NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i
FY1003 ELEKTRISITET OG MAGNETISME
TFY4155 ELEKTRISITET OG MAGNETISME

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk v/Arne Mikkelsen,
Tlf.: 486 05 392

Eksamensdato: Tirsdag 16. mai 2017
Eksamenstid: 09:00 - 13:00
Tillatte hjelpemidler (kode C):
Bestemt enkel godkjent kalkulator.
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
C. Angell og B. E. Lian: Fysiske størrelser og enheter.
Vedlagt formelliste.

Annen informasjon:

1. Denne eksamen teller 90 % på endelig karakter, laboratorierapport 10 %. For studenter med laboratorium godkjent 2012 og før teller denne eksamen 100 %.

2. Prosenttallene i parantes etter hver oppgave angir hvor mye den vektlegges ved bedømmelsen (summerer til 100 %).

3. Noen generelle faglige merknader:
   - Størrelser angis i kursiv (f.eks. V for potensial), mens enheter angis uten kursiv (f.eks. V for volt)
   - $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y- og z-retning.
   - Ved tallsvar kreves både tall og enhet.

4. I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**

5. Svar på flervalgsspørsmålene fører du på **siste ark** i dette oppgavesettet. Arket skal innleveres.

6. Oppgavene er utarbeidet av Arne Mikkelsen.

Målform/språk: Bokmål.

Antall sider (uten denne forsida): 8.

Antall sider vedlegg: 3.

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave:
Originalen er: 2-sidig; sort/hvitt

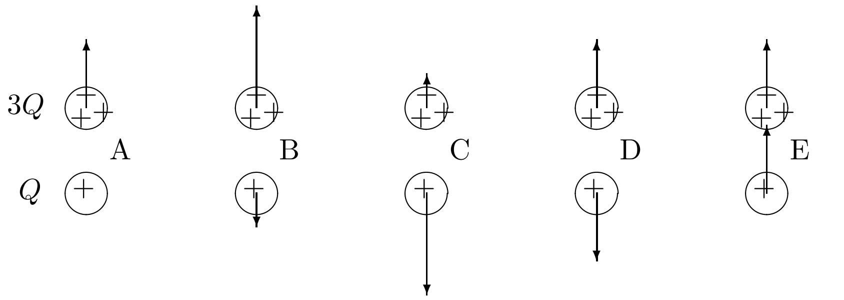
Dato Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

(blank side)

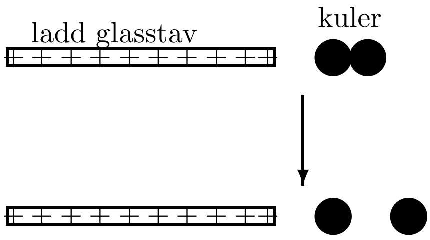
Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 50 %, hvert spørsmål teller like mye)

1-1. To uniformt ladde kuler vist under har ladning henholdsvis Q og $3Q$. Hvilken figur beskriver korrekt de elektrostatiske kreftene som virker på de to kulene?

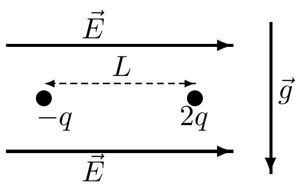


1-2. Du bringer en positiv ladd glasstav nesten inntil den ene (den til venstre) av to nøytrale metallkuler som er i innbyrdes kontakt. Deretter fjerner du de to metallkulene fra hverandre. Da har metallkula til venstre fått

A) negativ ladning
B) positiv ladning
C) null ladning
D) samme ladning som kula til høyre
E) samme ladning som glasstaven



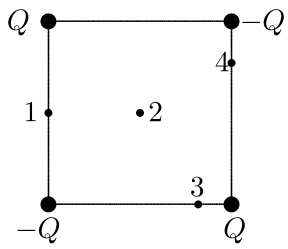
1-3. Et homogent (uniformt) elektrisk felt med styrke E er rettet horisontalt. To ladde partikler som begge har massen m, er plassert i feltet. De er i samme høyde, og den horisontale avstanden mellom dem er L. Partiklene som har ladningene $-q$ og $+2q$, slippes fra ro. Tyngden $\vec{g}$ virker og det er ingen luftmotstand. Hvilken styrke må E ha for at ladningene skal fortsette å ha konstant horisontal avstand L mellom seg?



A) $\dfrac{2}{3\pi\epsilon_0}\dfrac{q^2}{L}$ B) $\dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{q}{L^2}$ C) $\dfrac{1}{3\pi\epsilon_0}\dfrac{q}{L^2}$ D) $\dfrac{1}{6\pi\epsilon_0}\dfrac{q}{L^2}$ E) $\dfrac{1}{6\pi\epsilon_0}\dfrac{q}{L}$

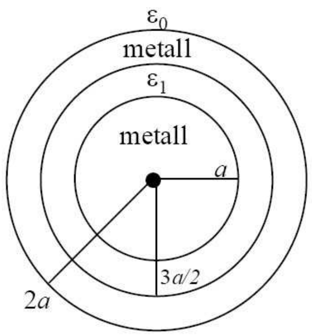
1-4. Fire punktladninger, to positive (Q) og to negative ($-Q$), er plassert i hvert sitt hjørne av et kvadrat. Ranger det elektriske potensialet, V_i, i de fire punktene 1, 2, 3 og 4. (Punkt 1 er midt på venstre "sidekant", punkt 2 er midt i kvadratet.)

