NTNU

Kunnskap for en bedre verden

Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i
FY1003 ELEKTRISITET OG MAGNETISME
TFY4155 ELEKTRISITET OG MAGNETISME

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk v/Arne Mikkelsen,
Tlf.: 486 05 392

Eksamensdato: Lørdag 12. aug. 2017
Eksamenstid: 09:00 - 13:00
Tillatte hjelpemidler (kode C):

Bestemt enkel godkjent kalkulator.
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
C. Angell og B. E. Lian: Fysiske størrelser og enheter.
Vedlagt formelark.

Annen informasjon:

1. Denne eksamen teller 90 % på endelig karakter, laboratorierapport 10 %. For studenter med laboratorium godkjent 2012 og før teller denne eksamen 100 %.

2. Prosenttallene i parantes etter hver oppgave angir hvor mye den vektlegges ved bedømmelsen (summerer til 100 %).

3. Noen generelle faglige merknader:
   - Størrelser angis i kursiv (f.eks. V for potensial), enheter angis uten kursiv (f.eks. V for volt).
   - $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y- og z-retning.
   - Ved tallsvar kreves både tall og enhet.

4. I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**

5. Svar på flervalgsspørsmålene fører du på **siste ark** i dette oppgavesettet. Arket skal innleveres.

6. Oppgavene er utarbeidet av Arne Mikkelsen.

Målform/språk: Bokmål.

Antall sider (uten denne forsida): 7.

Antall sider vedlegg: 3.

Kontrollert av:

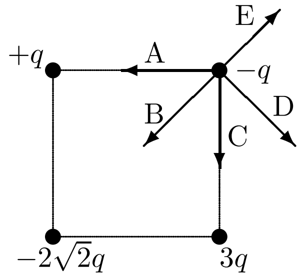
Informasjon om trykking av eksamensoppgave:
Originalen er: 2-sidig; sort/hvitt

Dato Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

(blank side)

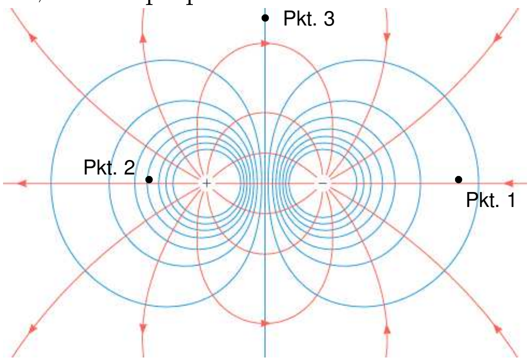
Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 45 %, hvert spørsmål teller like mye.)



1-1. Hvilken av pilene A-E angir korrekt retning for total kraft på ladningen $-q$ i øvre høyre hjørne av kvadratet?

1-2. Figuren viser en elektrisk dipol med ladning $+Q$ til venstre og $-Q$ til høyre. Potensialet i Pkt. 1 betegnes V_1 osv. Hva er riktig med størrelsen på potensialene?

A) $V_1 > V_2 > V_3$.
B) $V_1 > V_3 > V_2$.
C) $V_2 > V_1 > V_3$.
D) $V_2 > V_3 > V_1$.
E) $V_3 > V_2 > V_1$.



1-3. Hvis et dielektrisk materiale blir satt inn mellom platene i en parallellplatekondensator når den er forbundet til en spenningsforsyning på 100 V, vil

A) spenningen over kondensatoren avta
B) elektrisk felt mellom platene avta
C) elektrisk felt mellom platene øke
D) ladningen på kondensatoren avta
E) ladningen på kondensatoren øke

1-4. To kuler, 1 og 2, har like stor radius R og like stor ladning Q. Kulene vekselvirker ikke med hverandre. Kule 1 har ladningen jamt fordelt på overflata, mens kule 2 har ladningen jamt fordelt inni volumet. Kule 1 har potensiell energi $U_1 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{R}$, mens kule 2 har potensiell energi U_2 gitt ved:

