Institutt for fysikk, NTNU
FY1003 Elektrisitet og magnetisme
TFY4155 Elektromagnetisme
Vår 2005

Midtsemesterprøve fredag 11. mars kl 1030 – 1330.

Svartabellen står på et eget ark. Sett tydelige kryss.
Husk å skrive på studentnummer. Bare *en* svartabell leveres inn.

Tillatte hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling. (Eller tilsvarende.)
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk eller B. E. Lian og C. Angell: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (HP30S eller lignende.)
- Formelsamling Elektrostatikk er inkludert på baksiden av dette arket.

Opplysninger:

- Prøven består av 40 oppgaver. Hver oppgave har ett riktig og tre gale svaralternativ.
- Kryss av for *ett* svaralternativ på *hver* oppgave. Avkryssing for *mer enn ett* alternativ eller *ingen* alternativ betraktes som *feil* svar.
- Dersom ikke annet er oppgitt, antas det at systemet er i elektrostatisk likevekt.
- Dersom ikke annet er oppgitt, er "potensial" underforstått "elektrostatisk potensial", og tilsvarende for "potensiell energi".
- Dersom ikke annet er oppgitt, er nullpunkt for potensial og potensiell energi valgt uendelig langt borte.
- Metall er synonymt med elektrisk leder. Isolator er synonymt med dielektrikum.
- Noen naturkonstanter: $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ C^2/Nm^2, $1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2, $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg, $g = 9.8$ m/s^2, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.
- Symboler angis i kursiv (f.eks V for potensial) mens enheter angis uten kursiv (f.eks V for volt).
- SI-prefikser: M (mega) = 10^6, k (kilo) = 10^3, c (centi) = 10^{-2}, m (milli) = 10^{-3}, μ (mikro) = 10^{-6}, n (nano) = 10^{-9}, p (piko) = 10^{-12}.
- Omkrets av sirkel: $2\pi r$. Areal av kuleflate: $4\pi r^2$. Volum av kule: $4\pi r^3/3$.
- Gradient i kartesiske koordinater: $\nabla f = (\partial f/\partial x)\,\hat{x} + (\partial f/\partial y)\,\hat{y} + (\partial f/\partial z)\,\hat{z}$
- Gradient av kulesymmetrisk funksjon $f(r)$: $\nabla f = (\partial f/\partial r)\,\hat{r}$
- Noen integraler: $\int x^n\,dx = x^{n+1}/(n+1) + C$, $\int dx/x = \ln|x| + C$, $\int \cos x\,dx = \sin x + C$, $\int \cos x\,\sin^n x\,dx = (\sin^{n+1} x)/(n+1) + C$

Formelsamling Elektrostatikk

$\int d\boldsymbol{A}$ angir flateintegral og $\int d\boldsymbol{l}$ angir linjeintegral. $\oint$ angir integral over lukket flate eller rundt lukket kurve. **Fete** symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent.

- Coulombs lov:
$$\boldsymbol{F} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$
- Elektrisk felt og potensial:
$$\boldsymbol{E} = -\nabla V$$
$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l}$$
- Elektrisk potensial fra punktladning:
$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$
- Elektrisk fluks:
$$\phi_E = \int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A}$$
- Elektrostatisk kraft er konservativ:
$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = 0$$
- Gauss' lov for elektrisk felt og elektrisk forskyvning:
$$\varepsilon_0 \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = q$$
$$\oint \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} = q_{\text{fri}}$$
- Elektrisk forskyvning:
$$\boldsymbol{D} \equiv \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E} = \varepsilon \boldsymbol{E}$$
- Elektrisk dipolmoment:
$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}$$
- Elektrisk polarisering = elektrisk dipolmoment pr volumenhet:
$$\boldsymbol{P} = \frac{\Delta \boldsymbol{p}}{\Delta V}$$
Lineært medium:
$$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \chi_e \boldsymbol{E}$$
- Kapasitans:
$$C = \frac{q}{V}$$
- Energitetthet (energi pr volumenhet) i elektrisk felt:
$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

---

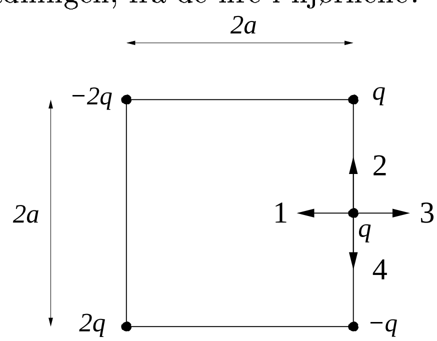
1) To kuler har ladning $3Q$ (kule 1) og $5Q$ (kule 2). Kraften på kule 2 fra kule 1 er 5 N. Hva er da kraften på kule 1 fra kule 2?

A 3 N
B 5 N
C $8\frac{1}{3}$ N
D Det kommer an på avstanden mellom kulene.