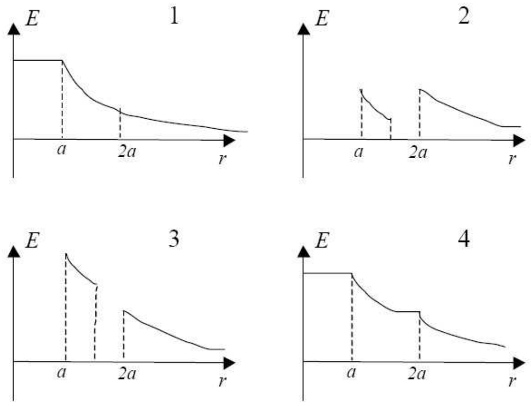
A) $V_1 > V_3 > V_4 > V_2$
B) $V_1 = V_2 = V_3 = V_4$
C) $V_3 > V_1 = V_2 > V_4$
D) $V_1 > V_3 = V_4 > V_2$
E) $V_3 > V_2 > V_1 > V_4$.



1-5. Ei metallkule med radius a har en nettoladning $q > 0$ (figuren til venstre under). Den er belagt med et lag med elektrisk nøytral plast med tykkelse $a/2$. Deretter følger et elektrisk nøytralt metallisk kuleskall med tykkelse $a/2$. Utenfor dette har vi vakuum. Plasten er et dielektrikum med permittivitet $\epsilon_1 = 4\epsilon_0$. Hvilken av de fire grafene i figuren nedenfor til høyre illustrerer det elektriske feltet E som funksjon av avstanden r fra metallkulas sentrum?

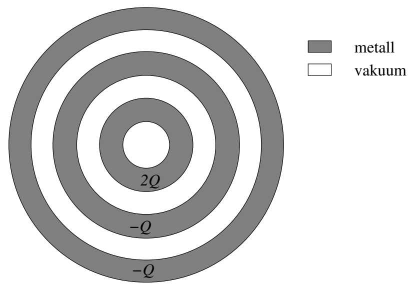
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Både 2 og 3 kan være rett





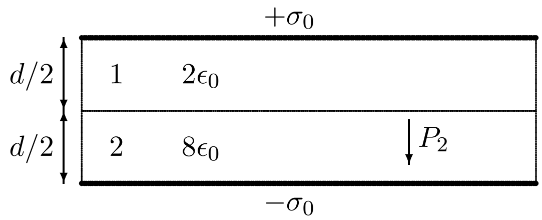
1-6. Figuren viser tre konsentriske metallkuleskall med en viss tykkelse. Innerste skall har nettoladning $2Q$, mellomste skall har nettoladning $-Q$ og ytterste skall har nettoladning $-Q$. Hvor mye ladning er samlet på *ytre* overflate av det *ytterste* kuleskallet?

A) $-Q$
B) $-2Q$
C) Q
D) 0
E) $2Q$.



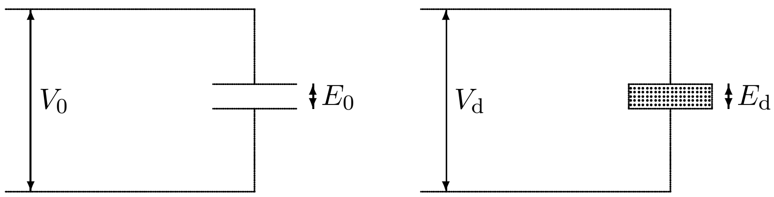
1-7. To store metalliske plan har areal A og ladning per flateenhet henholdsvis σ_0 (øverste plate) og $-\sigma_0$ (nederste plate). Plateavstanden er d. Volumet mellom metallplatene er fylt med to dielektriske skiver. Medium 1, i øverste halvdel, har permittivitet $2\epsilon_0$ mens medium 2, i nederste halvdel, har permittivitet $8\epsilon_0$. Hvor stor blir polariseringen P_2 i medium 2?

A) $P_2 = \sigma_0/8$
B) $P_2 = 7\sigma_0/8$
C) $P_2 = \sigma_0$
D) $P_2 = 9\sigma_0/8$
E) $P_2 = 4\,\sigma_0$.



1-8. En ladd kondensator har initielt et elektrisk felt E_0 mellom platene og en spenning V_0 over platene. Uten å kople til noen spenningskilde, setter du inn et dielektrikum ($\epsilon_r > 1$) mellom platene. Det elektrisk feltet og spenningen over platene blir nå henholdsvis E_d og V_d. Hvilke av følgende er rett for elektrisk felt og spenningen?

