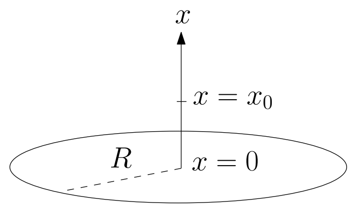
BOKMÅL

Informasjon om eksamen
Les oppgavene nøye. Maksimalt antall poeng du kan oppnå på denne eksamen er 100. Maksimal poengsum per oppgave er gitt i parantes i oppgavetittelen. Lykke til.

Oppgave 1: Elektrisk ladning og elektrisk felt (8 poeng)
En uniformt ladet disk (som vist i figuren) har en radius R og total ladning Q og har midtpunkt $x = 0$. Utled et analytisk uttrykk for det elektriske feltet (både styrke og retning) i et punkt x_0 på x-aksen. Hint: del disken inn i ringer og begynn med å finne bidraget fra en slik ring.



Er størrelsen til dette feltet i punktet x_0 større enn feltet som ville blitt skapt dersom vi byttet ut disken med en punktpartikkel med ladning Q som lå i punktet $x = 0$? Begrunn svaret ditt både matematisk og fysisk.

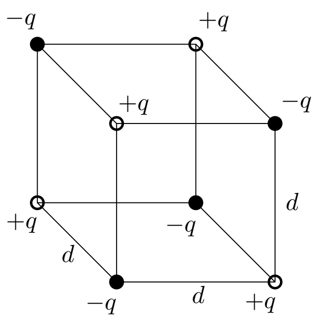
Oppgave 2: Gauss lov (8 poeng)
En ladningsdistribusjon i rommet er beskrevet av følgende ladningstetthet $\rho(r)$:

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0(1 - r/R) & \text{for } r \leq R \\ 0 & \text{for } r \geq R \end{cases} \tag{1}$$

hvor ρ_0 er en positiv konstant. Finn et uttrykk for den totale ladningen som tettheten $\rho(r)$ beskriver.

Finn også et analytisk uttrykk for det elektriske feltet $\mathbf{E}$ for alle avstander r.

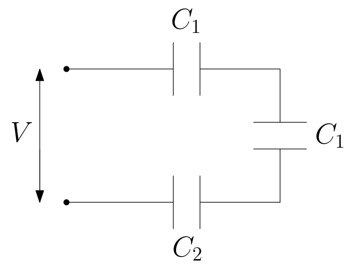
Oppgave 3: Elektrisk potensiale (8 poeng)
Forklar hvorfor det er mulig å definere et elektrisk potensiale for konservative elektriske felt - bruk både likninger og ord. Hva er sammenhengen mellom elektrisk potensiell energi og elektrisk potensiale? Betrakt deretter oppsettet av ladninger som er vist i figuren. Fire ladninger $+q$ og fire ladninger $-q$ er satt sammen i et kubisk mønster hvor hver side har lengde d.



Sett nullpunktet til potensiell energi til å være den energien partiklene i figuren har når de er uendelig langt unna hverandre. Utled deretter et analytisk uttrykk for den potensielle energien til systemet som er vist i figuren.

Er den potensielle energien til systemet positiv eller negativ? Hva betyr dette med tanke på om konfigurasjonen av partikler som er vist i figuren er realistisk?

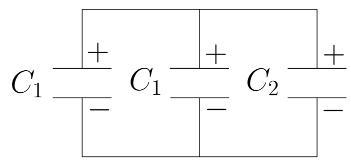
Oppgave 4: Kapasitans og dielektrika (8 poeng)
Tre kondensatorer med kapasitans C_1, C_1 og C_2 er koblet sammen i serie over en spenningsforskjell på V som vist i figuren.



Finn ladningen til kondensatoren C_2 uttrykt med størrelsene C_1, C_2 og V.

Hva er total energi lagret på alle tre kondensatorene uttrykt via kapasitansene og spenningen V?

Kondensatorene kobles så fra spenningsforskjellen på en slik måte at de ikke utlades og dermed beholder ladningen på platene. De kobles så sammen på nytt i en parallellkobling som vist i figuren nedenfor slik at ladning redistribueres. Finn et uttrykk for ladningen på kondensatoren C_2 uttrykt via kapasitansene og ladningen på en av de to andre kondensatorene.



Oppgave 5: Strøm, motstand og elektromotoriske spenninger (8 poeng)
Skisser hvordan resisitiviteten ρ typisk avhenger av temperatur T for følgende materialer:

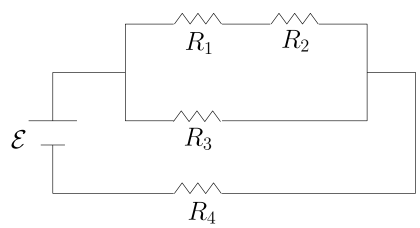
- Metall
- Superleder
- Halvleder

Nevn én fysisk mekanisme som forårsaker elektrisk motstand for strømmer i vanlige metaller.