A) $U_2 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{R}$

B) $U_2 = \frac{1}{20\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{R}$

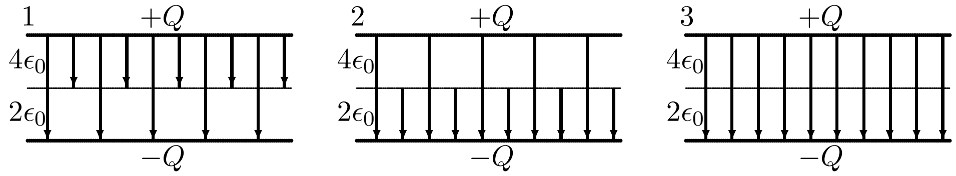
C) $U_2 = \frac{1}{10\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{R}$

D) $U_2 = \frac{3}{20\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{R}$

E) $U_2 = \frac{3}{40\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{R}$

Tips: Kan du si noe om størrelsen på U_2 i forhold til U_1 uten omstendelig regning?

1-5. Rommet mellom to store parallelle plater med ladning henholdsvis Q (øverste) og $-Q$ (nederste) er fylt med to dielektriske materialer, i øvre halvdel et dielektrikum med relativ permittivitet 4 og i nedre halvdel et dielektrikum med relativ permittivitet 2.



De tre figurene angir da feltlinjer for

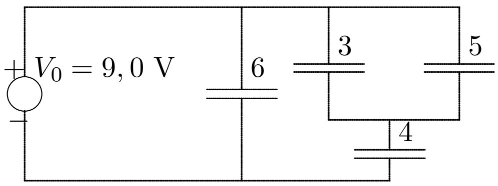
A) $\vec{E}$ i 1 $\vec{D}$ i 2 $\vec{P}$ i 3
B) $\vec{D}$ i 1 $\vec{P}$ i 2 $\vec{E}$ i 3
C) $\vec{P}$ i 1 $\vec{E}$ i 2 $\vec{D}$ i 3
D) $\vec{E}$ i 1 $\vec{P}$ i 2 $\vec{D}$ i 3
E) $\vec{P}$ i 1 $\vec{D}$ i 2 $\vec{E}$ i 3

1-6. Ei kompassnål befinner seg i et homogent magnetisk felt med dens sydpol pekende i positiv retning av $\vec{B}$. Nettokrafta på kompassnåla

A) virker i samme retningen som $\vec{B}$.
B) virker i retning rett vinkel med $\vec{B}$.
C) virker i retning rett vinkel med planet gjennom $\vec{B}$ og kompassnåla.
D) virker i motsatt retning av $\vec{B}$.
E) er lik null.

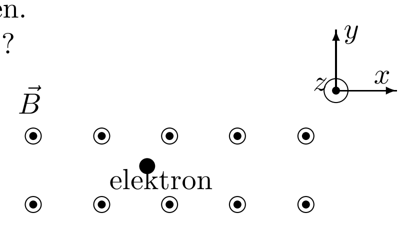
1-7. I kretsen i figuren er spenningen over kondensatorkretsen $V_0 = 9{,}00$ V (konstant). Tallet ved hver kondensator angir kapasitansen i μF. Hva er ladningen på 6 μF-kondensatoren?

A) 0,67 μC
B) 1,50 μC
C) 6,00 μC
D) 54,0 μC
E) 78,0 μC

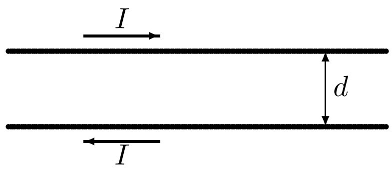


1-8. Et elektron er ved et bestemt tidspunkt i ro i et område med homogent magnetisk felt $\vec{B}$ med retning opp av papirplanet. Det er ingen andre ladninger i nærheten. Hva er retningen på den magnetiske krafta på elektronet?