A) $E_d > E_0$ og $V_d > V_0$
B) $E_d = E_0$ og $V_d > V_0$
C) $E_d > E_0$ og $V_d = V_0$
D) $E_d < E_0$ og $V_d > V_0$
E) $E_d < E_0$ og $V_d < V_0$



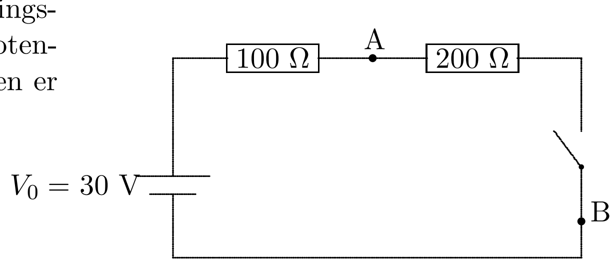
Før Med dielektrikum

1-9. Forholdet mellom elektrisk effekt i to lyspærer på henholdsvis 25 W og 60 W er, selvsagt, $P_{25}/P_{60} = 25/60$ ved "normal" bruk, dvs. kopla i parallell. Hva blir det tilsvarende forholdet for effekten mellom pærene, $P_{25}^{(S)}/P_{60}^{(S)}$, dersom du kobler lyspærene i serie? Anta at resistiviteten i materialet som glødetråden består av er uavhengig av temperaturen. (Likespenning eller vekselspenning spiller ingen rolle for svaret. Heller ikke verdien på spenningen.)

A) 1/1 B) 17/12 C) 17/5 D) 60/25 E) 25/60.

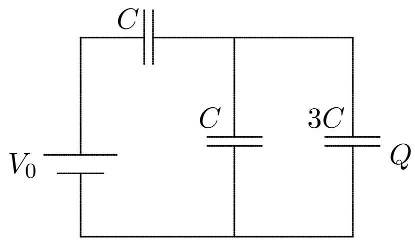
1-10. Figuren viser en enkel seriekrets av spenningsforsyning, to motstander og en bryter. Hva er potensialdifferansen mellom punkt A og B, når bryteren er *åpen*, og når den er *lukket*?

A) Åpen: 0 V Lukket: 20 V
B) Åpen: 20 V Lukket: 30 V
C) Åpen: 20 V Lukket: 10 V
D) Åpen: 30 V Lukket: 20 V
E) Åpen: 20 V Lukket: 0 V.



1-11. Kretsen til høyre består av en kondensator C i serie med en parallellkopling av C og $3C$. Hva blir ladningen Q på kondensatoren $3C$ til høyre?

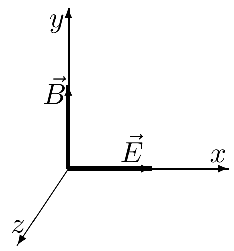
A) 0
B) $3V_0C/2$
C) V_0C
D) $3V_0C/5$
E) $V_0C/3$.



1-12. En sirkulær strømsløyfe fører en konstant strøm I. Sløyfa er plassert i et område med homogent (uniformt) magnetisk felt, $\vec{B}$, med retning i strømsløyfeplanet. Netto magnetisk kraft, $\vec{F}$, på strømsløyfa

A) har retning normal på planet til sløyfa, gitt av høyrehåndsregelen
B) har retning normal på planet til sløyfa, gitt av venstrehåndsregelen
C) har retning som ligger i sløyfeplanet
D) kan ikke bestemmes uten å vite størrelsen og retningen på I i forhold til størrelsen på $\vec{B}$
E) er lik null.

1-13. En positiv ladd partikkel beveger seg i et rom med homogene (uniforme) felt $\vec{E}$ og $\vec{B}$, som er rettet i henholdsvis positiv x- og positiv y-retning. Hvis det er null resultantkraft på partikkelen må dens hastighet være i



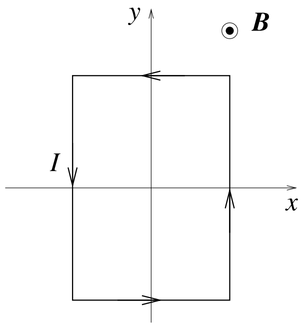
A) positiv x-retning
B) negativ x-retning
C) positiv y-retning
D) positiv z-retning
E) negativ z-retning.

