

NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Jon Andreas Støvneng
Telefon: 73 59 36 63 / 41 43 39 30

EKSAMEN
MNFFY 103 ELEKTRISITET OG MAGNETISME
Onsdag 21. mai 2003 kl. 0900 - 1500
Bokmål

Hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU

Side 2 - 9: Oppgave 1 - 6.
Vedlegg 1 - 3: Formelsamling.

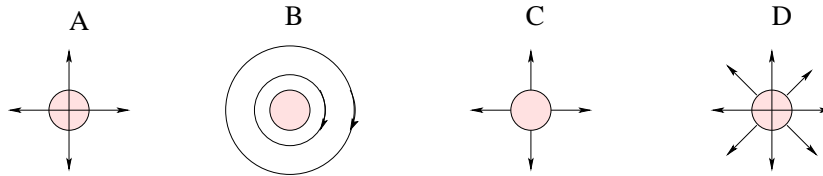
Eksamen består av 10 deloppgaver (1, 2, 3, 4a, 4b, 5a, 5b, 6a, 6b, 6c) som alle teller like mye under bedømmelsen. Vektorstørrelser er angitt med **fete** typer i oppgaveteksten. Dersom intet annet er oppgitt, kan det antas at det omgivende mediet er luft (vakuum), med permittivitet $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m og permeabilitet $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

Sensuren kan ventes ca 11. juni.

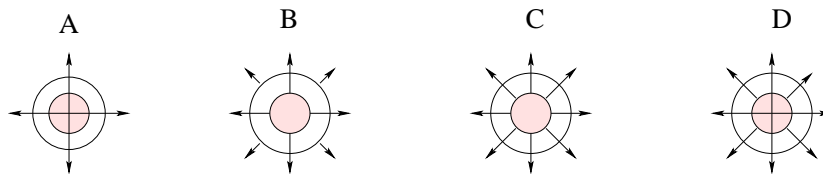
OPPGAVE 1

Denne oppgaven består av 5 delspørsmål med 4 svaralternativ på hver, hvorav kun ett er riktig. Hvert delspørsmål besvares med *en* bokstav, A, B, C eller D. Hvert riktige svar gir 2 poeng. Feil svar gir 0 poeng.

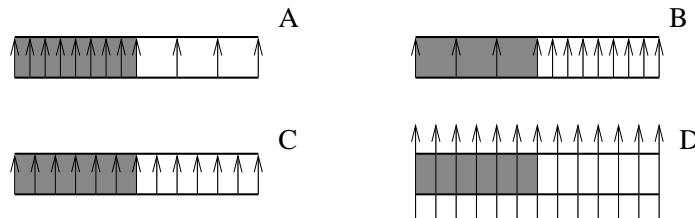
i. Riktig figur angir elektriske feltlinjer i et plan som går gjennom sentrum av en metallkule (skravert) med nettoladning $Q > 0$:



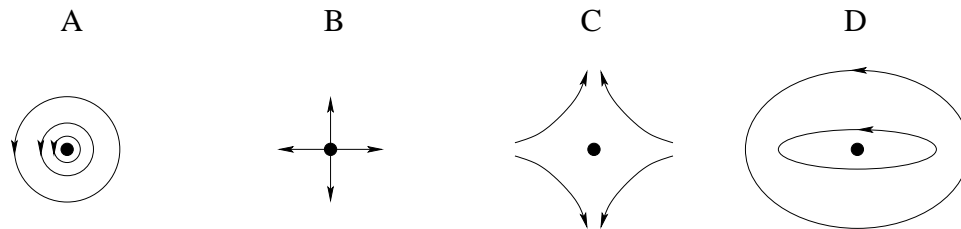
ii. Riktig figur angir elektriske feltlinjer i et plan som går gjennom sentrum av en ladet metallkule (skravert) jevnt belagt med elektrisk nøytral plast med permittivitet $\varepsilon > \varepsilon_0$. Det omgivende mediet er luft:



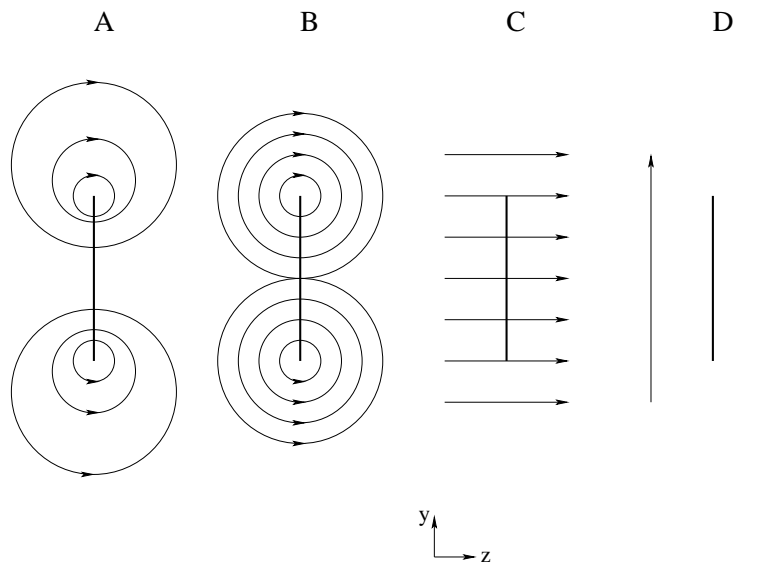
iii. Riktig figur angir elektriske feltlinjer for en parallellplatekondensator som er halvveis fylt med et dielektrisk materiale (det skraverte området). Platenes lineære utstrekning er stor i forhold til avstanden mellom platene. Øverste metallplate har negativ ladning $-Q$, nederste metallplate har positiv ladning Q :



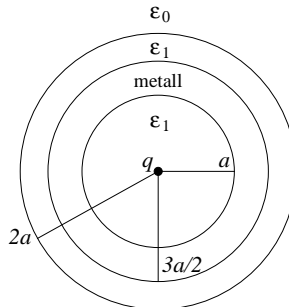
iv. Riktig figur angir magnetiske feltlinjer for en lang, rett strømførende leder, der strømmen I går vinkelrett ut av papirplanet:



v. Riktig figur angir magnetiske feltlinjer i yz -planet for ei sirkulær strømsløyfe (tykk linje) som ligger i xy -planet:



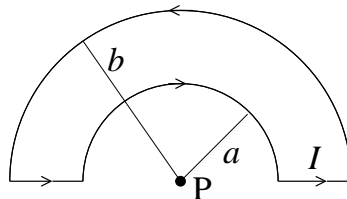
OPPGAVE 2



En positiv punktladning q er plassert i sentrum av ei plastkule med radius $r = a$. Deretter følger et metallisk kuleskall med tykkelse $a/2$, og endelig et kuleskall av plastmaterialet med tykkelse $a/2$. Utenfor dette har vi luft (vakuum). Plasten har permittivitet $\epsilon_1 = 10\epsilon_0$. Bestem den elektriske feltstyrken \mathbf{E} overalt. Skisser $E = |\mathbf{E}|$ som funksjon av r .

Oppgitt: $\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = q_{\text{fri}} \quad \mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon \mathbf{E}$

OPPGAVE 3



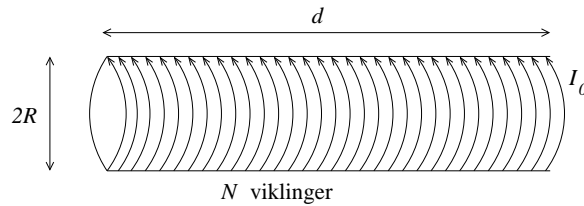
En tynn strømførende leder danner ei lukket sløyfe som ligger delvis langs periferien til to konsentrisk sirkler med radius henholdsvis a og b ($b > a$) og delvis langs radielt rettede forbindelseslinjer mellom de to periferiene, se figuren over. Sløyfa fører en strøm I med retning som angitt i figuren. Bestem magnetfeltet \mathbf{B} (størrelse og retning) i punktet P, dvs i sentrum av de to sirklene.

Oppgitt: På symmetriaksen til ei sirkulær strømsløyfe (strømstyrke I) med radius L er størrelsen på magnetfeltet

$$B = \frac{\mu_0 I L^2}{2(L^2 + d^2)^{3/2}}$$

i en avstand d fra strømsløyfas sentrum, langs symmetriaksen.

OPPGAVE 4



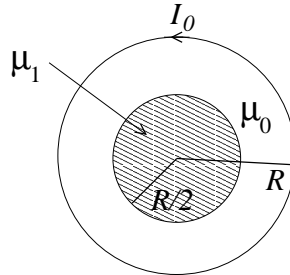
a) Bruk Amperes lov til å vise at magnetfeltet inne i en (tilnærmet uendelig) lang, luftfylt spole med lengde d og N jevne og tette viklinger av en tynn spoletråd som fører en strøm I_0 er

$$B_0 = \frac{\mu_0 N I_0}{d}$$

Du kan anta at magnetfeltet er homogent inne i spolen. Tegn en figur som viser hva slags "Amperekurve" (dvs integrasjonsvei) du har valgt. Bestem også selvinduktansen L_0 til en slik spole når spolen har radius R .

