Institutt for fysikk, NTNU
Faglig kontakt under eksamen:
Professor Johan S. Høye
Tlf. 93654
Sensurfrist: 21. juni 01

Eksamen i fag SIF4012 Fysikk 2

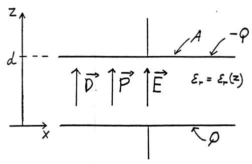
Torsdag 31. mai 2001
Kl. 09.00 - 13.00

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator
Rottmann: Mathematisk Formelsamling
Barnett & Cronin: Mathematical Formulae

Oppgave 1

a) Utled uttrykket $C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$ for kapasitansen til en luftfylt kondensator (kapasitans) bestående av plane parallelle plater som hver har areal A mens avstanden mellom dem (som anses liten) er lik d . Permittiviteten for vakuum er ϵ_0 . Angi hva kapasitansen C blir når det er et dielektrisk medium med konstant relativ permittivitet (dielektrisitetskonstant) ϵ_r mellom platene. Hva er den numeriske verdien til C dersom A = 120 cm², d = 3,0 mm og $\epsilon_r = 5{,}6$. Permittiviteten for vakuum $\epsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm .

b)



Istedenfor et medium med konstant permittivitet lages det et medium der relativ permittivitet varierer med posisjonen z mellom platene som angitt på figuren. Anta at ϵ_r varierer mellom platene slik at

$$\epsilon_r = \epsilon_r(z) = a + bz \qquad \text{for} \quad 0 < z < d .$$

La ladningen på platene være $\pm$ Q som angitt på figuren. Bestem som funksjon av z størrelsen på den elektriske flukstettheten (forskyvningen) **D** , det elektriske feltet **E** og polarisasjonen **P** (dvs. bestem z–komponentene til disse vektorene). Hva blir kapasitansen C_v til denne kondensatoren med varierende ϵ_r ?
Bestem også bunden romladningstetthet (ladning pr. volumenhet) $\rho_b = \rho_b(z)$ mellom platene. (Det skal ikke settes inn tallverdier i denne delen av oppgaven.)
Oppgitt:

$$\oint \mathbf{D} d\mathbf{A} = Q$$

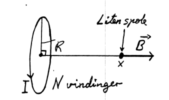
$$\nabla \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \mathbf{D} = \text{div } \mathbf{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} .$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E}$$

Oppgave 2

a)



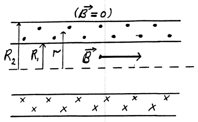
En sirkulær strømsløyfe (spole) som vist på figuren setter opp et magnetfelt på symmetriaksen (x-aksen) gjennom sentrum av denne. Vis at i vakuum blir størrelsen av dette magnetfeltet et uttrykk av formen

$$B = B(x) = \frac{K}{r^\sigma} I \quad \text{der} \quad r^2 = R^2 + x^2,$$

og bestem derved koeffisienten K og eksponenten σ når sløyfen har N viklinger (vindinger) og permeabiliteten for vakuum er μ_0. Videre er I strømstyrken i hver vikling og R er radius av sløyfen.

b) På sylinderaksen (symmetriaksen) til sløyfen under punkt a) ligger en mindre sirkulær sløyfe (spole) med et antall N_2 vindinger og radius R_2. Bestem gjensidig induktans M mellom de 2 strømsløyfene når sylinderaksene er parallelle og en antar $R_2 << R$.

c)



En lang rett luftfylt solenoide har viklinger som jevnt fordelt med en tetthet n. (Dvs. n er antall viklinger pr. lengdeenhet langs solenoiden.) Strømmen i viklingene I er stasjonær. Vis ved hjelp av Ampères lov at magnetfeltet inne i solenoiden er

$$B = \mu_0 n I.$$

(Utenfor solenoiden er magnetfeltet lik null.)

Anta nå som vist på figuren at det er så mange viklinger at disse danner et lag mellom en indre radius R_1 og en ytre radius R_2. Bestem størrelsen på magnetfeltet $B = B(r)$ i dette laget med viklinger, dvs. for $R_1 < r < R_2$ der r er radien fra sylinderaksen til solenoiden. (Anta at viklingene også er jevnt fordelt i radiell retning.)

Oppgitt:

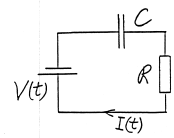
$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{\mathbf{dl} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} \quad \text{der} \quad \hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{r}}{r}$$

$$\Phi_2 = M I_1$$

$$\oint \mathbf{H}\,\mathbf{dl} = I_{in} + I_d \quad \text{der} \quad I_d = \frac{d}{dt} \int \mathbf{D}\,\mathbf{dA} \quad \text{(Ampères lov)}$$

$$\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H}$$

Oppgave 3



RC kretsen på figuren blir påsatt spenningen
$V(t) = V_0 e^{-\sigma t}$ $(t > 0)$.
Ladningen på kapasitansen blir da et uttrykk av formen
$Q = Q(t) = K e^{-\alpha t} + A e^{-\sigma t}$.

Vis dette ved å sette inn i differensiallikningen for Q, og bestem størrelsene K, A og α når $Q(0) = 0$ (og $\alpha \neq \sigma$).