1-14. En partikkel med ladning q og masse m skytes med fart v inn i et område med magnetisk felt B rettet normalt på v. Partikkelen oppnår en sirkelbevegelse med radius

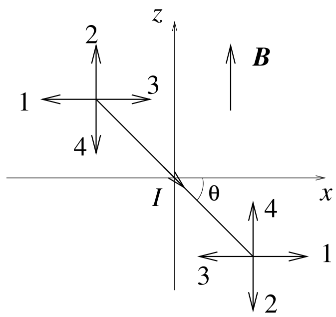
A) $\dfrac{mv^2}{B}$ B) $\dfrac{Bm}{qv}$ C) $\dfrac{Bv}{qm}$ D) $\dfrac{mv}{qB}$ E) $\dfrac{Bq}{mv}$

1-15. Ei kvadratisk ledersløyfe fører en strøm I og kan rotere omkring y-aksen. Den er plassert i et uniformt magnetfelt B retta langs z-aksen. I figurene nedenfor danner sløyfeplanet en vinkel θ med xy-planet. I venstre figur betrakter vi ledersløyfa i retning mot z-aksen og ned mot xy-planet. I høyre figur betraktes ledersløyfa i retning med y-aksen og ned mot xz-planet. Hvilket av kraftparene nummerert fra 1 til 4 i figuren til høyre virker da på de to lengdene av ledersløyfa som ligger parallelt med y-aksen?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) ingen, krafta er null

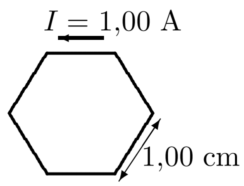


(z–aksen ut av planet)



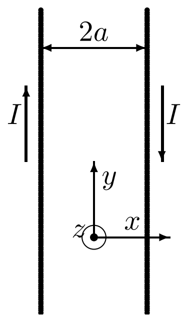
(y–aksen inn i planet)

1-16. Hva er magnetisk dipolmoment for en ledersløyfe formet som en regulær sekskant med sidekanter 1,00 cm og strømstyrke 1,00 A i ledertråden?

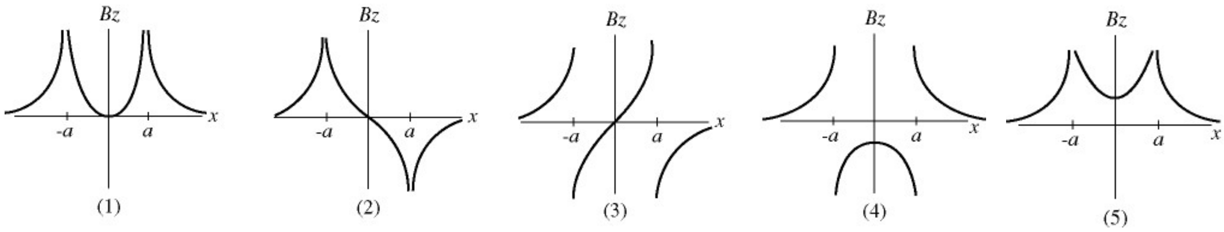


A) 0,20 $\mathrm{A\,cm^2}$
B) 1,4 $\mathrm{A\,cm^2}$
C) 2,6 $\mathrm{A\,cm^2}$
D) 3,8 $\mathrm{A\,cm^2}$
E) 5,2 $\mathrm{A\,cm^2}$

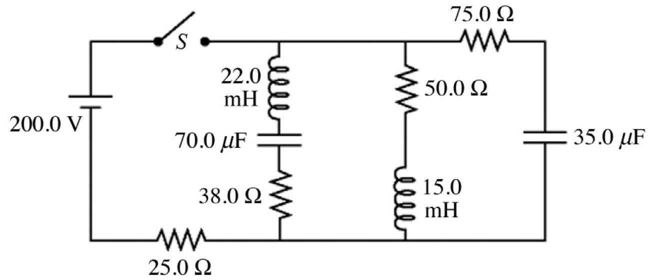
1-17. To svært lange parallelle ledninger i xy-planet ligger i avstand $2a$ fra hverandre, er parallelle med y-aksen og fører en strøm I i motsatte retninger, vist i figuren til høyre med origo for koordinatsystem midt mellom ledningene. Hvilken graf nedenfor viser best z-komponenten til B-feltet i xy-planet, som funksjon av x?



A) (1) B) (2) C) (3) D) (4) E) (5)



1-18. I kretsen i figuren til høyre har spenningskilden null indre resistans, spolene (induktorene) har null resistans og kondensatorene er ideelle (uendelig resistans). Hva er spenningen (potensialforskjellen) over 70,0 μF-kondensatoren når bryteren har vært lukket svært lenge?



A) 0,00 V B) 33,3 V C) 66,6 V D) 100 V E) 133 V

1-19. En vekselspenning $V(t) = V_0 e^{i\omega t}$ med amplitude $V_0 = 50$ mV og frekvens $f = 50$ Hz er koblet til en spole med induktans $L = 50\,\mu$H. Hva blir amplituden I_0 til den harmonisk varierende strømmen i kretsen?

A) $I_0 = 0,86$ A B) $I_0 = 2,10$ A C) $I_0 = 3,18$ A D) $I_0 = 4,79$ A E) $I_0 = 20,0$ A

1-20. Hvilken av de følgende påstander er sann?

A) Maxwells likninger gjelder bare for felt som er konstant over tid
B) Elektromagnetiske bølger er longitudinale bølger
C) Elektrisk og magnetisk felt er ute av fase i en elektromagnetisk bølge
D) Elektrisk og magnetisk feltvektorer er like i størrelse i en elektromagnetisk bølge
E) Ingen av påstandene er sanne.

