{e}$

$\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \mu_0\vec{M} = \mu\vec{H} = \mu_\mathrm{r}\mu_0\vec{H}$ $\quad \vec{M} = \chi_\mathrm{m}\vec{H}$ $\quad \mu_\mathrm{r} = 1 + \chi_\mathrm{m}$

Elektrisk potensial: $V_a - V_b = -\displaystyle\int_b^a \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$, $\quad \vec{E} = -\vec{\nabla}V\,,$ $\quad$ Relativt ∞: $V(r) = \displaystyle\int \dfrac{\mathrm{d}q}{4\pi\epsilon r}$

Energi og energitetthet: $U = \dfrac{1}{2}\iiint V\mathrm{d}q$ $\quad$ Elektrisk: $u = \dfrac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$ $\quad$ Magnetisk: $u = \dfrac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$

Kondensatorer: $C = \dfrac{Q}{V}$ $\quad$ Kulekondensator: $C = 4\pi\epsilon_0 R$ $\quad$ Energi: $U = \dfrac{1}{2}QV = \dfrac{1}{2}CV^2$

Platekondensator: $C = \epsilon\dfrac{A}{d}$ $\quad$ Parallellkopling: $C = \displaystyle\sum_i C_i$ $\quad$ Seriekopling: $\dfrac{1}{C} = \displaystyle\sum_i \dfrac{1}{C_i}$

Kraft på strømførende leder: $\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{s}\times\vec{B}$ $\quad$ Lorentzkrafta: $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right)$

Biot-Savarts lov: $\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{q\,\vec{v}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$ $\quad \mathrm{d}\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\mathrm{d}\vec{s}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$

H-felt rundt ∞ lang leder: $H_\theta = \dfrac{I}{2\pi r}$ $\quad$ H-felt i lang, tynn solenoide: $H = I\cdot n = I\cdot\dfrac{N}{\ell}$

Ohms lov: $V = RI\,,\quad R = \rho\dfrac{\ell}{A} = \dfrac{1}{\sigma}\dfrac{\ell}{A}\,;\quad P = VI$

$\sigma\vec{E} = \vec{J}$, der strømtetthet $= \vec{J} = nq\vec{v}_\mathrm{d}$ og $\vec{v}_\mathrm{d} = \mu\vec{E}$ = driftsfart.

Induktans: $\mathcal{E} = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$ $\mathcal{E}_2 = -M_{21}\dfrac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$, $M_{21} = M_{12}$ Spoler: $L = N\dfrac{\Phi_B}{I}$ $U = \dfrac{1}{2}LI^2$

Lenz lov: En indusert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som er årsak til strømmen.

Kompleks AC-signal: $V(t) = V_0 e^{i\omega t} = |V_0|e^{i\alpha}e^{i\omega t}$ $I(t) = I_0 e^{i\omega t} = |I_0|e^{i\beta}e^{i\omega t}$

$$Z = \frac{V(t)}{I(t)} = \frac{V_0}{I_0} = |Z|e^{i\phi} \qquad Z_R = R \qquad Z_L = i\omega L \qquad Z_C = \frac{1}{i\omega C}$$

Elektromagnetiske bølger:

Bølgelikningen for $\vec{E}$: $\nabla^2\vec{E} = \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$ der $\nabla^2\vec{E} = \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}\,\hat{\mathbf{i}} + \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial y^2}\,\hat{\mathbf{j}} + \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}\,\hat{\mathbf{k}}$ og $\dfrac{1}{c^2} = \mu\epsilon$

Bølge i $\pm x$-retning med $\vec{E}$ planpolarisert i y-retning: $\vec{E}(x,t) = E_0\,\hat{\mathbf{j}}\cos(\omega t \mp kx)$, $\vec{B}(x,t) = B_0\,\hat{\mathbf{k}}\cos(\omega t \mp kx)$

$\omega = 2\pi f$ $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ $|c| = \dfrac{\omega}{k} = \sqrt{\dfrac{1}{\mu\epsilon}}$ $|E_0| = c|B_0|$ Bølge(vandre)retning som $\vec{E}\times\vec{B}$

Nablaoperatoren:

Kartesiske koordinater (x,y,z), med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$:

$$\begin{aligned}
\mathrm{grad}V = \vec{\nabla}V &= \hat{\mathbf{i}}\,\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}}\,\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}}\,\frac{\partial V}{\partial z} \\
\mathrm{div}\vec{D} = \vec{\nabla}\cdot\vec{D} &= \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \\
\mathrm{curl}\,\vec{D} = \vec{\nabla}\times\vec{D} &= \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ D_x & D_y & D_z \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

Sylinderkoordinater (r,ϕ,z), med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{r}}$, $\hat{\phi}$ og $\hat{\mathbf{k}}$:

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla}V &= \hat{\mathbf{r}}\,\frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\phi}\,\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \phi} + \hat{\mathbf{k}}\,\frac{\partial V}{\partial z} \\
\vec{\nabla}\cdot\vec{D} &= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rD_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial D_z}{\partial z}
\end{aligned}$$

Kulekoordinater (r,θ,ϕ), med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{r}}$, $\hat{\theta}$, $\hat{\phi}$:

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla}V &= \hat{\mathbf{r}}\,\frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\theta}\,\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} + \hat{\phi}\,\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi} \\
\vec{\nabla}\cdot\vec{D} &= \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 D_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(D_\theta\sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial D_\phi}{\partial \phi}
\end{aligned}$$

Divergensteoremet og Stokes' teorem for et tilfeldig vektorfelt $\vec{F}$:

$$\oiint \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{A} = \iiint \vec{\nabla}\cdot\vec{F}\ \mathrm{d}\tau \qquad \oint \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s} = \iint \left(\vec{\nabla}\times\vec{F}\right)\cdot\mathrm{d}\vec{A}$$

Infinitesimale volumelement:

$$\begin{aligned}
\mathrm{d}\tau &= \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z \\
\mathrm{d}\tau &= r^2\,\mathrm{d}r\ \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\phi \xrightarrow{\text{kulesymmetri}} 4\pi r^2\,\mathrm{d}r \\
\mathrm{d}\tau &= r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}z \xrightarrow{\text{syl.symmetri}} 2\pi r\,\mathrm{d}r\,\ell
\end{aligned}$$

Studieprogram: ____________

Kandidat nr. ____________

Dato: ________ Side*): ____

Antall ark: ____________

Svartabell for flervalgsspørsmål i oppgave 1.

*Denne siden fylles ut, rives av og leveres inn, *)* **fortrinnsvis som side 1.**
Husk informasjonen øverst til høyre.

Oppgave	Mitt svar
1-1	
1-2	
1-3	
1-4	
1-5	
1-6	
1-7	
1-8	
1-9	
1-10	
1-11	
1-12	
1-13	
1-14	
1-15	
1-16	
1-17	
1-18	
1-19	
1-20	
1-21	
1-22	
1-23	