Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i
TFY4155 ELEKTRISITET OG MAGNETISME
FY1003 ELEKTRISITET OG MAGNETISME

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk v/Arne Mikkelsen,
Tlf.: 486 05 392

Eksamensdato: Fredag 19. aug. 2016
Eksamenstid: 09:00 - 13:00
Tillatte hjelpemidler (kode C):

Bestemt enkel godkjent kalkulator.
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
C. Angell og B. E. Lian: Fysiske størrelser og enheter.
Vedlagt formelark.

Annen informasjon:

1. Denne eksamen teller 90 % på endelig karakter, laboratorierapport 10 %. For studenter med laboratorium godkjent 2012 og før teller denne eksamen 100 %.

2. Prosenttallene i parantes etter hver oppgave angir hvor mye den vektlegges ved bedømmelsen (summerer til 100 %).

3. Noen generelle faglige merknader:
   - Størrelser angis i kursiv (f.eks. V for potensial), enheter angis uten kursiv (f.eks. V for volt).
   - $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y- og z-retning.
   - Ved tallsvar kreves både tall og enhet.

4. I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**

5. Svar på flervalgsspørsmålene fører du på **siste ark** i dette oppgavesettet. Arket skal innleveres.

6. Oppgavene er utarbeidet av Arne Mikkelsen.

Målform/språk: Bokmål.

Antall sider (uten denne forsida): 7.

Antall sider vedlegg: 3.

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave:	
Originalen er:	2-sidig; sort/hvitt

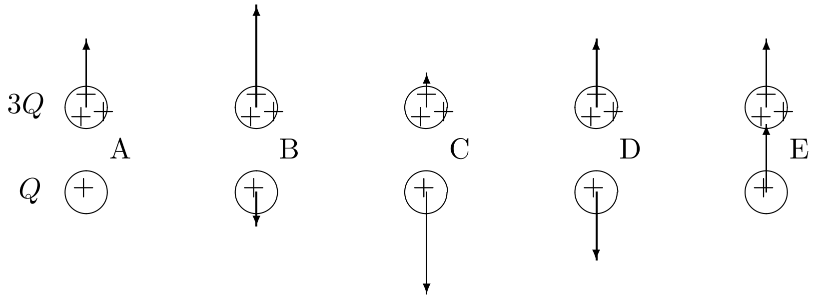
Dato Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

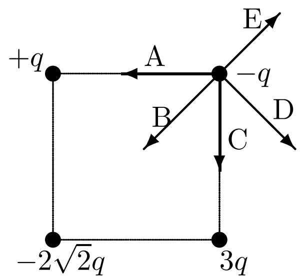
(blank side)

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 45 %, hvert spørsmål teller like mye.)

1-1. To uniformt ladde kuler vist under har ladning henholdsvis Q og $3Q$. Hvilken figur beskriver korrekt de elektrostatiske kreftene som virker på de to kulene?



1-2. Hvilken av pilene A-E angir korrekt retning for total kraft på ladningen $-q$ i øvre høyre hjørne av kvadratet?



1-3. En parallellplatekondensator har luft mellom platene og er ladd opp til 500 V med spenningsforsyningen frakopla. Et plastmateriale med relativ permittivitet 5,0 føres inn mellom platene og fyller det meste av rommet. Energien på kondensatorplatene vil da

A) øke
B) avta
C) ikke endres
D) bli null
E) opplysninger mangler for å kunne svare på spørsmålet

1-4. Potensialet på et uendelig stort positivt ladd plan er +20 V. Planet har en uniform ladningstetthet +2 nC/m^2 og er omgitt av luft. I hvilken avstand fra planet er da $V = 0$?

A) ∞ (uendelig)
B) V er alltid positiv
C) 9 cm
D) 18 mm
E) 18 cm

1-5. To kuler, 1 og 2, har like stor radius R og like stor ladning Q. Kulene vekselvirker ikke med hverandre. Kule 1 har ladningen jamt fordelt på overflata, mens kule 2 har ladningen jamt fordelt inni volumet. Kule 1 har potensiell energi $U_1 = \dfrac{1}{8\pi\epsilon_0}\dfrac{Q^2}{R}$, mens kule 2 har potensiell energi U_2 gitt ved:

A) $U_2 = \dfrac{1}{8\pi\epsilon_0}\dfrac{Q^2}{R}$

B) $U_2 = \dfrac{1}{20\pi\epsilon_0}\dfrac{Q^2}{R}$

C) $U_2 = \dfrac{1}{10\pi\epsilon_0}\dfrac{Q^2}{R}$

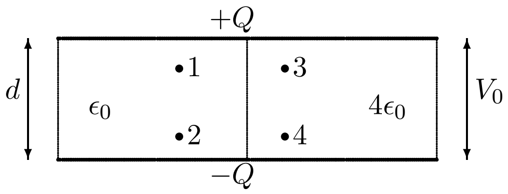
D) $U_2 = \dfrac{3}{20\pi\epsilon_0}\dfrac{Q^2}{R}$

E) $U_2 = \dfrac{3}{40\pi\epsilon_0}\dfrac{Q^2}{R}$

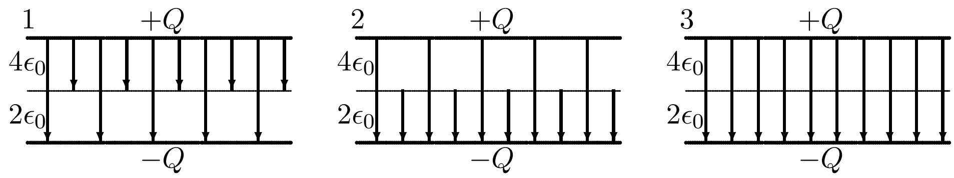
Tips: Kan du si noe om størrelsen på U_2 i forhold til U_1 uten omstendelig regning?

1-6. To parallelle metallplater har stor lineær utstrekning i forhold til avstanden d mellom platene. Øverste plate har positiv totalladning Q og potensial V_0, nederste plate har negativ totalladning $-Q$ og potensial 0. Venstre halvdel av rommet mellom platene er fylt med luft med permittivitet ϵ_0. Høyre halvdel av rommet mellom platene er fylt med et dielektrikum med permittivitet $4\epsilon_0$. I figuren er det angitt fire posisjoner $j = 1, 2, 3, 4$. Hva er riktig rangering av potensialene V_j i disse fire posisjonene?

A) $V_3 > V_1 > V_2 > V_4$
B) $V_3 > V_1 > V_4 > V_2$
C) $V_1 = V_2 = V_3 = V_4$
D) $V_1 = V_3 > V_2 = V_4$
E) $V_1 = V_3 < V_2 = V_4$



1-7. Rommet mellom to store parallelle plater med ladning henholdsvis Q (øverste) og $-Q$ (nederste) er fylt med to dielektriske materialer, i øvre halvdel et dielektrikum med relativ permittivitet 4 og i nedre halvdel et dielektrikum med relativ permittivitet 2.

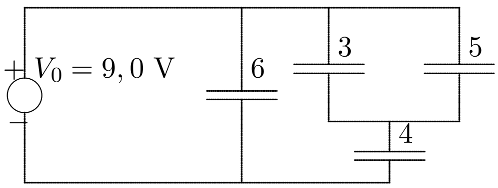


De tre figurene angir da feltlinjer for

A) $\vec{E}$ i 1 $\vec{D}$ i 2 $\vec{P}$ i 3
B) $\vec{D}$ i 1 $\vec{P}$ i 2 $\vec{E}$ i 3
C) $\vec{P}$ i 1 $\vec{E}$ i 2 $\vec{D}$ i 3
D) $\vec{E}$ i 1 $\vec{P}$ i 2 $\vec{D}$ i 3
E) $\vec{P}$ i 1 $\vec{D}$ i 2 $\vec{E}$ i 3

1-8. I kretsen i figuren er spenningen over kondensatorkretsen $V_0 = 9{,}00$ V (konstant). Tallet ved hver kondensator angir kapasitansen i μF. Hva er ladningen på 6 μF-kondensatoren?

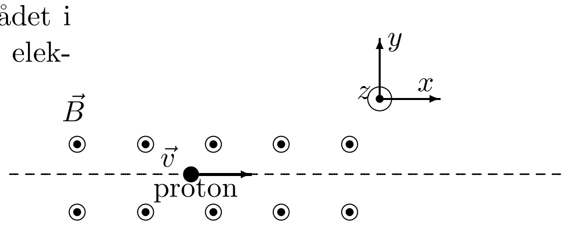
A) 0,67 μC
B) 1,50 μC
C) 6,00 μC
D) 54,0 μC
E) 78,0 μC



1-9. I samme krets som i oppgaven over: Hva er spenningen over 5 μF-kondensatoren?