Forklar fysikken bak hvorfor ρ endrer seg slik den gjør som funksjon av T for et metall og for en halvleder.

Forklar forskjellen på Fermi hastighet og driftshastighet til elektroner i en strømførende leder og oppgi omtrentlig størrelsesorden for disse to hastighetene.

Oppgave 6: DC kretser (8 poeng)
Betrakt kretsen i figuren nedenfor. La $\mathscr{E} = 48$ V, $R_1 = R_2 = 4\Omega$ og $R_4 = 3\Omega$. Hvilken verdi må R_3 ha for at energi skal dissiperes i kretsen med en effekt på $P = \mathscr{E}^2/R_{\text{eff}} = 295$ W hvor R_{eff} er den effektive resistansen til kretsen?



Oppgave 7: Magnetfelt og magnetiske krefter (8 poeng)
En partikkel med ladning $q = 1$ nC beveger seg gjennom en region med lengde 1 m hvor det eksisterer et sinusoidalt varierende magnetfelt **B**. Hva er det totale arbeidet utført av magnetfeltet på partikkelen?

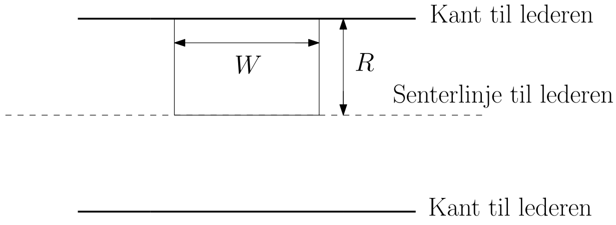
Betrakt nå en helt annen problemstilling. Et inhomogent magnetfelt $\mathbf{B}$ har formen:

$$\mathbf{B} = C\hat{z} + f(y)\hat{y}. \tag{2}$$

Her er C en konstant og $f(y)$ er en funksjon av romkoordinaten y. Bestem hva $f(y)$ må være.

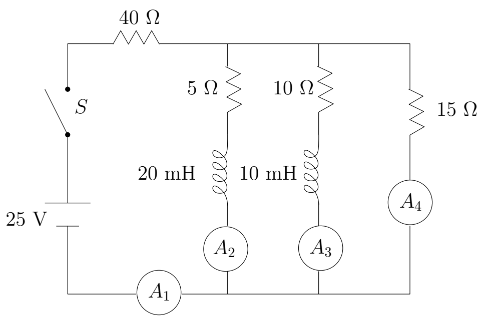
Oppgave 8: Elektromagnetisk induksjon (8 poeng)
Forklar fysikken bak hvorfor den induserte elektromotoriske spenningen $\mathscr{E}$ fra en tidsvarierende magnetisk fluks må være slik at $\mathscr{E}$ genererer en strøm som i sin tur skaper et magnetfelt i motsatt retning av variasjonen til fluksen.

Betrakt nå en uendelig lang, sylindrisk leder med radius R og strøm I uniformt fordelt gjennom tverrsnittet til lederen. Beregn den magnetiske fluksen gjennom et rektangel i sylinderen. Rektangelet har sider W og R som vist i figuren nedenfor. Figuren viser sylinderen sett direkte ovenfra.



Oppgave 9: Induktans (8 poeng)
Forklar hva selvinduktans i en krets er og hvordan selvinduktansen påvirker muligheten for å endre strømmen i en krets.

Betrakt nå kretsen vist i figuren nedenfor. Bryteren S lukkes ved tid $t = 0$. Hva viser hvert enkelt amperemeter A_i ($i = 1,2,3,4$) rett etter at bryteren lukkes? Hva viser hver enkelt amperemeter veldig lang tid etter at bryteren er lukket?



Oppgave 10: AC kretser (8 poeng)
Beskriv matematisk hva induktiv reaktans er i en ac krets med en induktor L og hva reaktansen sier noe om fysisk. Betrakt en ac strøm $I = I_0 \cos(\omega t)$ som flyter igjennom induktoren og utled et analytisk uttrykk for den induktive reaktansen. Utled kvantitativt hvordan induktoren påvirker den relative tidsavhengigheten til spenningen over induktoren og strømmen igjennom induktoren. Vis matematisk om induktoren (for en gitt spenningsamplitude) filtrerer ut lav- eller høy-frekvente strømmer som flyter igjennom induktoren.