1-21. Poyntingvektoren for en plan elektromagnetisk bølge har gjennomsnittsverdien $0,944\ \mathrm{W/m^2}$. Bølgen treffer et rektangulært område på 1,5 m $\times$ 2,0 m i rett vinkel på flata. Hvor mye total elektromagnetisk energi treffer arealet i løpet av 1,0 minutt? TIPS: Formelliste.

A) 170 J B) 210 J C) 250 J D) 300 J E) 340 J

1-22. Nær jorda er gjennomsnittlige intensitet for solinnstrålingen lik 1,4 kW/m^2. Hvilken kraft pga. strålingstrykket utøves på en 5,0 m^2 stor svart plate som står normalt på solstrålene?

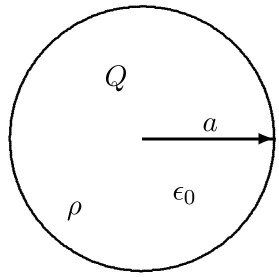
A) 14 kN B) 94 μN C) 140 μN D) 23 μN E) 47 μN

Oppgave 2. Elektrisk felt (teller 18 %)

Ei kule med radius a har en totalladning Q som er fordelt med konstant romladningstetthet

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}\,.$$

Permittiviteten er $\epsilon = \epsilon_0$ både innenfor og utenfor kula.
Uttrykk svarene i a), b) og c) bl.a. med Q (ikke med ρ).

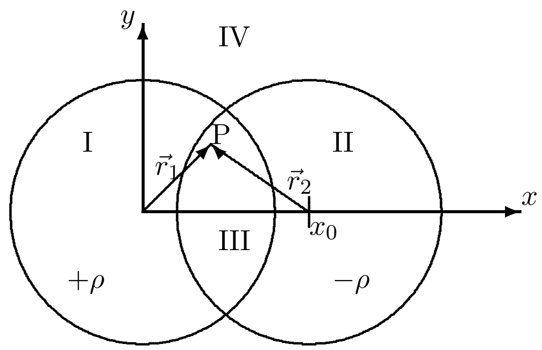


a) Bestem elektrisk felt $\vec{E}(r)$ utenfor og innenfor kula.
TIPS: Feltet inni kula kan uttrykkes $\vec{E} = Ar\hat{r}$, der A er en konstant.

b) Bestem elektrisk potensial $V(r)$ (relativt uendelig) utenfor og innenfor kula.

c) Bestem den elektriske potensielle energien, U, for kula med ladning.

Til høyre for kula ovenfor plasseres ei identisk kule men med motsatt romladningstetthet: $-\rho$. Kulene tenkes å overlappe hverandre som vist i figuren. x-aksen legges langs senter-til-senter-linja mellom kulene og avstandene mellom kulesentrene er x_0. Rommet deles slik i 4 områder som vist på figuren. Område I av den ene kula har positiv romladningstetthet ρ. Område II av den andre kula har romladningstetthet $-\rho$. Kulenes overlappingsområde III har romladningstetthet $\rho - \rho = 0$. Område IV har også romladningstetthet $= 0$. Permittiviteten $\epsilon = \epsilon_0$ både innenfor og utenfor kulene.



d) Påstand: $\vec{E}$-feltet i område III er horisontalt og homogent (uniformt). Skisser elektriske feltlinjer og ekvipotensialflater i dette området, under forutsetning av at påstanden er rett.

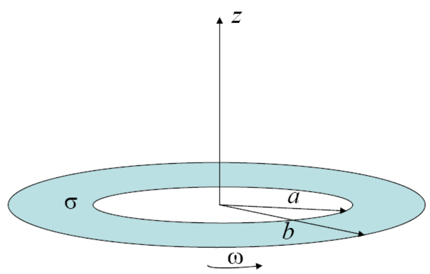
e) Bestem $\vec{E}$-feltet i et vilkårlig punkt P i xy-planet innenfor kulenes overlappingsområde III. Som vist i figuren er avstandene til dette punktet fra de to kulesentra henholdsvis r_1 og r_2. Var påstanden i pkt. **d)** korrekt?
TIPS: Uttrykk $\vec{E}(\vec{r})$ fra hver kule med henholdsvis $\vec{r}_1$ og $\vec{r}_2$ og bruk superposisjonsprinsippet.

Oppgave 3. Magnetfelt (teller 12 %)

Ei sirkulær skive med indre radius a og ytre radius b har ladning per flateenhet som varierer med avstanden r fra sentrum:

$$\sigma(r) = \sigma_0 \, \frac{b^2}{r^2} \, .$$

Skiva ligger i xy-planet med sentrum i origo. Den roterer omkring symmetriaksen (z-aksen) med vinkelhastighet ω og ladningene følger med rotasjonen. Skiva er tynn i z-retning.



a) Finn uttrykk for skivas magnetiske dipolmoment $\vec{\mu}$.