A) 1,67 V
B) 3,00 V
C) 4,00 V
D) 5,00 V
E) 9,00 V

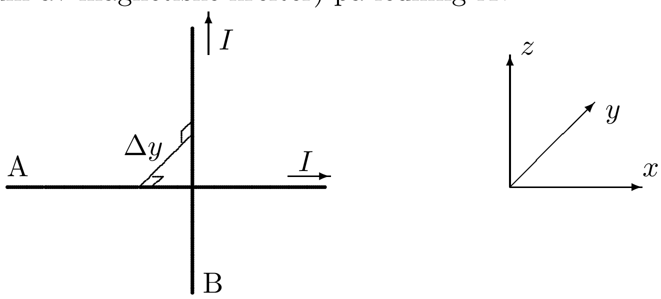
1-10. Et proton med ladning e beveger seg rettlinja med konstant hastighet $\vec{v}$ mot høyre i figuren gjennom et område med uniformt magnetisk felt $\vec{B}$ med retning opp av papirplanet. Det er også et elektrisk felt $\vec{E}$ i samme området i retning normalt på $\vec{B}$. Hva er størrelsen $|E|$ på det elektriske feltet?



A) evB
B) $e\vec{v} \times \vec{B}$
C) vB
D) vB/e
E) ev

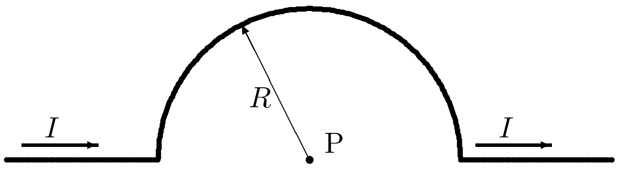
1-11. En uendelig lang, rett leder A i x-retning fører en strøm mot høyre som vist i figuren. En annen uendelig lang, rett leder B i z-retning fører strøm oppover. Ledningene har ikke kontakt med hverandre idet de har en liten avstand Δy (størrelsen har ikke betydning for svaret). Hva er retningen til netto magnetisk kraft (sum av magnetiske krefter) på ledning A?

A) retning $+z$ (oppover)
B) retning $+x$ (mot høyre)
C) retning $-x$ (mot venstre)
D) retning $-z$ (nedover)
E) nettokraft er lik null

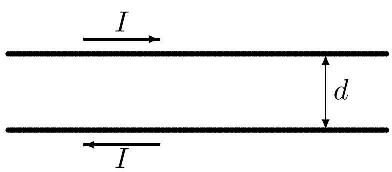


1-12. En ledning består av to rette deler og en halvsirkelformet del mellom dem, som vist i figuren. Strøm går i ledningen som vist og produserer et B-felt ved punktet P som ligger i sentrum av halvsirkelen som har radius R. Hva er retningen på B-feltet ved punktet P?

A) mot høyre
B) mot venstre
C) opp av papirplanet
D) ned i papirplanet
E) B-feltet ved P er null

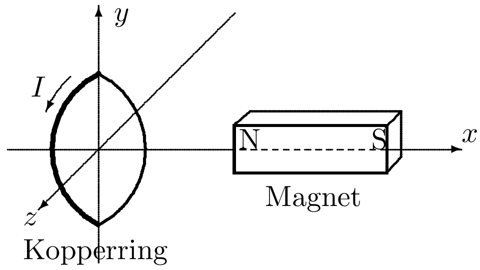


1-13. To svært lange parallelle ledninger i avstand d fra hverandre fører en lik strøm I i motsatt retning. Den magnetiske feltstyrken H pga. disse strømmene er lik null



A) midt mellom ledningene
B) en avstand $d/2$ over den øvre ledningen og en avstand $d/2$ under for den nedre ledningen
C) en avstand d over for den øvre ledningen og en avstand d under for den nedre ledningen
D) en avstand $d/\sqrt{2}$ over for den øvre ledningen og en avstand $d/\sqrt{2}$ under for den nedre ledningen
E) Magnetisk feltstyrke H er ikke null noen sted.