Oppgave 11: Elektromagnetiske bølger (8 poeng)
Du utgjør alene den fullstendige besetningen på romskipet Normandy som regelmessig utforsker asteroidebelter for å lete etter det verdifulle stoffet '*element zero*'. Under et rutineoppdrag jobber du på utsiden av skipet når du plutselig oppdager at tauet som kobler deg sammen med skipet ved et uhell har blitt kuttet. Du befinner deg i en avstand på 16 m fra skipet og det eneste verktøyet du har til disposisjon er en 200 W lommelykt som er en integrert del av romdrakten din. Ved å skru på lommelykten (slik at lyset skinner vekk fra skipet) håper du på å kunne dytte deg selv tilbake til romskipet via bevarelse av bevegelsesmengde. Du har nok oksygen igjen i drakten for 24 timer. Dersom vekten av deg og romdrakten til sammen er på 150 kg, klarer du å komme deg tilbake til skipet før du går tom for oksygen ved å skru på lommelykten?

Hvis ja, hvor mye tid har du igjen før det er tomt for oksygen? Hvis nei, hvor mye mer tid ville du trengt for å rekke tilbake?

Oppgave 12: Blandet tematikk (12 poeng)
Svar kort, men presist, på spørsmålene nedenfor. Bruk gjerne likninger i tillegg til ord.

- Betrakt en kondensator med en gitt ladning $+Q$ og $-Q$ på platene. Forklar fysikken bak hvorfor det skjer en endring i spenningsforskjellen mellom platene dersom vi setter inn et dielektrisk medium mellom platene (sammenliknet med vakuum mellom platene). Øker eller minker forskjellen?
- Hva er forskjellen på hvordan et paramagnetisk og diamagnetisk materiale responderer på et ytre magnetisk felt? Er det noen sammenheng mellom diamagnetisme og Faradays lov? Drøft dette kort.
- Forklar og tegn hva magnetisk hysterese er i et ferromagnetisk materiale.

Nyttige formler

Betydning til symboler og korrekt bruk av formler skal være kjent av studenten.

Maxwells lover og Lorentzkraft:

$$\begin{aligned}
&\int \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = Q/\varepsilon_0,\ \nabla\cdot\mathbf{E} = \rho/\varepsilon_0,\ \int \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = 0,\ \nabla\cdot\mathbf{B} = 0,\\
&\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt},\ \nabla\times\mathbf{E} = -\partial\mathbf{B}/\partial t,\ \oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \mu_0\Big(I + \varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}\Big),\ \mathbf{F} = q(\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B}).
\end{aligned} \tag{3}$$

Potensialforskjell, effekt og energi i kretser:

$$\begin{aligned}
&v = i/R,\ v = q/C,\ v = Ldi/dt,\\
&P = VI,\ U = \frac{1}{2}CV^2,\ U = \frac{1}{2}LI^2.
\end{aligned} \tag{4}$$

Resistans og kapasitans i kretser:

$$\begin{aligned}
&R = \sum_i R_i,\ C = (\sum_i 1/C_i)^{-1},\\
&R = (\sum_i 1/R_i)^{-1},\ C = \sum_i C_i.
\end{aligned} \tag{5}$$

Elektrisk kraft, felt, potensial:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2},\ \mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r},\ \mathbf{E} = -\nabla V,\ E_j = -\frac{dV}{dj}\ (j = x,y,z). \tag{6}$$

Magnetiske og elektriske dipoler, potensiell energi, dreiemoment:

$$U = -\mathbf{p}\cdot\mathbf{E},\ \tau = \mathbf{p}\times\mathbf{E},\ U = -\mu\cdot\mathbf{B},\ \tau = \mu\times\mathbf{B},\ \mathbf{p} = q\mathbf{d},\ \mu = I\mathbf{A}. \tag{7}$$

Elektromagnetiske bølger:

$$p_{\text{radiation}} = I/c,\ P_{\text{average}} = IA. \tag{8}$$

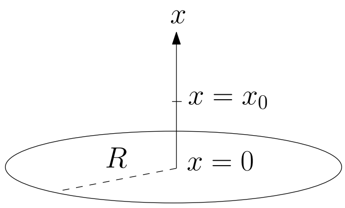
Når man integrerer en størrelse $X = X(r)$ [avhenger kun av radius og ikke vinkler] over volumet til en kule, kan man bruke at:

$$\int X\,dV = 4\pi\int Xr^2\,dr \tag{9}$$

NYNORSK

Informasjon om eksamen
Les oppgåvene nøye. Maksimalt poengsum du kan oppnå på denne eksamenen er 100 . Maksimal poengsum per oppgåve er gjeven i parantes i oppgåvetittelen. Lykke til.

Oppgåve 1: Elektrisk ladning og elektrisk felt (8 poeng)
Ein uniformt ladd disk (som vist i figuren) har ein radius R og total ladning Q og har midtpunkt $x = 0$. Utled eit analytisk uttrykk for det elektriske feltet (både styrke og retning) i eit punkt x_0 på x-aksen. Hint: del disken inn i ringar og byrj med å finna bidraget frå ein slik ring.