TIPS: Finn først dipolmomentet $\mathrm{d}\mu$ til en tynn ring med radius r, bredde $\mathrm{d}r$ og strøm $\mathrm{d}I$. Strømmen $\mathrm{d}I = \mathrm{d}q/T$ i ringen har sitt opphav i roterende ladninger med periode $T = 2\pi/\omega$.

b) Finn uttrykk for magnetfeltet $\vec{B}(z)$ på z-aksen.

OPPGITT:

Magnetfelt på symmetriaksen, i avstand z, fra en tynn strømførende ring, med strøm I og radius R:

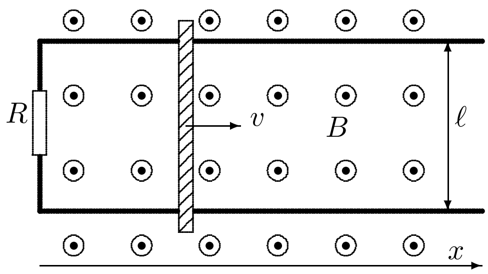
$$B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(z^2 + R^2)^{3/2}} \, .$$

Integral:

$$\int \frac{x \, \mathrm{d}x}{(c^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{-1}{(c^2 + x^2)^{1/2}} + C \, .$$

Oppgave 4. Elektromagnetisk induksjon (teller 10 %)

En metallstav med masse m kan gli uten friksjon på to lange horisontale parallelle skinner. Skinnene er forbundet med en motstand med resistansen R, og avstanden mellom dem er ℓ. Systemet befinner seg i et magnetisk felt med flukstetthet B opp av og normalt på planet skinnene og staven danner. Staven blir gitt et puff mot høyre og oppnår en viss startfart.



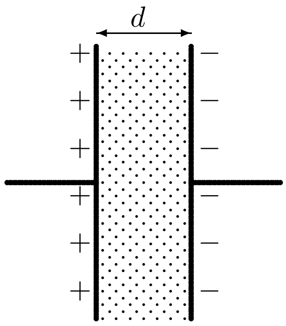
a) Finn strømmen i kretsen når staven har farten v. Uttrykk svaret med bl.a. v.

b) Hva er krafta på staven (størrelse og retning) når staven har farten v? Uttrykk svaret med oppgitte størrelser.

c) Finn $v(t)$ uttrykt med oppgitte størrelser samt startfarten v_0.

TIPS: Fra mekanikken: $F = m \, \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$.

Oppgave 5. Kondensator med ladningstap (teller 10 %)



En parallellplatekondensator har et dielektrikum med $\epsilon_{\mathrm{r}} = 8,00$. Vi kan se bort fra randeffekter slik at kondensatorens kapasitans er $C = \epsilon_{\mathrm{r}}\epsilon_0 A/d$ der A er plattearealet og d er avstanden mellom platene.

Dielektrikumet i kondensatoren er ikke en perfekt isolator men har en endelig resistivitet $\rho = 2,00 \cdot 10^{12}\,\Omega\,\mathrm{m}$. Mellom kondensatorplatene er det derfor en resistans R som er ulik ∞, slik at kondensatorens ladning tappes gradvis ut gjennom dielektrikumet med en liten strøm. Kondensatorens initielle ladning er $Q(0) = Q_0 = 10,0\,\mu\mathrm{C}$.

a) Kondensatorens ladning Q utlades etter en eksponentialfunksjon:

$$Q(t) = Q_0 \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\} .$$

Hva er verdien av tidskonstanten τ?
(Tallverdier for d og A er ikke nødvendig å oppgi. Tips: Formelliste.)

b) Finn uttrykk for forskyvningsstrømmen $I_{\mathrm{d}}(t)$ mellom kondensatorplatene (i dielektrikumet) og finn verdien for I_{d} ved tida $t = 2,00$ min. Presiser retningen på I_{d}.

Vedlegg: FORMELLISTE.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

Noen fysiske konstanter: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{H/m}$ $e = 1,60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$ $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ $g = 9,81\,\mathrm{m/s^2}$ $N_\mathrm{A} = 6,02 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$ $c_0 = 2,998 \cdot 10^8 \mathrm{m/s}$

Q, ρ og σ uten indeks viser til *frie* ladninger. Q_i, ρ_i og σ_i er indusert ladning.

I og $\vec{J}$ uten indeks er ledningsstrøm (conducting current), I_d og $\vec{J}_\mathrm{d}$ er forskyvningsstrøm (displacement current).

