

NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Jon Andreas Støvneng
Telefon: 73 59 41 93 / 41 43 39 30

EKSAMEN I FAG

SIF 4012 ELEKTROMAGNETISME
(SIF 4012 FYSIKK 2)

Onsdag 12. desember 2001

kl. 0900-1400

Bokmål

Hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU

Side 2 – 4: Oppgave 1 – 3.

Side 5 – 7: Formelsamling.

Eksamen består av 10 deloppgaver som alle teller like mye under bedømmelsen.

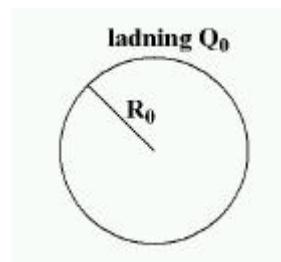
Vektorstørrelser er angitt med **fete** typer i oppgaveteksten.

I samtlige oppgaver kan det antas at det omgivende mediet er luft, med permittivitet $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m og permeabilitet $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

Sensuren kan ventes ca 7. januar 2002.

OPPGAVE 1

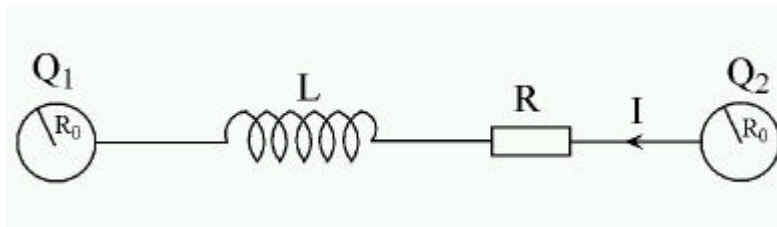
I oppgave a) og b) ser vi på ei (kompakt) metallkule med radius R_0 og netto (positiv) ladning Q_0 .



a) Hva blir det elektriske feltet \mathbf{E} inne i kula når vi har elektrostatiske likevekt, og hvorfor? Bruk Gauss lov til å vise hvordan ladningen Q_0 er fordelt på kula, og til å bestemme \mathbf{E} utenfor kula (dvs for $r \geq R_0$).

b) Vis at det elektriske potensialet V i en avstand $r \geq R_0$ fra kulas sentrum kan skrives på formen $V(r) = K_1 Q_0 / r$ og bestem koeffisienten K_1 . (Velg $V = 0$ for $r \rightarrow \infty$.) Hva blir V inne i kula? Vis deretter at kulas potensielle energi U_0 blir et uttrykk på formen $U_0 = K_2 Q_0^2 / R_0$ og bestem koeffisienten K_2 . (Hint: Det må utføres et arbeid $dW = v(q)dq$ for å øke kulas ladning fra q til $q + dq$ når potensialet er $v(q)$.)

I resten av oppgaven betrakter vi to slike metallkuler, begge med radius R_0 , og til å begynne med med nettoladning henholdsvis Q_0 på kule 1 og $2Q_0$ på kule 2. De to kulene er så langt fra hverandre at vi kan se bort fra direkte elektrostatiske krefter mellom dem. Kulene forbindes så ved tiden $t = 0$ med en elektrisk leder via en motstand med resistans R og en spole med selvinduktans L (se figuren nedenfor). For $t \geq 0$ er ladningen på de to kulene henholdsvis $Q_1(t) = Q_0 + q(t)$ og $Q_2(t) = 2Q_0 - q(t)$.