Er storleiken til dette feltet i punktet x_0 større enn feltet som ville vorte skapt dersom vi bytte ut disken med ein punktpartikkel med ladning Q som låg i punktet $x = 0$? Grunngje svaret ditt både matematisk og fysisk.

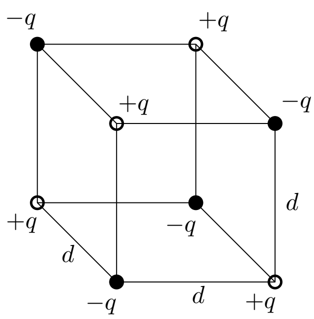
Oppgåve 2: Gauss lov (8 poeng)
Ein ladningdistribusjon i rommet er skildra av følgjande ladningtettleik $\rho(r)$:

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0(1 - r/R) & \text{for } r \leq R \\ 0 & \text{for } r \geq R \end{cases} \tag{10}$$

der ρ_0 er ein positiv konstant. Finn eit uttrykk for den totale ladningen som tettleiken $\rho(r)$ skildrar.

Finn òg eit analytisk uttrykk for det elektriske feltet $\mathbf{E}$ for alle avstandar r.

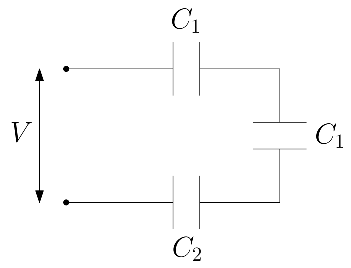
Oppgåve 3: Elektrisk potensiale (8 poeng)
Forklar kvifor det er mogleg å definera eit elektrisk potensiale for konservative elektriske felt - bruk både likningar og ord. Kva er samanhengen mellom elektrisk potensiell energi og elektrisk potensiale? Vurder deretter oppsettet av ladningar som er vist i figuren. Fire ladningar $+q$ og fire ladningar $-q$ er sett saman i eit kubisk mønster der kvar side har lengde d.



Sedde nullpunktet til potensiell energi til å vera den energien partiklane i figuren har når dei er uendeleg langt unna kvarandre. Utled deretter eit analytisk uttrykk for den potensielle energien til systemet som er vist i figuren.

Er den potensielle energien til systemet positiv eller negativ? Kva tyder dette med tanke på om konfigurasjonen av partiklar som er vist i figuren er realistisk?

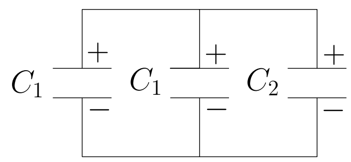
Oppgåve 4: Kapasitans og dielektrika (8 poeng)
Tre kondensatorar med kapasitans C_1, C_1 og C_2 er kopla saman i serie over ein spenningsskilnad på V som vist i figuren. Finn



ladningen til kondensatoren C_2 uttrykt med storleikane C_1, C_2 og V.

Kva er total energi lagra på alle tre kondensatorane uttrykt ved kapasitansene og spenninga V?

Kondensatorane verta så kopla frå spenningsskilnaden på ein slik måte at dei ikkje utlades og dermed held på ladningen på platene. Dei vert så saman kopla på nytt i ei parallellkopling som vist i figuren nedanfor slik at ladning redistribueres. Finn eit uttrykk for ladningen på kondensatoren C_2 uttrykt ved kapasitansene og ladningen på ein av dei to andre kondensatorane.



Oppgåve 5: Straum, motstand og elektromotoriske spenningar (8 poeng)
Skisser korleis resisitiviteten ρ typisk avheng av temperatur T for følgjande materialar:

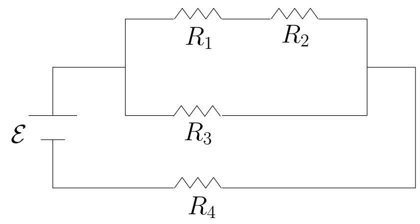
- Metall
- Suparleiar
- Halvleiar

Nemn éin fysisk mekanisme som forårsakar elektrisk motstand for straumar i vanlege metall.

Forklar fysikken bak kvifor ρ endrar seg slik han gjer som funksjon av T for eit metall og for ein halvleiar.

Forklar skilnaden på Fermi fart og driftsfart til elektron i ein strømførende leiar og oppgje omtrentleg storleiksorden for desse to fartane.

Oppgåve 6: DC kretsar (8 poeng)
Vurder kretsen i figuren nedanfor. La $\mathscr{E} = 48$ V, $R_1 = R_2 = 4\Omega$ og $R_4 = 3\Omega$. Kva for ein verdi må R_3 ha for at energi skal dissiperes i kretsen med ein effekt på $P = \mathscr{E}^2/R_{\text{eff}} = 295$ W der R_{eff} er den effektive resistansen til kretsen?