Coulombs lov: $\vec{F}_{12} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{12}$ $\quad \vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}\dfrac{q}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$

Gauss' lov integralform: $\oiint \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q$ $\quad \oiint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q/\epsilon$ $\quad \oiint \vec{P}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = -Q_\mathrm{i}$ $\quad \oiint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = 0$

Gauss' lov differensialform: $\mathrm{div}\vec{D} = \rho$ $\quad \mathrm{div}\vec{E} = \rho/\epsilon$ $\quad \mathrm{div}\,\vec{P} = -\rho_\mathrm{i}$ $\quad \mathrm{div}\vec{B} = 0$

Fluks: $\Phi_E = \iint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A}$ $\quad \Phi = \iint \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = \epsilon\,\Phi_E$ $\quad \Phi_B = \iint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{A}$

Amperes lov: $\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \mu\left(I + \epsilon\dfrac{\partial \Phi_E}{\partial t}\right)$ $\quad \oint \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = I + \dfrac{\partial \Phi}{\partial t}$ $\quad \mathrm{curl}\,\vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Faradays lov: $\mathcal{E} = -\dfrac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$ $\quad \oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\dfrac{\partial \Phi_B}{\partial t}$ $\quad \mathrm{curl}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Maxwells likninger: $\mathrm{div}\vec{D} = \rho$ $\quad \mathrm{div}\vec{B} = 0$ $\quad \mathrm{curl}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\quad \mathrm{curl}\,\vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Forskyvningsstrøm: $I_\mathrm{d} = \dfrac{\partial \Phi}{\partial t}\,,\quad \vec{J}_\mathrm{d} = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Elektrisk dipolmoment: $\vec{p} = q\vec{d}$ (fra $-$ til $+$) $\qquad$ Polarisering: $\vec{P} = \dfrac{\sum \vec{p}}{\text{volum}}$

Magnetisk (dipol)moment: $\vec{\mu} = \vec{m} = I\vec{A}$ $\qquad$ Magnetisering: $\vec{M} = \dfrac{\sum \vec{\mu}}{\text{volum}}$

Kraftmoment: $\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E}$ $\quad \vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B}$

$\vec{D} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \epsilon\vec{E} = \epsilon_\mathrm{r}\epsilon_0\vec{E}$ $\quad \vec{P} = \chi_\mathrm{e}\epsilon_0\vec{E}$ $\quad \epsilon_\mathrm{r} = 1 + \chi_\mathrm{e}$

$\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \mu_0\vec{M} = \mu\vec{H} = \mu_\mathrm{r}\mu_0\vec{H}$ $\quad \vec{M} = \chi_\mathrm{m}\vec{H}$ $\quad \mu_\mathrm{r} = 1 + \chi_\mathrm{m}$

Elektrisk potensial: $V_a - V_b = -\displaystyle\int_b^a \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$, $\quad \vec{E} = -\vec{\nabla}V$, $\quad$ Relativt ∞: $V(r) = \displaystyle\int \dfrac{\mathrm{d}q}{4\pi\epsilon r}$

Energi og energitetthet: $U = \dfrac{1}{2}\iiint V\,\mathrm{d}q$ $\quad$ Elektrisk: $u = \dfrac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$ $\quad$ Magnetisk: $u = \dfrac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$

Kondensatorer: $C = \dfrac{Q}{V}$ $\quad$ Kulekondensator: $C = 4\pi\epsilon_0 R$ $\quad$ Energi: $U = \dfrac{1}{2}QV = \dfrac{1}{2}CV^2$

Platekondensator: $C = \epsilon\dfrac{A}{d}$ $\quad$ Parallellkopling: $C = \displaystyle\sum_i C_i$ $\quad$ Seriekopling: $\dfrac{1}{C} = \displaystyle\sum_i \dfrac{1}{C_i}$

Kraft på strømførende leder: $\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{s}\times\vec{B}$ $\quad$ Lorentzkrafta: $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right)$

Biot-Savarts lov: $\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{q\,\vec{v}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$ $\quad \mathrm{d}\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\mathrm{d}\vec{s}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$

H-felt rundt ∞ lang leder: $H_\theta = \dfrac{I}{2\pi r}$ $\quad$ H-felt i lang, tynn solenoide: $H = I\cdot n = I\cdot\dfrac{N}{\ell}$

Ohms lov: $V = RI\,, \quad R = \rho\dfrac{\ell}{A} = \dfrac{1}{\sigma}\dfrac{\ell}{A}\,; \qquad P = VI$

$\sigma\vec{E} = \vec{J}$, der strømtetthet $= \vec{J} = nq\vec{v}_{\rm d}$ og $\vec{v}_{\rm d} = \mu\vec{E}$ = driftsfart.

Induktans: $\mathcal{E} = -L\dfrac{{\rm d}I}{{\rm d}t} \qquad \mathcal{E}_2 = -M_{21}\dfrac{{\rm d}I_1}{{\rm d}t}, \quad M_{21} = M_{12}$ Spoler: $L = N\dfrac{\Phi_B}{I} \qquad U = \dfrac{1}{2}LI^2$

Lenz lov: En indusert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som er årsak til strømmen.