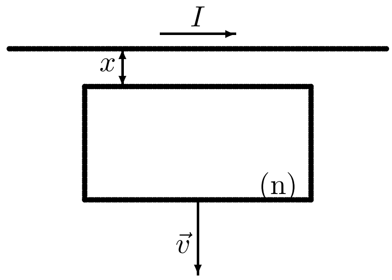
1-14. En kopperring ligger i yz-planet som vist. Magnetens langakse N-S ligger langs x-aksen og feltlinjer løper utvendig fra N- til S-pol. Strøm i ringen indusert pga. magneten, har retning som vist i figuren med retning nedover i den delen av ringen som vender mot oss (mot positiv z-akse).



A) Magneten må bevege seg bort fra ringen (i $+x$-retning)
B) Magneten må bevege seg mot ringen (i $-x$-retning)
C) Magneten må bevege seg rett opp (i $+y$-retning)
D) Det er ikke nødvendig at magneten beveger seg
E) Magneten må bevege seg rett ned (i $-y$-retning)

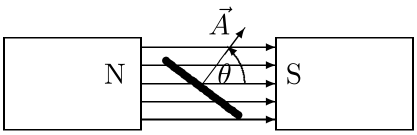
1-15. En rektangulær sløyfe beveger seg bort fra en lang rett strømførende leder som vist på figuren. Den rette lederen fører en strøm I mot høyre og avstanden mellom lederen og den nærmeste sidekanten av sløyfa er x og øker med konstant hastighet $v = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$. En strøm induseres i den rektangulære sløyfa, og strømmen resulterer i magnetiske krefter på sløyfa. Hva er retningen på de magnetiske krefter på den nedre (n) sidekant i sløyfa?

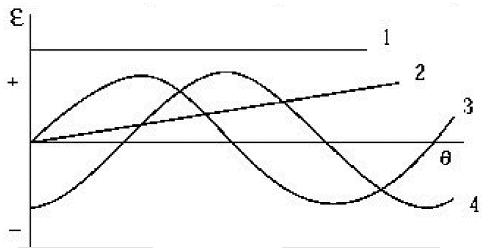
A) rett opp (motsatt retning av $\vec{v}$)
B) rett ned (samme retning som $\vec{v}$)
C) mot høyre
D) mot venstre
E) det er null kraft.



1-16. En enkel generator består av en rektangulær strømsløyfe som roterer i retning mot klokka mellom to magnetiske poler som vist i figuren. Vinkelen mellom magnetfeltet og normalen $\vec{A}$ til strømsløyfa er θ. Grafen viser ulike kurver for ems'en $\mathcal{E}$ som funksjon av θ med $\theta = 0$ i origo. Hvilken av kurvene representerer $\mathcal{E}$ riktig?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) Ingen av kurvene





1-17. En tett viklet solenoide er 15 cm lang, har 350 viklinger, fører en strøm 3,0 A og har en metallkjerne med magnetisk susceptibilitet $\chi_{\mathrm{m}} = 150$. Hvis du ser bort fra endeeffekter, vil du finne at verdien til magnetisk flukstetthet B i sentrum er omtrentlig

A) 1,33 mT
B) 8,80 mT
C) 202 mT
D) 1,33 T
E) 0

1-18. To kondensatorer koples i serie med tre kondensatorer i parallell som vist i figuren. Alle kondensatorene har kapasitans C. Hva er kretsens komplekse impedans, sett fra spenningskilden?

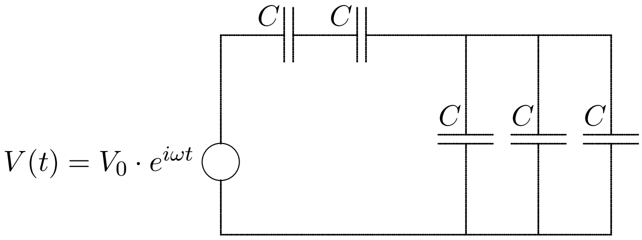
A) $5\dfrac{1}{i\omega C}$

B) $\dfrac{7}{2}\dfrac{1}{i\omega C}$

C) $\dfrac{7}{3}\dfrac{1}{i\omega C}$

D) $\dfrac{7}{3}i\omega C$

E) $\dfrac{7}{2}i\omega C$



1-19. Hva er absoluttverdien $|Z|$ av den komplekse impedansen til en kondensator med kapasitans $C = 5{,}00$ mF når den er koplet til en vekselspenningskilde med vinkelfrekvens $\omega = 100\,\mathrm{s}^{-1}$?