A) i negativ z-retning (ned i papirplanet)
B) i positiv z-retning (opp av papirplanet)
C) i negativ y-retning
D) i positiv y-retning
E) villedende spørsmål, krafta er null



1-9. To svært lange parallelle ledninger i avstand d fra hverandre fører en lik strøm I i motsatt retning. Den magnetiske feltstyrken H pga. disse strømmene er lik null



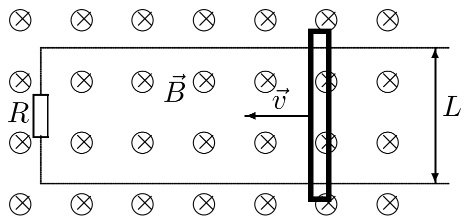
A) midt mellom ledningene
B) en avstand $d/2$ over den øvre ledningen og en avstand $d/2$ under for den nedre ledningen
C) en avstand d over for den øvre ledningen og en avstand d under for den nedre ledningen
D) en avstand $d/\sqrt{2}$ over for den øvre ledningen og en avstand $d/\sqrt{2}$ under for den nedre ledningen
E) Magnetisk feltstyrke H er ikke null noen sted.

1-10. En metallstang sklir friksjonsfritt mot venstre med en hastighet på $v = 2{,}0$ m/s på to metallstaver som er $L = 1{,}00$ m fra hverandre, slik at systemet sammen med motstanden $R = 20{,}0$ Ω former ei lukka strømsløyfe. Motstanden i metallstavene er neglisjerbar. Hvis den magnetiske feltet er $B = 1{,}50$ T ned i papirplanet, så er den induserte strømmen I i kretsen og strømretningen, respektiv:

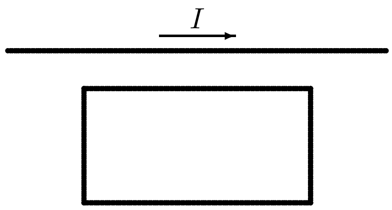
A) 60 A, mot klokka
B) 60 A, med klokka
C) 0,15 A, med klokka
D) 0,15 A, mot klokka
E) 75 μA, med klokka

Mot klokka

Med klokka



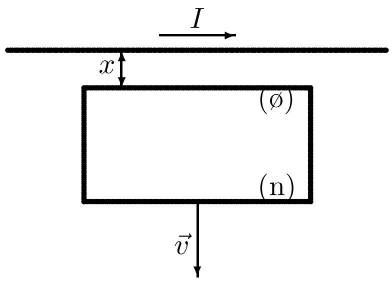
1-11. En rektangulær sløyfe ligger parallellt med en lang rett strømførende leder som vist i figuren. Den rette lederen fører en strøm I mot høyre som øker jamt med tida: $I(t) = I_0 + kt$ (der k er en positiv konstant med enhet A/s). Strømmen indusert i den rektangulære sløyfa

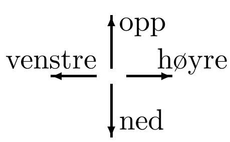


Mot klokka Med klokka

A) går mot klokka og er proporsjonal med k^2
B) går med klokka og er proporsjonal med k^2
C) går mot klokka og er proporsjonal med k
D) går med klokka og er proporsjonal med k
E) er lik null.

1-12. En rektangulær sløyfe ligger parallelt med en lang rett strømførende leder som vist på figuren. Den rette lederen fører en konstant strøm I mot høyre og avstanden mellom lederen og den nærmeste sidekanten av sløyfa er x og øker med konstant hastighet $v = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$. En strøm induseres i den rektangulære sløyfa, og strømmen resulterer i magnetiske krefter på sløyfa. Hva er retningen på de magnetiske krefter på øvre (ø) sidekant og på nedre (n) sidekant i sløyfa?





A) ø: rett opp; n: rett opp
B) ø: rett opp; n: rett ned
C) ø: rett ned; n: rett opp
D) ø: rett ned; n: rett ned
E) ø: mot høyre; n: mot venstre.