Oppgåve 7: Magnetfelt og magnetiske krefter (8 poeng)
Ein partikkel med ladning $q = 1$ nC rører seg gjennom ein region med lengd 1 m der det eksisterer eit sinusoidalt varierande magnetfelt $\mathbf{B}$. Kva er det totale arbeidet utført av magnetfeltet på partikkelen?

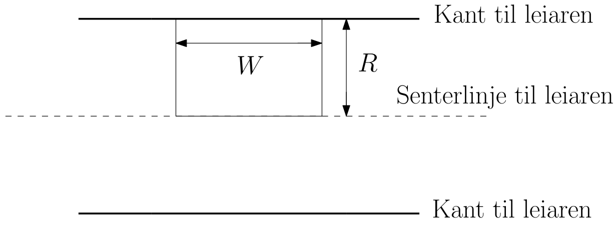
Vurder no ein heilt anna problemstilling. Eit inhomogent magnetfelt **B** har forma:

$$\mathbf{B} = C\hat{z} + f(y)\hat{y}. \tag{11}$$

Her er C ein konstant og $f(y)$ er ein funksjon av romkoordinaten y. Avgjer kva $f(y)$ må vera.

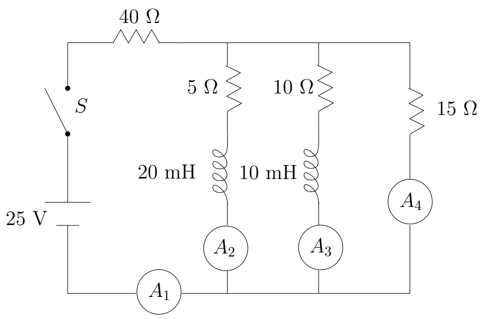
Oppgåve 8: Elektromagnetisk induksjon (8 poeng)
Forklar fysikken bak kvifor den induserte elektromotoriske spenninga $\mathscr{E}$ frå ein tidsvarierande magnetisk fluks må vera slik at $\mathscr{E}$ genererer ein straum som i turen sin skapar eit magnetfelt i motsett retning av variasjonen til fluksen.

Vurder no ein uendeleg lang, sylindrisk leiar med radius R og straum I uniformt fordelt gjennom tverrsnittet til leiaren. Berekn den magnetiske fluksen gjennom eit rektangel i sylinderen. Rektangelet har sider W og R som vist i figuren nedanfor. Figuren viser sylinderen sett direkte ovanfrå.



Oppgåve 9: Induktans (8 poeng)
Forklar kva sjølvinduktans i ein krets er og korleis sjølvinduktansen påverkar høvet for å endra straumen i ein krets.

Vurder no kretsen vist i figuren nedanfor. Brytaren S vert lukka ved tid $t = 0$. Kva viser kvart enkelt amperemeter A_i ($i = 1, 2, 3, 4$) rett etter at brytaren vert lukka? Kva viser kvart enkelt amperemeter veldig lang tid etter at brytaren er lukka?



Oppgåve 10: AC kretsar (8 poeng)
Skildre matematisk kva induktiv reaktans er i ein ac krets med ein induktor L og kva reaktansen seier noko om fysisk. Vurder ein ac straum $I = I_0 \cos(\omega t)$ som flyter igjennom induktoren og utled eit analytisk uttrykk for den induktive reaktansen. Utled kvantitativt korleis induktoren påverkar den relative tidsavhengigheten til spenninga over induktoren og straumen igjennom induktoren. Vis matematisk om induktoren (for ein gjeven spenningsamplitude) filtrerer ut låg- eller høy-frekvente strøymer som flyter igjennom induktoren.

Oppgåve 11: Elektromagnetiske bølgjer (8 poeng)
Du utgjer åleine den fullstendige besetninga på romskipet Normandy som regelmessig utforskar asteroidebelte for å leita etter det verdifulle stoffet '*element zero*'. Under eit rutineoppdrag jobbar du på utsiden av skipet når du plutseleg oppdagar at taua som koplar deg saman med skipet ved eit uhell har vorte kutta. Du er i ein avstand på 16 m frå skipet og det einaste verktøyet du har til disposisjon er ein 200 W lommelykt som er ein integrert del av romdrakten din. Ved å skru på lommelykten (slik at lyset skinnar vekk frå skipet) håpar du på å kunna dytta deg sjølv tilbake til romskipet vigde bevarelse av rørslemengd. Du har nok oksygen igjen i drakten for 24 timar. Dersom vekta av deg og romdrakten til saman er på 150 kg, klarer du å koma deg tilbake til skipet før du går tom for oksygen ved å skru på lommelykten?

