Institutt for fysikk, NTNU
Faglig kontakt under eksamen:
Professor Johan S. Høye
Tlf. 93654

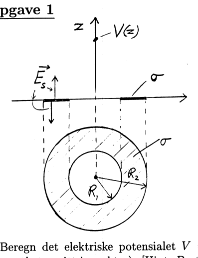
Eksamen i fag SIF4012 Fysikk 2

Onsdag 3. mai 2000
Kl. 09.00 - 13.00

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator
Rottmann: Mathematisk Formelsamling
Barnett & Cronin: Mathematical Formulae

Oppgave 1

a)



En tynn sirkelformet skive med ytre radius R_2 og indre radius R_1 har en flateladningstetthet σ som er konstant over skiven. Skiven ligger i $xy-$planet med sentrum i origo.

Hva er det elektriske potensialet $V(z)$ (ledende bidrag) for store z ($\to \infty$) langs $z-$aksen?

Bestem det elektriske feltet E_s på overflaten av skiven (mellom radiene R_2 og R_1). [Hint: Benytt Gauss lov.]

b) Beregn det elektriske potensialet $V = V(z)$ langs z-aksen for skiva med flateladningstetthet σ gitt i punkt a). [Hint: Bestem først potensialet for en smal ring.]

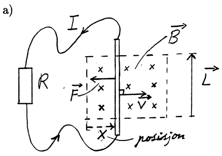
c) En koppertråd med tverrsnitt $A = 1,5\,\mathrm{mm}^2$ danner en sirkelformet strømsløyfe med radius $R_0 = 5,0\,\mathrm{cm}$. En elektromotorisk spenning $\mathcal{E}$ blir indusert rundt denne strømsløyfen. Hva blir den elektriske strømstyrken i sløyfen når $\mathcal{E} = 6,0\,\mathrm{mV}$, og kopper har en konduktivitet $\sigma = 5,81 \cdot 10^7\,\Omega^{-1}m^{-1}$ (resistivitet $\rho = 1/\sigma$)?

Oppgitt: $\varepsilon_0 \oint \mathbf{E}\,d\mathbf{A} = q_{in}$, $\quad V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$ (elektrisk potensial fra punktladning)

$$\int \frac{u\,du}{(a^2+u^2)^{n/2}} = -\frac{1}{n-2}\frac{1}{(a^2+u^2)^{n/2-1}}$$

Oppgave 2

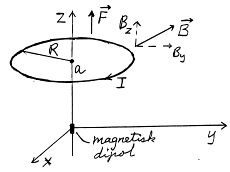
a)



Et rett stykke ledning av lengde L i en strømsløyfe beveger seg med hastighet $\mathbf{v}$ gjennom et homogent magnetfelt $\mathbf{B}$ som vist på figuren. Vektorene $\mathbf{v}$, $\mathbf{B}$ og vektoren $\mathbf{L}$ som angir retning og lengde av det rette linjestykket, står vinkelrett på hverandre.

Beregn indusert strømstyrke I i kretsen når motstanden i denne er R. Hva er størrelsen på kraften F som virker på ledningen fra magnetfeltet ved denne bevegelsen?

b)



Magnetfeltet fra en magnetisk dipol (f.eks. en solenoide av liten utstrekning) som ligger i origo og er rettet langs z-aksen, er gitt ved

$$\mathbf{B} = \frac{m}{r^3}\left(\frac{3z\mathbf{r}}{r^2} - \hat{\mathbf{e}}_z\right)$$

der $\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{e}}_x + y\hat{\mathbf{e}}_y + z\hat{\mathbf{e}}_z$ er radius vektor ut fra origo og $\hat{\mathbf{e}}_i$ ($i = x, y, z$) er enhetsvektorer langs koordinataksene. En sirkulær strømsløyfe med radius R, som ligger parallelt med xy-planet og med sentrum på z-aksen i posisjonen $z = a$, fører en elektrisk strømstyrke I. Denne strømmen i magnetfeltet gir en kraft på strømsløyfen. På grunn av sylindersymmetrien vil resulterende kraft være rettet langs z-aksen (dvs. x- og y-komponentene forsvinner). Beregn størrelsen F av denne resulterende kraften langs z-aksen som virker på strømsløyfen på grunn av det gitte magnetfeltet. [Hint: Betrakt f.eks. et lengdeelement $\mathbf{ds} = \hat{\mathbf{e}}_x dx$ på et av de to stedene der strømsløyfen krysser yz-planet, og finn først bidraget fra dette. Bruk så at sylindersymmetrien gir samme bidrag fra alle andre lengdeelement av samme lengde.]

c) Ved å la magnetfeltet fra dipolen under punkt b) variere med tiden vil det induseres en elektromotorisk spenning $\mathcal{E}$ i ringen (strømsløyfen) med radius R og sentrert i $z = a$. Hva blir $\mathcal{E}$ når z-komponenten til dette magnetfeltet er ($z = a$)

$$B_z = \frac{m}{r^5}(3a^2 - r^2)$$

hvor $m = m(t) = m_0 \cos\omega t$ der ω er vinkelfrekvensen? ($r^2 = a^2 + \rho^2$ der $\rho^2 = x^2 + y^2$.)
[Hint: Beregn først den magnetiske fluksen ϕ_m gjennom strømsløyfen.]

(Oppgitt: Se øverst neste side.)

Oppgitt: $\mathbf{F} = I(\mathbf{L} \times \mathbf{B})$, $\quad \mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt}$, $\quad \phi_m = \int \mathbf{B}\,d\mathbf{A}$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (a_x b_y - a_y b_x)\hat{\mathbf{e}}_z + (a_y b_z - a_z b_y)\hat{\mathbf{e}}_x + (a_z b_x - a_x b_z)\hat{\mathbf{e}}_y$$

$$\int \frac{u\,du}{(a^2+u^2)^{n/2}} = -\frac{1}{n-2}\frac{1}{(a^2+u^2)^{n/2-1}}$$

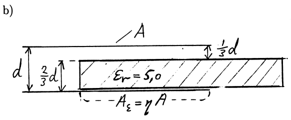
Oppgave 3

a) Vis at ved parallellkopling og seriekopling av 2 kondensatorer (kapasitanser) har en henholdvis

$$C = C_1 + C_2 \qquad \text{og} \qquad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

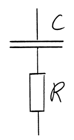
der C_1 og C_2 er de 2 kapasitansene som koples sammen og C er resulterende kapasitans.

b)



En platekondensator med areal A og avstand d mellom platene har en kapasitans C_0 med luft mellom platene. Denne kapasitansen skal dobles ved å legge en dielektrisk plate med tykkelse $d_\varepsilon = \frac{2}{3}d$ og relativ permittivitet $\varepsilon = 5,0$ mellom kondensatorplatene. La A_ε være arealet som den dielektriske platen dekker mellom kondensatorplatene. Hva er forholdet $\eta = A_\varepsilon/A$ når kapasitansen er doblet til $C = 2C_0$? [Hint: Betrakt den resulterende kapasitansen som en serie- og parallellkopling av flere kapasitanser. Se bort fra randeffekter da avstanden mellom platene anses liten i forhold til utstrekningen av disse.]

c)



En kapasitans C og motstand R er koplet i serie. Beregn resulterende impedans Z og dens fasevinkel α når $C = 0,25\,\mu F$, $R = 250\,\Omega$, og vekselstrømmen har frekvensen $f = \frac{\omega}{2\pi} = 2000\,Hz$. [Hint: Benytt enten viserdiagram eller komplekse tall for beregning.]

Oppgitt: $Q = CV$, $\quad C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{d}$