Oppgitt: $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$ $\Phi = LI$

b) Spolen fylles nå delvis med en ferromagnetisk sylinder med lengde d og radius $R/2$. Figuren nedenfor viser et tverrsnitt av spolen:



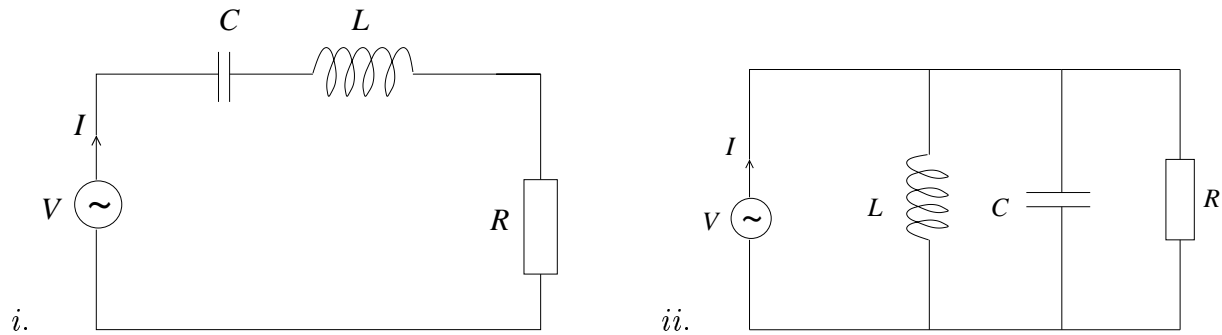
Det ferromagnetiske materialet har permeabilitet $\mu_1 = \mu_r \mu_0$ (dvs relativ permeabilitet μ_r). Når det går en strøm I_0 i spoletråden, blir magnetfeltet B_1 inne i den ferromagnetiske sylindere ($r < R/2$) forskjellig fra feltet B_0 i det luftfylte sjiktet rundt ($R/2 < r < R$). Forklar kort hvorfor. Hvor er feltet størst? Hva blir selvinduktansen L_1 til denne delvis fylte spolen?

Oppgitt: $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{\text{fri}}$ $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M} = \mu \mathbf{H} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H}$

OPPGAVE 5

a) Bruk Kirchhoffs spenningsregel til å vise at impedansen $Z = |Z| \exp(i\alpha) \equiv \{|Z|, \alpha\}$ til en motstand R , kapasitans C og induktans L er henholdsvis $\{R, 0\}$, $\{1/\omega C, -\pi/2\}$ og $\{\omega L, \pi/2\}$. Ta utgangspunkt i enkle kretser, henholdsvis VR -, VC - og VL -krets, med harmonisk spenningskilde $V = V_0 \cos \omega t$, eventuelt på kompleks form $V = V_0 \exp(i\omega t)$.

b) Du har en motstand med resistans $R = 25 \Omega$, en kondensator med kapasitans $C = 40 \mu\text{F}$ og en spole med induktans $L = 250 \mu\text{H}$. Bestem impedansen (både absoluttverdi og fasevinkel) til følgende vekselspanningskretser når spenningskilden er $V = V_0 \cos \omega t$ med vinkelfrekvens 1000 s^{-1} .



Opgitt:

Seriekobling av komplekse impedanser: $Z = \sum_i Z_i$

Parallellkobling av komplekse impedanser: $Z^{-1} = \sum_i Z_i^{-1}$

Betydningen av absoluttverdi og fasevinkel til impedans:

Når en vekselspanningskilde $V = V_0 \cos \omega t$ resulterer i en vekselstrøm $I = I_0 \cos(\omega t - \alpha)$, har kretsen en impedans med absoluttverdi $|Z| = V_0/I_0$ og fasevinkel α .