A) $2,00\,\Omega$
B) $2,75\,\Omega$
C) $4,67\,\Omega$
D) $7,00\,\Omega$
E) $12,6\,\Omega$

1-20. Det elektriske feltet til en elektromagnetisk bølge er

$$E_y = 25\,\mathrm{V/m}\cdot\sin\left[2,4\cdot 10^6\,\pi(x - 3,0\cdot 10^8\,t)\right].$$

Hva er bølgens frekvens f?

A) $4,8\cdot 10^7\,\mathrm{Hz}$
B) $3,6\cdot 10^{14}\,\mathrm{Hz}$
C) $1,2\cdot 10^6\,\mathrm{Hz}$
D) $2,3\cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz}$
E) $6,5\cdot 10^{10}\,\mathrm{Hz}$

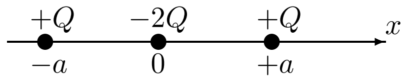
1-21. I vakuum har et visst rødt lys en bølgelengde på 700 nm og fiolett lys en bølgelengde på 400 nm. Dette betyr at

A) rødt lys har høyere frekvens og beveger seg fortere enn fiolett lys
B) rødt lys har høyere frekvens og beveger seg langsommere enn fiolett lys
C) rødt lys har lavere frekvens og beveger seg fortere enn fiolett lys
D) rødt lys har lavere frekvens og beveger seg langsommere enn fiolett lys
E) ingen av alternativene over er rett.

Oppgave 2. Punktladninger (teller 10 %)

I denne oppgaven kan du bruke $k = (4\pi\epsilon_0)^{-1}$.

Tre punktladninger er plassert på x-aksen, $+Q$ i $x = -a$, $-2Q$ i $x = 0$ og $+Q$ i $x = +a$.

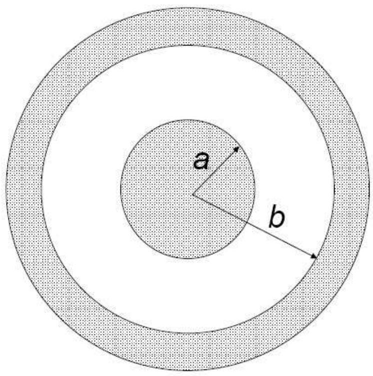


a) Finn uttrykk for det elektriske feltet $\vec{E}(x)$ på x-aksen for alle $x > a$.

b) Finn uttrykk for den elektrostatiske energien til ladningssamlingen. Energien er null når punktladningene er uendelig langt fra hverandre.
OPPGITT: Potensialet i avstand r fra en punktladning er $V(r) = kQ/r$, relativt uendelig.

Oppgave 3. Gauss' lov (teller 20 %)

En sylinderkondensator (koaksialkabel) består av en innerleder med radius a og en ytterleder med indre radius b, som vist i figuren. Tykkelsen av ytterlederen har ingen betydning. Lengden (ℓ) av kondensatoren er så stor at vi kan se bort fra effekter nær endene. Innerlederen og ytterlederen har elektrisk ladning per lengdeenhet lik henholdsvis $+\lambda$ og $-\lambda$. Volumet mellom lederne har permittivitet ϵ_0; i oppgavens del a) og b) er dette rommet ladningsfritt mens det i c) og d) har ladninger som beskrevet i disse punktene.



a) Bruk Gauss' lov til å finne det elektriske feltet $\vec{E}$ som funksjon av r for $a < r < b$, uttrykt ved bl.a. λ og ϵ_0.

b) Ytterlederen har potensial $V(b) = 0$. Finn potensialet $V(a)$ for innerlederen.

Mellomrommet med dielektrikum (mellom $r = a$ og $r = b$) fylles nå med en positiv overskuddsladningstetthet $\rho(r)$ slik at potensialet i området ikke lenger er som i oppg. a) og b) men har forløp

$$V(r) = V_0 \frac{b - r}{b - a}.$$

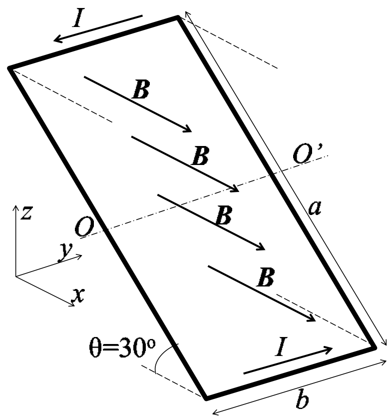
Dvs. potensialet avtar lineært fra $V(a) = V_0$ til $V(b) = 0$. Ladning per lengdeenhet på ytterleder og innerleder er nå ikke gitt (og du trenger heller ikke bestemme disse).

c) Finn uttrykk for det elektriske feltet $\vec{E}(r)$ for $a < r < b$. Uttrykket er ulikt fra svaret i a).

d) Finn uttrykk for romladningstettheten $\rho(r)$ for $a < r < b$.