1-13. Maxwell generaliserte Amperes lov slik at den inkluderer forskyvningsstrøm, og loven lyder da

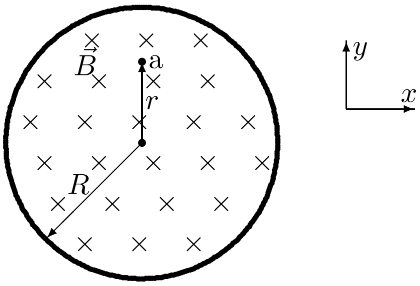
$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t}\,.$$

I denne likningen er forskyvningsstrømmen definert

A) $I + \epsilon_0 \dfrac{\partial \Phi_E}{\partial t}$ B) I C) $\epsilon_0 \displaystyle\int \left(\frac{\partial \Phi_E}{\partial t}\right) \mathrm{d}t$ D) $\epsilon_0 \dfrac{\partial \Phi_E}{\partial t}$ E) $\epsilon_0 \Phi_E$

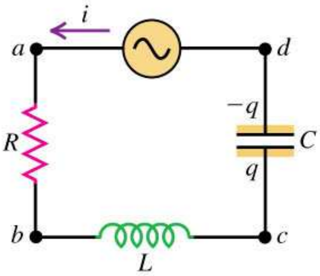
1-14. Figuren viser tverrsnittet av en lang, rett solenoide med et homogent magnetfelt B innvendig. Magnetfeltet har retning ned i tegneplanet og styrken er økende med tida. Hva er retningen for indusert elektrisk felt $\vec{E}$ ved punktet a?

A) $-x$-retning
B) $-y$-retning
C) $+y$-retning
D) $+x$-retning
E) krafta er null.



1-15. Kretsen i figuren består av en vekselspenningskilde (AC) og en seriekopling av en resistor, induktans og en kondensator med endelige verdier. Kretsstrømmen (angitt med i) har en veldig liten amplitude når kilden har en veldig lav frekvens $\omega \to 0$. Hvilket kretselement er årsak til dette?

A) Resistansen R
B) Induktansen L
C) Kapasitansen C
D) En kombinasjon av L og C
E) Villedende spørsmål - strømmen har en stadig stigende amplitude når frekvensen er veldig lav.



1-16. To kondensatorer koples i serie med tre kondensatorer i parallell som vist i figuren. Alle kondensatorene har kapasitans C. Hva er kretsens komplekse impedans, sett fra spenningskilden?

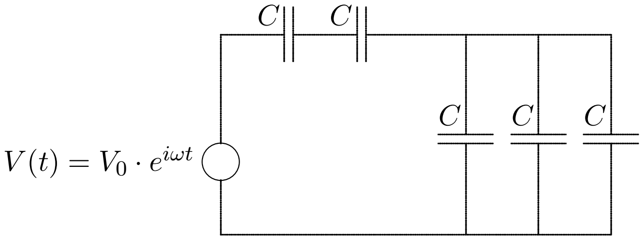
A) $5\dfrac{1}{i\omega C}$

B) $\dfrac{7}{2}\dfrac{1}{i\omega C}$

C) $\dfrac{7}{3}\dfrac{1}{i\omega C}$

D) $\dfrac{7}{3} i\omega C$

E) $\dfrac{7}{2} i\omega C$



1-17. Det elektriske feltet til en elektromagnetisk bølge er

$$E_y = 25\,\mathrm{V/m} \cdot \sin\left[\pi \cdot 2{,}4 \cdot 10^6\,\mathrm{m}^{-1}\,(x - 3{,}0 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s} \cdot t)\right].$$

Hva er bølgens frekvens f?

A) $4{,}8 \cdot 10^7$ Hz
B) $3{,}6 \cdot 10^{14}$ Hz
C) $1{,}2 \cdot 10^6$ Hz
D) $2{,}3 \cdot 10^{15}$ Hz
E) $6{,}5 \cdot 10^{10}$ Hz

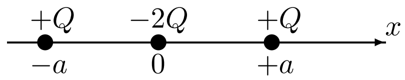
1-18. Energitettheten (energi per volum) i en elektromagnetisk bølge er

A) likt fordelt mellom elektrisk og magnetisk felt
B) for det meste i det elektriske feltet
C) for det meste i det magnetiske feltet
D) i sin helhet i det elektriske feltet
E) i sin helhet i det magnetiske feltet.

Oppgave 2. Punktladninger (teller 14 %)

I denne oppgaven kan du bruke $k = (4\pi\epsilon_0)^{-1}$.