Spenningsfall over motstand: RI

kapasitans: Q/C

induktans: LdI/dt

(retningen på spenningsfallene må du vurdere selv)

OPPGAVE 6

a) Bruk antagelsene og opplysningene gitt nedenfor til å vise at antall elektroner i ledningsbåndet (N_c) pr volumenhet (V), $n = N_c/V$, for en *ren* halvlederkrystall med båndgap $E_g = E_c - E_v$ har en temperaturavhengighet på formen

$$n = AT^{3/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$$

Bestem konstanten A . (Dvs: Uttrykk A ved kjente eller oppgitte størrelser.) Anta at halvlederen er germanium (Ge) med et båndgap på 0.67 eV. Med hvilken faktor økes da n dersom temperaturen økes fra 300 til 600 K?

Antagelser:

- Bruk fritt-elektronmodellen for tilstandstettheten i ledningsbåndet,

$$D_c(E) = \frac{V}{2\hbar^3 \pi^2} (2m_c)^{3/2} (E - E_c)^{1/2}$$

(basert på at $E(k) = E_c + \hbar^2 k^2 / 2m_c$)

- Sannsynligheten for at en tilstand med energi E ($E \gg \mu$) er okkupert:

$$f(E) \simeq \exp\left(\frac{\mu - E}{k_B T}\right)$$

- Det kjemiske potensialet ligger midt i båndgapet:

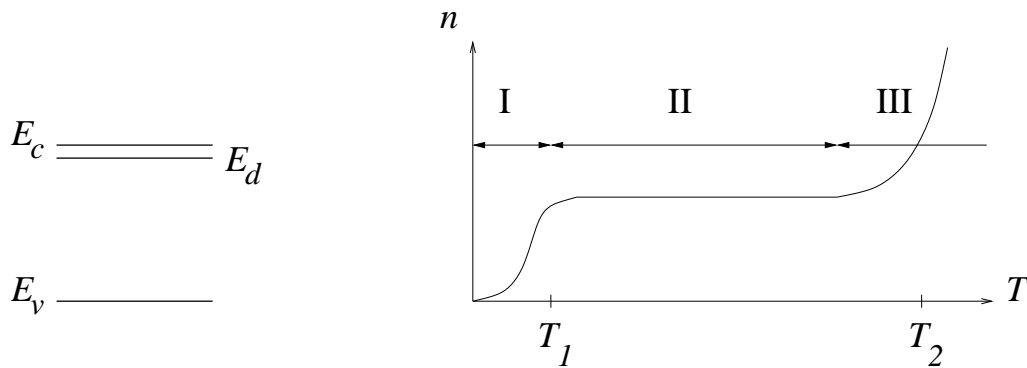
$$\mu = \frac{1}{2}(E_v + E_c)$$

Oppgitt:

- Antall elektroner med energi i intervallet $(E, E + dE)$: $dN_c(E) = D_c(E)f(E)dE$
- $\int_0^\infty x^{1/2} e^{-x} dx = \frac{1}{2}\pi^{1/2}$
- Boltzmanns konstant: $k_B = 8.617 \cdot 10^{-5}$ eV/K.

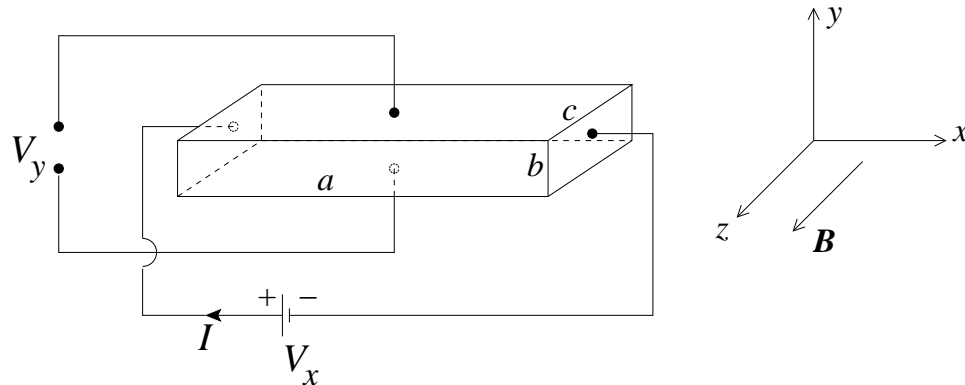
b) Figuren til venstre angir toppen av valensbåndet, E_v , og bunnen av ledningsbåndet, E_c , i halvledermaterialet germanium (Ge). I et arsenatom (As) som plasseres i en Ge-krystall vil elektronet med høyest energi ha energien E_d .

Figuren til høyre viser temperaturavhengigheten til konsentrasjonen av elektroner i ledningsbåndet, $n(T)$, for Ge forurenset (dopet) med As-atomer.