Kompleks AC-signal: $V(t) = V_0 e^{i\omega t} = |V_0|e^{i\alpha}e^{i\omega t} \qquad I(t) = I_0 e^{i\omega t} = |I_0|e^{i\beta}e^{i\omega t}$

$$Z = \frac{V(t)}{I(t)} = \frac{V_0}{I_0} = |Z|e^{i\phi} \qquad Z_R = R \qquad Z_L = i\omega L \qquad Z_C = \frac{1}{i\omega C}$$

Elektromagnetiske bølger i vakuum:

Bølgelikningen for $\vec{E}$: $\nabla^2\vec{E} = \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$ der $\nabla^2\vec{E} = \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}\,\hat{\mathbf{i}} + \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial y^2}\,\hat{\mathbf{j}} + \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}\,\hat{\mathbf{k}}$ og $\dfrac{1}{c^2} = \mu_0\epsilon_0$

Bølge i $\pm x$-retning med $\vec{E}$ planpolarisert i y-retning: $\vec{E}(x,t) = E_0\,\hat{\mathbf{j}}\,\cos(\omega t \mp kx), \quad \vec{B}(x,t) = B_0\,\hat{\mathbf{k}}\,\cos(\omega t \mp kx)$

$\omega = 2\pi f \qquad k = \dfrac{2\pi}{\lambda} \qquad |c| = \dfrac{\omega}{k} = \sqrt{\dfrac{1}{\mu_0\epsilon_0}} \qquad |E_0| = c|B_0|$ Bølge(vandre)retning som $\vec{E}\times\vec{B}$

Energitetthet (J/m^3) : $u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{\mu_0}B^2 = \epsilon_0 E^2$ Tidsmiddel: $\langle u\rangle = \frac{1}{2}\epsilon_0 E_0^2$

Poyntingvektoren: $\vec{S}(x,t) = \vec{E}(x,t)\times\vec{H}(x,t) \qquad S = |\vec{S}| = cu \qquad \langle S\rangle = c\langle u\rangle$ = intensitet (W/m^2)

Bev. mengde per volum: $\vec{p}\,' = \langle\vec{S}\rangle/c^2$ Strålingstrykk: $p_{\rm rad} = \langle u\rangle$ (svart flate) $p_{\rm rad} = 2\langle u\rangle$ (blank flate)

Litt matematikk:

Kartesiske koordinater (x, y, z), med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$:

$$\begin{aligned}
{\rm grad}V = \vec{\nabla}V &= \hat{\mathbf{i}}\,\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}}\,\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}}\,\frac{\partial V}{\partial z}\\
{\rm div}\vec{D} = \vec{\nabla}\cdot\vec{D} &= \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}\\
\vec{\nabla}^2 V &= \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\\
{\rm curl}\,\vec{D} = \vec{\nabla}\times\vec{D} &= \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ D_x & D_y & D_z \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

Sylinderkoordinater (r, ϕ, z), med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{r}}$, $\hat{\phi}$ og $\hat{\mathbf{k}}$:

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla}V &= \hat{\mathbf{r}}\,\frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\phi}\,\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \phi} + \hat{\mathbf{k}}\,\frac{\partial V}{\partial z}\\
\vec{\nabla}\cdot\vec{D} &= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rD_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial D_\phi}{\partial\phi} + \frac{\partial D_z}{\partial z}\\
\vec{\nabla}^2 V &= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}
\end{aligned}$$

Kulekoordinater (r, θ, ϕ), med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{r}}$, $\hat{\theta}$, $\hat{\phi}$:

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla}V &= \hat{\mathbf{r}}\,\frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\theta}\,\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial\theta} + \hat{\phi}\,\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial\phi}\\
\vec{\nabla}\cdot\vec{D} &= \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 D_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(D_\theta\sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial D_\phi}{\partial\phi}\\
\vec{\nabla}^2 V &= \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial V}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 V}{\partial\phi^2}
\end{aligned}$$

Infinitesimale volumelement:

$$\begin{aligned}
{\rm d}\tau &= {\rm d}x\;{\rm d}y\;{\rm d}z\\
{\rm d}\tau &= r^2\;{\rm d}r\;\sin\theta\;{\rm d}\theta\;{\rm d}\phi \;\xrightarrow{\text{kulesymmetri}}\; 4\pi r^2\;{\rm d}r\\
{\rm d}\tau &= r\;{\rm d}r\;{\rm d}\phi\;{\rm d}z \;\xrightarrow{\text{syl.symmetri}}\; 2\pi r\;{\rm d}r\;\ell
\end{aligned}$$

Studieprogram: ____________

Kandidat nr. ____________

Dato: ________ Side*): ____

Antall ark: ____________

Svartabell for flervalgsspørsmål i oppgave 1.

*Denne siden fylles ut, rives av og leveres inn, *)* **fortrinnsvis som side 1.**
Husk informasjonen øverst til høyre.

Oppgave	Mitt svar
1-1	
1-2	
1-3	
1-4	
1-5	
1-6	
1-7	
1-8	
1-9	
1-10	
1-11	
1-12	
1-13	
1-14	
1-15	
1-16	
1-17	
1-18	
1-19	
1-20	
1-21	
1-22	