TIPS: grad og div i sylinderkoordinater er oppgitt på formelarket.

Oppgave 4. Magnetisme (teller 14 %)



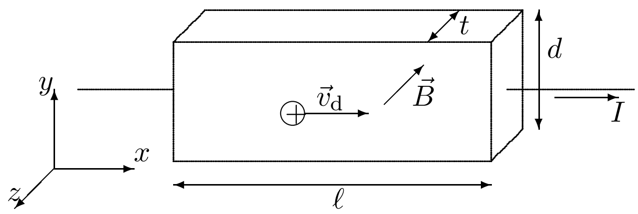
En plan, rektangulær strømsløyfe har sidekanter a og b og er orientert 30° med xy-planet, som vist i figuren der også xyz-koordinatsystem er indikert. Sidene er $a = 0,200\,\mathrm{m}$ og $b = 0,100\,\mathrm{m}$. Sløyfa fører en konstant strøm $I = 5{,}00$ A i retning mot klokka sett ovenfra og er plassert i et uniformt magnetisk felt på $B = 1{,}50$ T i x-retning, dvs. retning 30° med sløyfeplanet.

a) Finn magnetisk fluks gjennom sløyfa (tall og enhet).

b) Finn magnetisk dipolmoment for strømsløyfa (størrelse og retning).

c) Beregn kraftmomentet som virker på sløyfa (størrelse og retning for vektoren).

Oppgave 5. Hallprobe (teller 11 %)



En Hallprobe består av et halvledermateriale og har form som vist i figuren (ikke i skala) med lengde $\ell = 40$ mm, tykkelse $t = 0,15$ mm og høyde $d = 20$ mm. Strømmen I føres i lengderetning og kan antas fordelt med homogen strømtetthet J over ledertverrsnittet $A = d \cdot t$. Halvledermaterialet har positive ladningsbærere $q = +e$ og med ladningstetthet $n = 5 \cdot 10^{20}\ \mathrm{m}^{-3}$.

Proben brukes til å måle styrken på et magnetfelt B som antas homogent og rettet i $-z$-retning i koordinatsystemet vist i figuren. Figuren viser også ladningbærernes driftsfart $\vec{v}_\mathrm{d}$.

a) Hallefekten medfører at det induseres et elektrisk felt $\vec{E}$ inni proben. Forklar hva retningen blir for $\vec{E}$. Med grunnlag i balanse mellom elektrisk og magnetisk kraft finn så den såkalte Hallspenningen uttrykt med v_d, B og d.

b) V_H måles til 6,5 V når strømmen er $I = 0{,}15$ A. Hvor stort er magnetfeltet B?
OPPGITT: $J = q\,n\,v_\mathrm{d}$, der v_d er driftsfart for ladning q.

(blank side)

Vedlegg: FORMELLISTE.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

Q, ρ og σ uten indeks viser til *frie* ladninger. Q_i, ρ_i og σ_i er indusert ladning.
I og $\vec{J}$ uten indeks er ledningsstrøm (conducting current), I_d og $\vec{J}_\mathrm{d}$ er forskyvningsstrøm (displacement current).

Coulombs lov: $\vec{F}_{12} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{12}$ $\qquad \vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}\dfrac{q}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$

Gauss' lov integralform: $\oiint \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q \qquad \oiint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q/\epsilon \qquad \oiint \vec{P}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = -Q_\mathrm{i} \qquad \oiint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = 0$

Gauss' lov differensialform: $\mathrm{div}\vec{D} = \rho \qquad \mathrm{div}\vec{E} = \rho/\epsilon \qquad \mathrm{div}\,\vec{P} = -\rho_\mathrm{i} \qquad \mathrm{div}\vec{B} = 0$

Fluks: $\Phi_E = \iint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} \qquad \Phi = \iint \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = \epsilon\,\Phi_E \qquad \Phi_B = \iint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{A}$