Viss ja, kor mye tid har du igjen før det er tomt for oksygen? Viss nei, kor mye meir tid ville du trunge for å rekkja tilbake?

Oppgåve 12: Blanda tematikk (12 poeng)
Svar kort, men presist, på spørsmåla nedanfor. Bruk gjerne likningar i tillegg til ord.

- Vurder ein kondensator med ein gjeven ladning $+Q$ og $-Q$ på platene. Forklar fysikken bak kvifor det skjer ei endring i spenningsskilnaden mellom platene dersom vi set inn eit dielektrisk medium mellom platene (samanlikna med vakuum mellom platene). Aukar eller minkar skilnaden?
- Kva er skilnaden på korleis eit paramagnetisk og diamagnetisk material responderer på eit ytre magnetisk felt? Er det nokon samanheng mellom diamagnetisme og Faradays lov? Drøft dette kort.
- Forklar og teikn kva magnetisk hysterese er i ein ferromagnetisk material.

Nyttige formlar

Tyding til symbol og korrekt bruk av formlar skal kjennast av studenten.

Maxwells lovar og Lorentzkraft:

$$\int \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = Q/\varepsilon_0,\ \nabla\cdot\mathbf{E} = \rho/\varepsilon_0,\ \int \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = 0,\ \nabla\cdot\mathbf{B} = 0,$$
$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt},\ \nabla\times\mathbf{E} = -\partial\mathbf{B}/\partial t,\ \oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \mu_0\Big(I + \varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}\Big),\ \mathbf{F} = q(\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B}). \tag{12}$$

Potensialskilnad, effekt og energi i kretsar:

$$v = i/R,\ v = q/C,\ v = Ldi/dt,$$
$$P = VI,\ U = \frac{1}{2}CV^2,\ U = \frac{1}{2}LI^2. \tag{13}$$

Resistans og kapasitans i kretsar:

$$R = \sum_i R_i,\ C = (\sum_i 1/C_i)^{-1},$$
$$R = (\sum_i 1/R_i)^{-1},\ C = \sum_i C_i. \tag{14}$$

Elektrisk kraft, felt, potensial:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2},\ \mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r},\ \mathbf{E} = -\nabla V,\ E_j = -\frac{dV}{dj}\ (j = x,y,z). \tag{15}$$

Magnetiske og elektriske dipolar, potensiell energi, dreiemoment:

$$U = -\mathbf{p}\cdot\mathbf{E},\ \tau = \mathbf{p}\times\mathbf{E},\ U = -\mu\cdot\mathbf{B},\ \tau = \mu\times\mathbf{B},\ \mathbf{p} = q\mathbf{d},\ \mu = I\mathbf{A}. \tag{16}$$

Elektromagnetiske bølgjer:

$$p_{\text{radiation}} = I/c,\ P_{\text{average}} = IA. \tag{17}$$

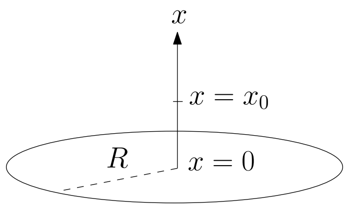
Når ein integrerer ein storleik $X = X(r)$ [avheng berre av radius og ikkje vinklar] over volumet til ei kule, kan ein bruka at:

$$\int X\ dV = 4\pi\int X r^2\ dr \tag{18}$$

ENGLISH

Information about the exam
Read the problem texts carefully. The maximum number of points you can achieve on this exam is 100. The maximum number of points you can achieve on a given problem is shown in the parantheses in the problem title. Good luck.

Problem 1: Electric charge and electric field (8 points)
A uniformly charged disk (as shown in the figure) has a radius R and a total charge Q. At the center of the disk, we have $x = 0$. Derive an analytical expression for the electric field (both its magnitude and direction) at the point x_0 on the x-axis. Hint: divide the disk into rings and start by finding the contribution from one such ring.



Is the magnitude of the field in the point x_0 larger than the field that would exist if we replaced the disk with a point particle with charge Q position at $x = 0$? Explain your answer both mathematically and physically.

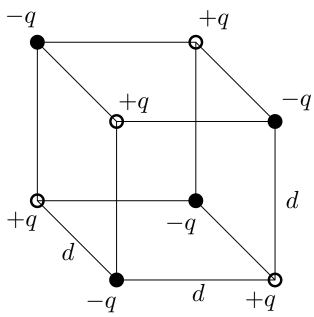
Problem 2: Gauss' law (8 points)
A charge distribution in space is described by the following charge-density $\rho(r)$:

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0(1 - r/R) & \text{for } r \leq R \\ 0 & \text{for } r \geq R \end{cases} \tag{19}$$

where ρ_0 is a positive constant. Find an expression for the total charge described by the charge density $\rho(r)$.