Tre punktladninger er plassert på x-aksen, $+Q$ i $x = -a$, $-2Q$ i $x = 0$ og $+Q$ i $x = +a$.



a) Finn uttrykk for det elektriske feltet $\vec{E}(x)$ på x-aksen for alle $x > a$.

b) Finn uttrykk for den elektrostatiske energien til ladningssamlingen. Energien er null når punktladningene er uendelig langt fra hverandre.

c) Vis at det elektriske feltet på x-aksen langt unna ladningssamlingen ($x \gg a$) kan uttrykkes

$$\vec{E}(x) = kQ\frac{c}{x^n}\,\hat{\mathbf{i}}$$

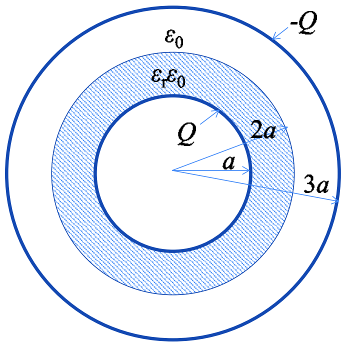
og gjennom beviset bestem konstanten c og eksponenten n.

Du kan evt. få bruk for:

- Potensialet rundt en punktladning relativt uendelig er $V(r) = kQ/r$.
- $\left(1 \pm \frac{a}{x}\right)^{-2} \approx 1 \mp 2\frac{a}{x} + 3\left(\frac{a}{x}\right)^2$ for $x \gg a$.

Oppgave 3. Kulekondensator (teller 14 %)

En kulekondensator består av to tynne kuleskall av elektrisk ledende materiale med radius henholdsvis a og $3a$ (markert med tykke sirkler i figuren). Innerskallet har elektrisk ladning $+Q$ og ytterskallet ladning $-Q$. Rommet mellom $r = a$ og $r = 2a$ er fylt av et dielektrikum med relativ permittivitet ϵ_r. Mellom $r = 2a$ og $r = 3a$ er rommet fylt av luft med permittivitet ϵ_0.



a) Finn uttrykk for den elektriske felstyrken $\vec{E}(r)$ overalt i rommet (alle r).

b) Finn uttrykk for potensialforskjellen over kondensatoren (mellom kuleskallene $r = a$ og $r = 3a$).

c) Finn uttrykk for polariseringen $\vec{P}(r)$ i dielektriket, dvs. for $r \in [a, 2a]$. Angi spesielt retning for $\vec{P}(r)$.

Oppgave 4. Magnetfelt (teller 14 %)

En tilnærmet uendelig lang og rett sylinderformet leder med radius R fører en elektrisk strøm som ikke varierer med tida. Strømtettheten (strøm per flateenhet) i lederen avtar lineært med avstanden r fra lederens senterakse:

$$\vec{J}(r) = J_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) \hat{\mathbf{k}} \, .$$

Vi har valgt koordinatsystem slik at lederens senterakse sammenfaller med z-aksen, og slik at strømmen går i positiv z-retning. Permeabiliteten er μ_0 overalt.

a) Finn total strøm I_0 i lederen uttrykt med bl.a. J_0.

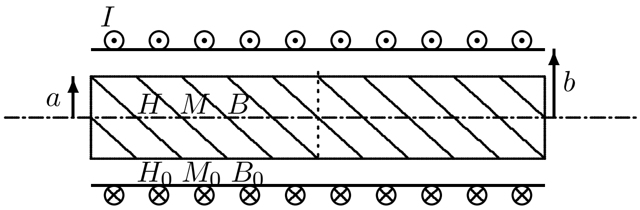
b) Bruk Amperes lov til å finne magnetfeltet $B_\mathrm{u}(r)$ utenfor den strømførende lederen ($r > R$), uttrykt med bl.a. J_0 og R.

c) Magnetfeltet inni den strømførende lederen ($r < R$) er oppgitt til å være

$$B_\mathrm{i}(r) = C_1 \cdot r + C_2 \cdot r^2 \, .$$

Bruk Amperes lov til å bestemme konstantene C_1 og C_2, uttrykt med bl.a. J_0.