Ampères lov: $\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \mu\left(I + \epsilon\dfrac{\partial \Phi_E}{\partial t}\right) \qquad \oint \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = I + \dfrac{\partial \Phi}{\partial t} \qquad \mathrm{curl}\,\vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Faradays lov: $\mathcal{E} = -\dfrac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \qquad \oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\dfrac{\partial \Phi_B}{\partial t} \qquad \mathrm{curl}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Maxwells likninger: $\mathrm{div}\vec{D} = \rho \qquad \mathrm{div}\vec{B} = 0 \qquad \mathrm{curl}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \mathrm{curl}\,\vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Forskyvningsstrøm: $I_\mathrm{d} = \dfrac{\partial \Phi}{\partial t}\,, \quad \vec{J}_\mathrm{d} = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Elektrisk dipolmoment: $\vec{p} = q\vec{d}$ (fra − til +) $\qquad$ Polarisering: $\vec{P} = \dfrac{\sum \vec{p}}{\text{volum}}$

Magnetisk (dipol)moment: $\vec{\mu} = \vec{m} = I\vec{A}$ $\qquad$ Magnetisering: $\vec{M} = \dfrac{\sum \vec{\mu}}{\text{volum}}$

Kraftmoment: $\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E} \qquad \vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B}$

$\vec{D} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \epsilon\vec{E} = \epsilon_\mathrm{r}\epsilon_0\vec{E} \qquad \vec{P} = \chi_\mathrm{e}\epsilon_0\vec{E} \qquad \epsilon_\mathrm{r} = 1 + \chi_\mathrm{e}$

$\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \mu_0\vec{M} = \mu\vec{H} = \mu_\mathrm{r}\mu_0\vec{H} \qquad \vec{M} = \chi_\mathrm{m}\vec{H} \qquad \mu_\mathrm{r} = 1 + \chi_\mathrm{m}$

Elektrisk potensial: $V_a - V_b = -\displaystyle\int_b^a \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}\,, \qquad \vec{E} = -\vec{\nabla}V\,,$ $\qquad$ Relativt ∞: $V(r) = \displaystyle\int \dfrac{\mathrm{d}q}{4\pi\epsilon r}$

Energi og energitetthet: $U = \dfrac{1}{2}\displaystyle\iiint V\mathrm{d}q$ $\qquad$ Elektrisk: $u = \dfrac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$ $\qquad$ Magnetisk: $u = \dfrac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$

Kondensatorer: $C = \dfrac{Q}{V}$ $\qquad$ Kulekondensator: $C = 4\pi\epsilon_0 R$ $\qquad$ Energi: $U = \dfrac{1}{2}QV = \dfrac{1}{2}CV^2$

Platekondensator: $C = \epsilon\dfrac{A}{d}$ $\qquad$ Parallellkopling: $C = \displaystyle\sum_i C_i$ $\qquad$ Seriekopling: $\dfrac{1}{C} = \displaystyle\sum_i \dfrac{1}{C_i}$

Kraft på strømførende leder: $\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{s}\times\vec{B}$ $\qquad$ Lorentzkrafta: $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right)$

Biot-Savarts lov: $\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{q\,\vec{v}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2} \qquad \mathrm{d}\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\mathrm{d}\vec{s}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$

H-felt rundt ∞ lang leder: $H_\theta = \dfrac{I}{2\pi r}$ $\qquad$ H-felt i lang, tynn solenoide: $H = I\cdot n = I\cdot\dfrac{N}{\ell}$

Ohms lov: $V = RI\,, \quad R = \rho\dfrac{\ell}{A} = \dfrac{1}{\sigma}\dfrac{\ell}{A}\,; \quad P = VI$

$\sigma\vec{E} = \vec{J}$, der strømtetthet $= \vec{J} = nq\vec{v}_\mathrm{d}$ og $\vec{v}_\mathrm{d} = \mu\vec{E}$ = driftsfart.

Induktans: $\mathcal{E} = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$ $\quad\mathcal{E}_2 = -M_{21}\dfrac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t},\quad M_{21} = M_{12}$ $\quad$ Spoler: $L = N\dfrac{\Phi_B}{I}$ $\quad U = \dfrac{1}{2}LI^2$

Lenz lov: En indusert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som er årsak til strømmen.