Also derive an analytical expression for the electric field $\mathbf{E}$ at any distance r.

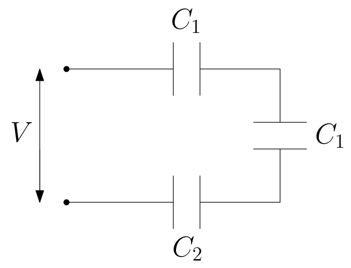
Problem 3: Electric potential (8 points)
Explain why it is possible to define an electric potential for conservative electric fields - use both equations and words. What is the relation between electric potential energy and electric potential? Consider now the setup of charges shown in the figure below. There are four charges $+q$ and four charges $-q$ which are all positioned in a cubic fashion. Each side has length d.



Let the potential energy be zero when the particles are all infinitely far away from each other. Derive an expression for the potential energy of the system shown in the figure.

Is the potential energy of the system positive or negative? What does this mean with regard to if the configuration of charges shown in the figure can actually be realized?

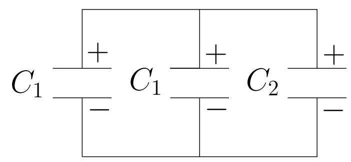
Problem 4: Capacitance and dielectrica (8 points)
Three capacitors with capacitance C_1, C_1, and C_2 are connected in series across a potential difference V, as shown in the figure.



Find the charge of condensator C_2 expressed via the quantities C_1, C_2 and V.

What is the total energy stored on all three capacitors, expressed through the capacitances and the voltage V?

The capacitors are then disconnected from the potential difference in such a fashion that they are not discharged and thus keep their charge. They are reconnected in a parallell arrangement, as shown in the figure, so that charge is redistributed. Find the charge on capacitor C_2 expressed through the capacitances in the system and the charge on one of the two remaining capacitors.



Problem 5: Current, resistance, and electromotive force (8 points)
Sketch the qualitative behavior of how resistivity varies as a function of temperature for the following types of materials:

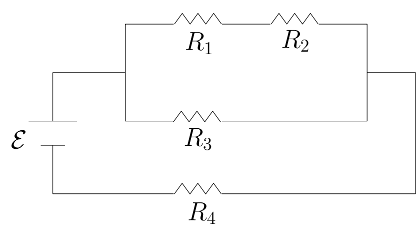
- Metal
- Superconductor
- Semiconductor

Mention one mechanism which causes resistance for electric currents in ordinary metals.

Explain the physics behind the specific manner in which ρ changes as a function of T for a metal and for a semiconductor.

Explain the difference between the Fermi velocity and the drift velocity of electrons in current-carrying wire. Provide approximate orders of magnitude for both of these quantities.

Problem 6: DC circuits (8 points)
Consider the circuit in the figure below. Let $\mathscr{E} = 48$ V, $R_1 = R_2 = 4\Omega$ and $R_4 = 3\Omega$. Which value should R_3 have in order for energy to be dissipated in the circuit with a power of $P = \mathscr{E}^2/R_{\text{eff}} = 295$ W where R_{eff} is the effective resistance of the circuit?



Problem 7: Magnetic fields and magnetic forces (8 points)
A particle with charge $q = 1$ nC moves through a region with length 1 m where a sinusoidally varying magnetic field $\mathbf{B}$ exists. What is the total work performed by the magnetic field on the particle?

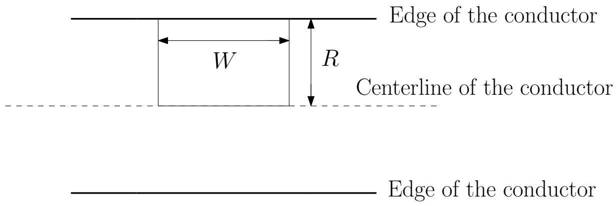
Consider now a separate problem. An inhomogeneous magnetic field **B** has the form:

$$\mathbf{B} = C\hat{z} + f(y)\hat{y}. \tag{20}$$

Here, C is a constant and $f(y)$ is a function of the spatial coordinate y. Determine what $f(y)$ must be.

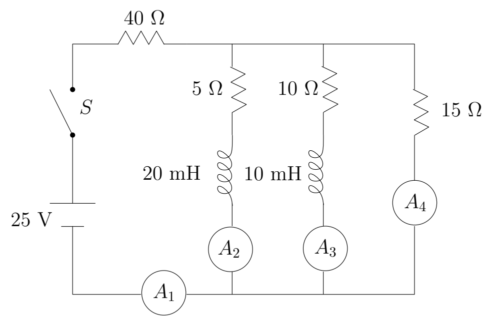
Problem 8: Electromagnetic induction (8 points)
Explain the physics behind why an induced electromotive force $\mathcal{E}$ from a time-dependent magnetic flux must be such that $\mathcal{E}$ induces a current which in turn creates a magnetic field in opposite direction of the variation of the magnetic flux.