Gi en kort, kvalitativ forklaring på oppførselen til $n(T)$ i de ulike temperaturintervallene (I, II, III) når vi varmer opp krystallen fra $T = 0$. Hvordan er de to temperaturene T_1 og T_2 (i størrelsesorden) relatert til energinivåene i figuren til venstre?

c) En bit silisium med lengde $a = 30$ mm, tykkelse $b = 3$ mm og bredde $c = 5$ mm er forurenset (dopet) med såkalte donoratomer. Ved den gjeldende temperatur kan vi med god tilnærming anta at samtlige donoratomer har avgitt ett elektron til ledningsbåndet i silisium. Vi antar dessuten at konsentrasjonen N_D av donoratomer er tilstrekkelig stor til at vi kan se bort fra den "intrinsiske" konsentrasjonen av elektroner og hull som skyldes termisk eksitasjon av elektroner fra valensbånd til ledningsbånd i silisium. Vi har altså kun mobile *elektroner* til stede, med en konsentrasjon $n = N_D$.



Du skal bestemme n ved hjelp av et Halleksperiment, se figuren over. Halvlederen er plassert i et homogent magnetfelt $\mathbf{B} = B_z \hat{z}$ (der \hat{z} er enhetsvektor langs z -aksen). Med en påtrykt spenning V_x over halvlederen i x -retning går det en strøm I . Samtidig måler du en "Hallspenning" V_y over halvlederen i y -retning.

Utleid en sammenheng mellom elektronkonsentrasjonen n og størrelser som måles i Halleksperimentet. Bestem n når $B_z = 0.3$ T, $I = 3.4$ mA og $V_y = 4.7$ mV.

Anta at angitt retning på I i figuren tilsvarer en positiv strøm. I hvilken retning virker da den magnetiske kraften på elektronene? Hva blir retningen (polariteten) på V_y ?

Oppgitt:

Lorentzkraften: $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$

Strømtetthet: $\mathbf{j} = nq\mathbf{v}$

Elementærladningen: $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

Formelsamling MNFFY 103 Elektrisitet og magnetisme

$\int d\mathbf{A}$ angir flateintegral og $\int d\mathbf{l}$ angir linjeintegral. \oint angir integral over lukket flate eller rundt lukket kurve. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent.

Elektrostatikk og magnetostatikk

- Coulombs lov:

$$\mathbf{F} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

- Elektrisk felt og potensial:

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

- Elektrisk potensial fra punktladning:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

- Elektrisk fluks:

$$\phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

- Gauss lov for elektrisk felt:

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q$$

$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = q_{\text{fri}}$$

$$\epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{\text{fri}}$$

- Elektrostatisk kraft er konservativ:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

- Elektrisk forskyvning:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E}$$

- Elektrisk dipolmoment:

$$\mathbf{p} = q\mathbf{d}$$

- Elektrisk polarisering:

$$\mathbf{P} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta V}$$

- Kapasitans:

$$C = \frac{q}{V}$$

- Energitetthet i elektrisk felt:

$$u_E = \frac{1}{2} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E}$$

- Magnetisk fluks:

$$\phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

- Gauss lov for magnetfelt:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

- Ampères lov:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$$

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{\text{fri}}$$

- Magnetfelt fra strømførende leder:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\mathbf{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

- Magnetiserende felt \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M} = \frac{1}{\mu_r \mu_0} \mathbf{B} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B}$$

Vedlegg 3 av 3

- Magnetisk moment:

$$\boldsymbol{\mu} = I \mathbf{A}$$

- Magnetisering:

$$\mathbf{M} = \frac{\Delta \boldsymbol{\mu}}{\Delta V}$$

- Magnetisk kraft på rett strømførende leder:

$$\mathbf{F} = I \mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

- Energitetthet i magnetfelt:

$$u_B = \frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}$$

Elektromagnetisk induksjon

- Faraday–Henrys lov:

$$\mathcal{E} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \phi_B$$

- Ampère–Maxwells lov:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \left(I + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} \right)$$

- Selvinduktans:

$$L = \frac{\phi_B}{I}$$

- Gjensidig induktans:

$$M_{12} = \frac{\phi_1}{I_2}, \quad M_{21} = \frac{\phi_2}{I_1}$$
$$M_{12} = M_{21} = M$$

- Energitetthet i elektromagnetisk felt:

$$u = \frac{1}{2} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} + \frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}$$