Oppgave 5. Magnetisk materiale. (teller 13 %)



Figuren viser en solenoide med radius b = 30 mm og viklingstall n = 800 m^{-1}. Antall viklinger er altså mye større enn 10 som er brukt i figuren. Solenoidestrømmen I = 3,50 A. En sylindrisk jernstav med radius a =15 mm er plassert koaksialt i solenoiden, ellers er solenoiden luftfylt. Jernet har relativ permeabilitet $\mu_r = 2000$ og metningsmagnetisering $M_s = 1,56 \cdot 10^6$ A/m. Senteraksen til solenoiden er i figuren vist med halvstiplet linje.
Du kan anta solenoiden er svært lang slik at du kan se bort fra randeffekter og anta null felt utenfor solenoiden.

a) Bruk Amperes lov (f.eks. med integrasjonsveg lik et passende rektangel) til å finne verdier for den magnetiske feltstyrken H_0 og H i henholdsvis den luftfylte delen av solenoiden og den jernfylte delen av solenoiden. Angi retningen for H.

b) Finn verdier for magnetiseringen M_0 og magnetisk flukstetthet B_0 inni den luftfylte delen av solenoiden, og finn de samme M og B i den jernfylte delen av solenoiden. Angi retningen for alle størrelsene.

c) Finn verdier av den magnetiske energitettheten $u_{B,0}$ og u_B i solenoiden henholdsvis utenfor jernstaven og inni jernstaven.

(blank side)

Vedlegg: FORMELLISTE.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

Noen fysiske konstanter: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$ $\quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{H/m}$ $\quad e = 1,60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ $\quad g = 9,81\,\mathrm{m/s^2}$ $\quad N_\mathrm{A} = 6,02 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$ $\quad c_0 = 2,998 \cdot 10^8 \mathrm{m/s}$

Q, ρ og σ uten indeks viser til *frie* ladninger. Q_i, ρ_i og σ_i er indusert ladning.
I og $\vec{J}$ uten indeks er ledningsstrøm (conducting current), I_d og $\vec{J}_\mathrm{d}$ er forskyvningsstrøm (displacement current).

Coulombs lov: $\vec{F}_{12} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{12}$ $\qquad \vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon}\dfrac{q}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$

Gauss' lov integralform: $\oiint \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q$ $\qquad \oiint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q/\epsilon$ $\qquad \oiint \vec{P}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = -Q_\mathrm{i}$ $\qquad \oiint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = 0$

Gauss' lov differensialform: $\mathrm{div}\vec{D} = \rho$ $\qquad \mathrm{div}\vec{E} = \rho/\epsilon$ $\qquad \mathrm{div}\,\vec{P} = -\rho_\mathrm{i}$ $\qquad \mathrm{div}\vec{B} = 0$

Fluks: $\Phi_E = \iint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A}$ $\qquad \Phi = \iint \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = \epsilon\,\Phi_E$ $\qquad \Phi_B = \iint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{A}$

Amperes lov: $\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \mu\left(I + \epsilon\dfrac{\partial \Phi_E}{\partial t}\right)$ $\qquad \oint \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = I + \dfrac{\partial \Phi}{\partial t}$ $\qquad \mathrm{curl}\,\vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Faradays lov: $\mathcal{E} = -\dfrac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$ $\qquad \oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\dfrac{\partial \Phi_B}{\partial t}$ $\qquad \mathrm{curl}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Maxwells likninger: $\mathrm{div}\vec{D} = \rho$ $\qquad \mathrm{div}\vec{B} = 0$ $\qquad \mathrm{curl}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\qquad \mathrm{curl}\,\vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Forskyvningsstrøm: $I_\mathrm{d} = \dfrac{\partial \Phi}{\partial t}\,,\quad \vec{J}_\mathrm{d} = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Elektrisk dipolmoment: $\vec{p} = q\vec{d}$ (fra – til +) $\qquad$ Polarisering: $\vec{P} = \dfrac{\sum \vec{p}}{\mathrm{volum}}$