Consider now an infinitely long, cylindrical conductor with radius R and with a current I uniformly distributed through the cross-sectional area of the conductor. Find an expression for the magnetic flux penetrating a rectangle in the cylinder. The rectangle has sides W and R as shown in the figure. The figure shows the cylindrical conductor as seen from directly above it.



Problem 9: Inductance (8 points)
Explain what self-inductance in a circuit is and how this influences the possibility to change the current in a circuit.

Consider the circuit shown in the figure. The switch S closes at the time $t = 0$. What does each ampere-meter A_i ($i = 1,2,3,4$) show right after the switch closes? What does each ampere-meter show a very long time after the switch was closed?



Problem 10: AC circuits (8 points)
Describe mathematically what inductive reactance is in an ac circuit with an inductor L and what it represents physically. Consider an ac current $I = I_0 \cos(\omega t)$ flowing through the inductor and find an analytical expression for the inductive reactance. Derive quantitatively how the inductor affects the relative time-dependence of the voltage across the inductor and the current flowing through the inductor. Show mathametically if the inductor (for a fixed voltage amplitude) will filter out low- or high-frequency currents flowing through the inductor.

Problem 11: Electromagnetic waves (8 points)
You are the sole crew on the spaceship Normandy which regularly explores asteroid belts in search of the valuable substance *element zero*. During a routine mission where you are working on the outside of the ship, you suddenly discover that the rope connecting you to the ship has been cut by accident. You find yourself in a distance of 16 m from the spaceship and the only tool which is at your disposal is a 200 W flashlight which is an integrated part of your spacesuit. By turning on the flashlight (such that the light shines away from the ship), you hope to be able to push yourself back to the spaceship through conservation of momentum. You have 24 hours of oxygen supply left in the spacesuit. If the combined weight of yourself and the spacesuit is 150 kg, will turning on the flashlight allow you to return to the spaceship before you run out of oxygen?

If yes, how much time do you have left before the oxygen runs out? If no, how much more time would you have needed?

Problem 12: Mixed topics (12 points)
Answer briefly, but precisely, on the following questions. You may use equations in addition to words.

- Consider a capacitor with charges $+Q$ and $-Q$ on its plates. Explain the physics behind why there is a change in the potential difference between the plates if we insert a dielectric medium between the plates (compared to vacuum between the plates). Does the difference increase or decrease?
- What is the difference between how a paramagnetic and diamagnetic material responds to an external magnetic field? Is there any connection between diamagnetism and Faraday's law? Briefly discuss this.
- Explain and draw what magnetic hysteresis is in a ferromagnetic material.

Useful formulas

The meaning of the symbols and the correct usage of the equations should be known by the student.

Maxwell's equations and Lorentz force:

$$\begin{aligned} &\int \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = Q/\varepsilon_0,\ \nabla\cdot\mathbf{E} = \rho/\varepsilon_0,\ \int \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = 0,\ \nabla\cdot\mathbf{B} = 0, \\ &\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt},\ \nabla\times\mathbf{E} = -\partial\mathbf{B}/\partial t,\ \oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \mu_0\Big(I + \varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}\Big),\ \mathbf{F} = q(\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B}). \end{aligned} \tag{21}$$

Potential difference, power, and energy in circuits:

$$\begin{aligned} &v = i/R,\ v = q/C,\ v = L di/dt, \\ &P = VI,\ U = \frac{1}{2}CV^2,\ U = \frac{1}{2}LI^2. \end{aligned} \tag{22}$$

Resistance and capacitance in circuits:

$$\begin{aligned} &R = \sum_i R_i,\ C = (\sum_i 1/C_i)^{-1}, \\ &R = (\sum_i 1/R_i)^{-1},\ C = \sum_i C_i. \end{aligned} \tag{23}$$

Electric force, field, and potential:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2},\ \mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r},\ \mathbf{E} = -\nabla V,\ E_j = -\frac{dV}{dj}\ (j = x,y,z). \tag{24}$$

Magnetic and electric dipoles, potential energy, torque:

$$U = -\mathbf{p}\cdot\mathbf{E},\ \tau = \mathbf{p}\times\mathbf{E},\ U = -\mu\cdot\mathbf{B},\ \tau = \mu\times\mathbf{B},\ \mathbf{p} = q\mathbf{d},\ \mu = I\mathbf{A}. \tag{25}$$

Electromagnetic waves:

$$p_{\text{radiation}} = I/c,\ P_{\text{average}} = IA. \tag{26}$$

Integrating a quantity $X = X(r)$ [only depends on radius and not angles] over the volume of a sphere yields

$$\int X\, dV = 4\pi \int X r^2\, dr \tag{27}$$