c) Ladningen q er beskrevet av ligningen

$$\ddot{q} + 2\mathbf{g} \dot{q} + \mathbf{w}_0^2 q = \mathbf{h}_0$$

(der $\dot{q} = dq/dt$, $\ddot{q} = d^2q/dt^2$) med løsning

$$q(t) = a + b e^{z_1 t} + c e^{z_2 t}$$

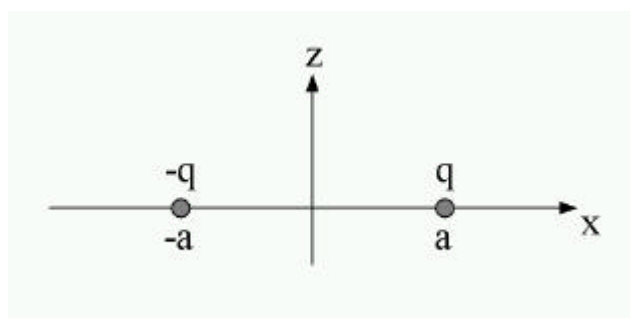
Bestem koeffisientene \mathbf{g} , \mathbf{w}_0 , \mathbf{h}_0 , z_1 , z_2 , a , b og c . Anta $R > 0$ og $\mathbf{g} > \mathbf{w}_0$.

(Hint: Sett først opp uttrykket for potensialforskjellen mellom kulene, og bestem deretter ligningen for q .)

d) Etter lang tid, dvs $t \rightarrow \infty$, er systemet i likevekt. Hvor mye energi er da gått tapt som varme i motstanden R ?

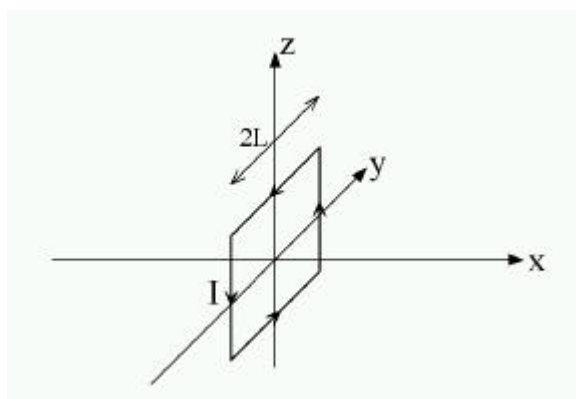
OPPGAVE 2

a)



To punktladninger, q og $-q$ (med $q > 0$), er plassert på x -aksen i henholdsvis $x = a$ og $x = -a$. Skisser feltlinjer for det elektriske feltet \mathbf{E} i xz -planet. Bestem $\mathbf{E}(x)$ på x -aksen. Hva blir \mathbf{E} på x -aksen til ledende orden i x for store verdier av x (dvs $|x| \gg a$)? Uttrykk svaret ved hjelp av systemets elektriske dipolmoment \mathbf{p} .

b)



Ei kvadratisk ledersløyfe (med tynn ledertråd) har sidekanter med lengde $2L$ og fører en elektrisk likestrøm I som vist i figuren. Sløyfa er plassert i yz -planet med sentrum i origo. Skisser feltlinjer for magnetfeltet \mathbf{B} i xz -planet. Bestem $\mathbf{B}(x)$ på x -aksen. Hva blir \mathbf{B} på x -aksen til ledende orden i x for store verdier av x (dvs $|x| \gg L$)? Uttrykk svaret ved hjelp av sløyfas magnetiske moment \mathbf{m} .

c) Vi betrakter fortsatt feltene på x -aksen. For små x (dvs $|x| \ll a, L$) kan det elektriske feltet i oppgave a) skrives på formen $\mathbf{E} = \hat{\mathbf{x}} E_0(1 + \alpha x^n)$, og magnetfeltet i oppgave b) på formen $\mathbf{B} = \hat{\mathbf{x}} B_0(1 + \beta x^m)$. Her er $\hat{\mathbf{x}}$ enhetsvektor langs x -aksen. Bestem E_0 , α , n , B_0 , β og m .