Magnetisk (dipol)moment: $\vec{\mu} = \vec{m} = I\vec{A}$ $\qquad$ Magnetisering: $\vec{M} = \dfrac{\sum \vec{\mu}}{\mathrm{volum}}$

Kraftmoment: $\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E}$ $\qquad \vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B}$

$\vec{D} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \epsilon\vec{E} = \epsilon_\mathrm{r}\epsilon_0\vec{E}$ $\qquad \vec{P} = \chi_\mathrm{e}\epsilon_0\vec{E}$ $\qquad \epsilon_\mathrm{r} = 1 + \chi_\mathrm{e}$

$\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \mu_0\vec{M} = \mu\vec{H} = \mu_\mathrm{r}\mu_0\vec{H}$ $\qquad \vec{M} = \chi_\mathrm{m}\vec{H}$ $\qquad \mu_\mathrm{r} = 1 + \chi_\mathrm{m}$

Elektrisk potensial: $V_a - V_b = -\displaystyle\int_b^a \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$, $\qquad \vec{E} = -\vec{\nabla}V$, $\qquad$ Relativt ∞: $V(r) = \displaystyle\int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\epsilon r}$

Energi og energitetthet: $U = \dfrac{1}{2}\displaystyle\iiint V\,\mathrm{d}q$ $\qquad$ Elektrisk: $u = \dfrac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$ $\qquad$ Magnetisk: $u = \dfrac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$

Kondensatorer: $C = \dfrac{Q}{V}$ $\qquad$ Kulekondensator: $C = 4\pi\epsilon_0 R$ $\qquad$ Energi: $U = \dfrac{1}{2}QV = \dfrac{1}{2}CV^2$

Platekondensator: $C = \epsilon\dfrac{A}{d}$ $\qquad$ Parallellkopling: $C = \displaystyle\sum_i C_i$ $\qquad$ Seriekopling: $\dfrac{1}{C} = \displaystyle\sum_i \frac{1}{C_i}$

Kraft på strømførende leder: $\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{s}\times\vec{B}$ $\qquad$ Lorentzkrafta: $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right)$

Biot-Savarts lov: $\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{q\,\vec{v}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$ $\qquad \mathrm{d}\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\mathrm{d}\vec{s}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$

H-felt rundt ∞ lang leder: $H_\theta = \dfrac{I}{2\pi r}$ $\qquad$ H-felt i lang, tynn solenoide: $H = I\cdot n = I\cdot\dfrac{N}{\ell}$

Ohms lov: $V = RI$, $R = \rho \dfrac{\ell}{A} = \dfrac{1}{\sigma}\dfrac{\ell}{A}$; $P = VI$

$\sigma \vec{E} = \vec{J}$, der strømtetthet $= \vec{J} = nq\vec{v}_{\mathrm{d}}$ og $\vec{v}_{\mathrm{d}} = \mu \vec{E}$ = driftsfart.

Induktans: $\mathcal{E} = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$ $\mathcal{E}_2 = -M_{21}\dfrac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$, $M_{21} = M_{12}$ Spoler: $L = N\dfrac{\Phi_B}{I}$ $U = \dfrac{1}{2}LI^2$

Lenz lov: En indusert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som er årsak til strømmen.

Kompleks AC-signal: $V(t) = V_0 e^{i\omega t} = |V_0| e^{i\alpha} e^{i\omega t}$ $I(t) = I_0 e^{i\omega t} = |I_0| e^{i\beta} e^{i\omega t}$

$$Z = \frac{V(t)}{I(t)} = \frac{V_0}{I_0} = |Z| e^{i\phi} \qquad Z_R = R \qquad Z_L = i\omega L \qquad Z_C = \frac{1}{i\omega C}$$

Elektromagnetiske bølger i vakuum:

Bølgelikningen for $\vec{E}$: $\nabla^2 \vec{E} = \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ der $\nabla^2 \vec{E} = \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}\hat{\mathbf{i}} + \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial y^2}\hat{\mathbf{j}} + \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}\hat{\mathbf{k}}$ og $\dfrac{1}{c^2} = \mu_0 \epsilon_0$