Kompleks AC-signal: $V(t) = V_0 e^{i\omega t} = |V_0| e^{i\alpha} e^{i\omega t}$ $\quad I(t) = I_0 e^{i\omega t} = |I_0| e^{i\beta} e^{i\omega t}$

$$Z = \frac{V(t)}{I(t)} = \frac{V_0}{I_0} = |Z| e^{i\phi} \qquad Z_R = R \qquad Z_L = i\omega L \qquad Z_C = \frac{1}{i\omega C}$$

Elektromagnetiske bølger:

Bølgelikningen for $\vec{E}$: $\nabla^2 \vec{E} = \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ $\quad$ der $\quad \nabla^2 \vec{E} = \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}\,\hat{\mathbf{i}} + \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial y^2}\,\hat{\mathbf{j}} + \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}\,\hat{\mathbf{k}}$ $\quad$ og $\quad \dfrac{1}{c^2} = \mu\epsilon$

Bølge i $\pm x$-retning med $\vec{E}$ planpolarisert i y-retning: $\vec{E}(x,t) = E_0\,\hat{\mathbf{j}}\,\cos(\omega t \mp kx)$, $\quad \vec{B}(x,t) = B_0\,\hat{\mathbf{k}}\,\cos(\omega t \mp kx)$

$\omega = 2\pi f$ $\quad k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ $\quad |c| = \dfrac{\omega}{k} = \sqrt{\dfrac{1}{\mu\epsilon}}$ $\quad |E_0| = c|B_0|$ $\quad$ Bølge(vandre)retning som $\quad \vec{E}\times\vec{B}$

Nablaoperatoren:

Kartesiske koordinater (x, y, z), med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$:

$$\begin{aligned}
\mathrm{grad}V = \vec{\nabla}V &= \hat{\mathbf{i}}\,\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}}\,\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}}\,\frac{\partial V}{\partial z} \\
\mathrm{div}\vec{D} = \vec{\nabla}\cdot\vec{D} &= \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \\
\mathrm{curl}\,\vec{D} = \vec{\nabla}\times\vec{D} &= \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ D_x & D_y & D_z \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

Sylinderkoordinater (r, ϕ, z), med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{r}}$, $\hat{\phi}$ og $\hat{\mathbf{k}}$:

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla}V &= \hat{\mathbf{r}}\,\frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\phi}\,\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \phi} + \hat{\mathbf{k}}\,\frac{\partial V}{\partial z} \\
\vec{\nabla}\cdot\vec{D} &= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rD_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial D_z}{\partial z}
\end{aligned}$$

Kulekoordinater (r, θ, ϕ), med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{r}}$, $\hat{\theta}$, $\hat{\phi}$:

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla}V &= \hat{\mathbf{r}}\,\frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\theta}\,\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} + \hat{\phi}\,\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi} \\
\vec{\nabla}\cdot\vec{D} &= \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 D_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(D_\theta \sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial D_\phi}{\partial \phi}
\end{aligned}$$

Divergensteoremet og Stokes' teorem for et tilfeldig vektorfelt $\vec{F}$:

$$\oiint \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{A} = \iiint \vec{\nabla}\cdot\vec{F}\ \mathrm{d}\tau \qquad\qquad \oint \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s} = \iint \left(\vec{\nabla}\times\vec{F}\right)\cdot\mathrm{d}\vec{A}$$

Infinitesimale volumelement:

$$\begin{aligned}
\mathrm{d}\tau &= \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z \\
\mathrm{d}\tau &= r^2\,\mathrm{d}r\ \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\phi \xrightarrow{\text{kulesymmetri}} 4\pi r^2\,\mathrm{d}r \\
\mathrm{d}\tau &= r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}z \xrightarrow{\text{syl.symmetri}} 2\pi r\,\mathrm{d}r\,\ell
\end{aligned}$$

Studieprogram: ____________

Kandidat nr. ____________

Dato: ________ Side*): ____

Antall ark: ____________

Svartabell for flervalgsspørsmål i oppgave 1.

*Denne siden fylles ut, rives av og leveres inn, *) fortrinnsvis som side 1.*
Husk informasjonen øverst til høyre.

Oppgave	Mitt svar
1-1	
1-2	
1-3	
1-4	
1-5	
1-6	
1-7	
1-8	
1-9	
1-10	
1-11	
1-12	
1-13	
1-14	
1-15	
1-16	
1-17	
1-18	
1-19	
1-20	
1-21	