Oppgitt:

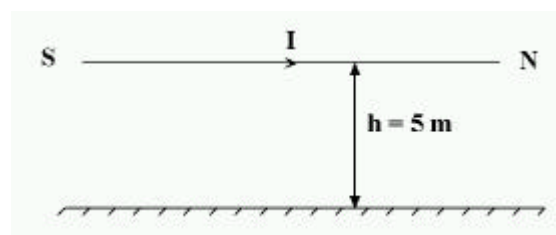
Størrelsen på magnetfeltet B fra en rett strømførende leder (likestrøm I) med lengde $2L$, i planet som halverer lederen, og i en avstand d fra lederen, er:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2pd} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{d}{L}\right)^2}}$$

$$\frac{1}{(1+u)^n} = 1 - nu + \frac{n(n+1)}{2} u^2 \dots$$

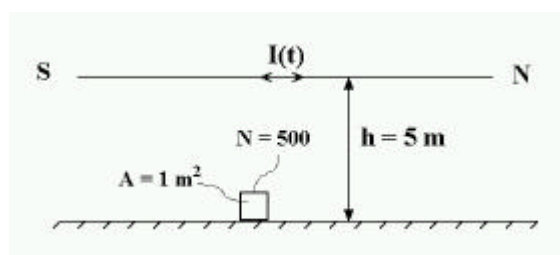
OPPGAVE 3

a) En kraftoverføringskabel går parallelt med bakken, i høyde 5 m over bakkenivå i retning fra syd (dvs fra jordas magnetiske sydpol) mot nord (dvs mot jordas magnetiske nordpol), og fører en elektrisk likestrøm I . Kabelen kan antas å være uendelig lang.



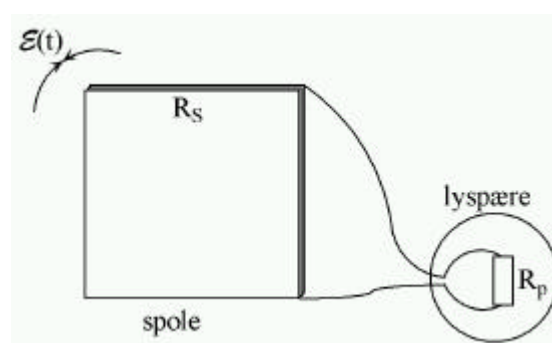
Skisser feltlinjer for magnetfeltet \mathbf{B}_I fra den strømførende kabelen i et plan normalt på kabelens retning og med nord ut av planet. Bestem størrelse og retning på \mathbf{B}_I nede på bakkenivå rett under kabelen når $I = 400$ A. En orienteringsløper befinner seg rett under den strømførende kabelen og er i ferd med å ta ut kursen med kart og kompass. Bestem avviket på kompassnåla i forhold til nordlig retning når kompasset holdes 1 m over bakken. Komponenten av jordas magnetfelt langs bakken er $B_J = 0.5 \cdot 10^{-4}$ T og rettet mot nord.

b) En tilsvarende kabel, med samme retning og samme høyde over bakken, fører en vekselstrøm $I(t) = I_0 \cos \omega t$, med amplitude $I_0 = 800$ A og frekvens $f = 50$ Hz. To fysikkstudenter har slått leir rett under denne kabelen. Med en kvadratisk spole med $N = 500$ viklinger og areal $A = 1$ m² vil de lage seg en vekselspenningskilde.



Hva blir den induerte spenningen $\mathcal{E}(t)$ i spolen når denne plasseres på bakken med flatenormalene rettet mot øst og vest? Anta at spolens utstrekning i øst-vest-retning (dvs ”tykkelsen”) er så liten at en kan regne med lik magnetisk fluks gjennom samtlige viklinger.

c) Spoletråden er laget av kobber og har et tverrsnittsareal $S = 3.45$ mm². Hvor stor er spoletrådens motstand R_S ? Hvor stor blir midlere effekt \bar{P} utviklet i ei lyspære med motstand $R_p = 10$ Ω når den kobles til vekselspenningskilden i punkt b)?



Oppgitt:

Konduktiviteten til kobber er $\sigma = 5.8 \cdot 10^7$ Ω^{-1} m⁻¹.

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T P dt \quad P = VI \quad \sin^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos 2x) \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x|$$