Bølge i $\pm x$-retning med $\vec{E}$ planpolarisert i y-retning: $\vec{E}(x,t) = E_0\,\hat{\mathbf{j}}\cos(\omega t \mp kx)$, $\vec{B}(x,t) = B_0\,\hat{\mathbf{k}}\cos(\omega t \mp kx)$

$\omega = 2\pi f$ $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ $|c| = \dfrac{\omega}{k} = \sqrt{\dfrac{1}{\mu_0 \epsilon_0}}$ $|E_0| = c|B_0|$ Bølge(vandre)retning som $\vec{E} \times \vec{B}$

Energitetthet (J/m^3) : $u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{\mu_0}B^2 = \epsilon_0 E^2$ Tidsmiddel: $\langle u \rangle = \frac{1}{2}\epsilon_0 E_0^2$

Poyntingvektoren: $\vec{S}(x,t) = \vec{E}(x,t) \times \vec{H}(x,t)$ $S = |\vec{S}| = cu$ $\langle S \rangle = c\langle u \rangle$ = intensitet (W/m^2)

Bev. mengde per volum: $\vec{p}\,' = \langle \vec{S} \rangle / c^2$ Strålingstrykk: $p_{\mathrm{rad}} = \langle u \rangle$ (svart flate) $p_{\mathrm{rad}} = 2\langle u \rangle$ (blank flate)

Litt matematikk:

Kartesiske koordinater (x,y,z), *med enhetsvektorer henholdsvis* $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ *og* $\hat{\mathbf{k}}$:

$$\begin{aligned}
\mathrm{grad}V = \vec{\nabla}V &= \hat{\mathbf{i}}\,\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}}\,\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}}\,\frac{\partial V}{\partial z} \\
\mathrm{div}\vec{D} = \vec{\nabla}\cdot\vec{D} &= \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \\
\vec{\nabla}^2 V &= \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \\
\mathrm{curl}\,\vec{D} = \vec{\nabla}\times\vec{D} &= \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ D_x & D_y & D_z \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

Sylinderkoordinater (r,ϕ,z), *med enhetsvektorer henholdsvis* $\hat{\mathbf{r}}$, $\hat{\phi}$ *og* $\hat{\mathbf{k}}$:

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla}V &= \hat{\mathbf{r}}\,\frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\phi}\,\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \phi} + \hat{\mathbf{k}}\,\frac{\partial V}{\partial z} \\
\vec{\nabla}\cdot\vec{D} &= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rD_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \\
\vec{\nabla}^2 V &= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}
\end{aligned}$$

Kulekoordinater (r,θ,ϕ), *med enhetsvektorer henholdsvis* $\hat{\mathbf{r}}$, $\hat{\theta}$, $\hat{\phi}$:

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla}V &= \hat{\mathbf{r}}\,\frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\theta}\,\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} + \hat{\phi}\,\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi} \\
\vec{\nabla}\cdot\vec{D} &= \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 D_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(D_\theta \sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} \\
\vec{\nabla}^2 V &= \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial V}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}
\end{aligned}$$

Infinitesimale volumelement:

$$\begin{aligned}
\mathrm{d}\tau &= \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z \\
\mathrm{d}\tau &= r^2\,\mathrm{d}r\,\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\phi \xrightarrow{\text{kulesymmetri}} 4\pi r^2\,\mathrm{d}r \\
\mathrm{d}\tau &= r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}z \xrightarrow{\text{syl.symmetri}} 2\pi r\,\mathrm{d}r\,\ell
\end{aligned}$$

Studieprogram: ____________

Kandidat nr. ____________

Dato: ________ Side*): ____

Antall ark: ____________

Svartabell for flervalgsspørsmål i oppgave 1.

*Denne siden fylles ut, rives av og leveres inn, *)* **fortrinnsvis som side 1.**
Husk informasjonen øverst til høyre.

Oppgave	Mitt svar
1-1	
1-2	
1-3	
1-4	
1-5	
1-6	
1-7	
1-8	
1-9	
1-10	
1-11	
1-12	
1-13	
1-14	
1-15	
1-16	
1-17	
1-18	