---

2) Fire punktladninger, $\pm q$ og $\pm 2q$ er plassert i hvert sitt hjørne av et kvadrat med sidekanter $2a$ som vist i figuren. En femte ladning q er plassert midt på kvadratets høyre sidekant. Hvilken pil viser da netto kraft som virker på denne punktladningen, fra de fire i hjørnene?

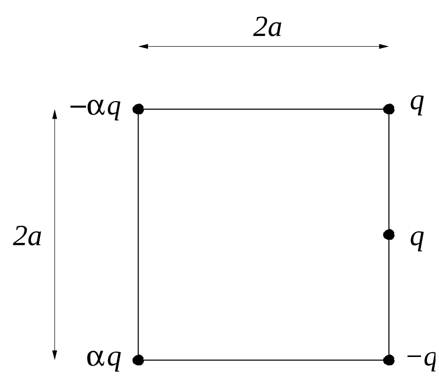
A 1
B 2
C 3
D 4



---

3) Fire punktladninger, $\pm q$ og $\pm \alpha q$ er plassert i hvert sitt hjørne av et kvadrat med sidekanter $2a$ som vist i figuren. Hvor stor må da α være for at det skal virke null nettokraft på ladningen q som er plassert midt på kvadratets høyre sidekant?

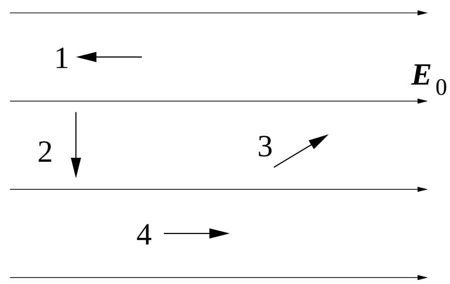
A $5\sqrt{5}$
B 5
C $\sqrt{5}$
D 25



---

4) Figuren viser fire elektriske dipoler (symbolisert ved vektoren $\boldsymbol{p}$, dvs dipolmomentet) som er plassert i et uniformt elektrisk felt $\boldsymbol{E}_0$. Vi antar at dipolene ikke vekselvirker med hverandre. Hvilken dipol er i *stabil* likevekt?

A 1
B 2
C 3
D 4



---

5) Hvilken av de fire dipolene i oppgave 4 blir utsatt for størst dreiemoment (evt. kraftmoment)?

A 1 B 2 C 3 D 4

---

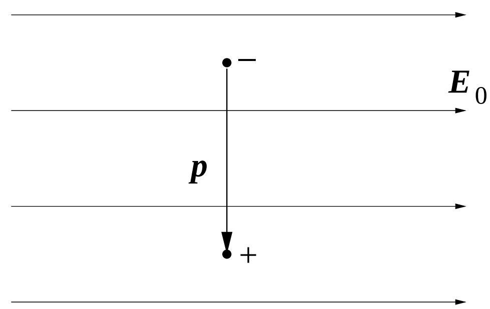
6) Figuren viser en positiv punktladning Q og en elektrisk dipol $\boldsymbol{p}$. Punktladningen holdes fast mens dipolen er fri til å bevege seg. Hva skjer med dipolen?

A Den begynner å rotere med klokka men forflytter seg forøvrig ikke mot eller bort fra punktladningen.
B Den begynner å rotere mot klokka men forflytter seg forøvrig ikke mot eller bort fra punktladningen.
C Den begynner å rotere mot klokka og skyves deretter bort fra punktladningen.
D Den begynner å rotere med klokka og trekkes deretter mot punktladningen.

---

7) Figuren viser en elektrisk dipol $\boldsymbol{p}$ i et uniformt elektrisk felt $\boldsymbol{E}_0$. Dipolen er fri til å bevege seg. Hva skjer med dipolen?

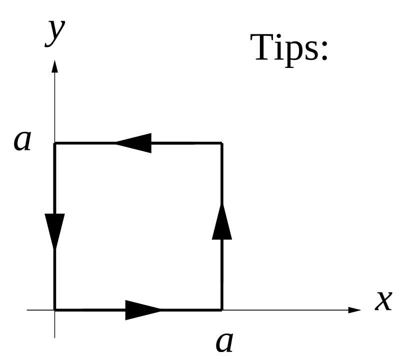
A Den begynner å rotere med klokka men forflytter seg forøvrig ikke mot høyre eller venstre.
B Den begynner å rotere mot klokka men forflytter seg forøvrig ikke mot høyre eller venstre.
C Den begynner å rotere med klokka og trekkes deretter mot høyre.
D Den begynner å rotere mot klokka og trekkes deretter mot venstre.



---

8) Hvilket av disse er *ikke* et mulig konservativt elektrostatisk felt?

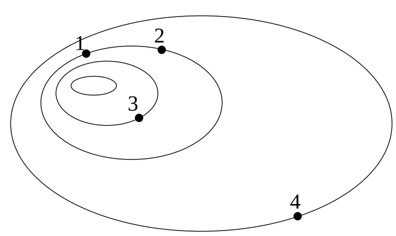
A $\boldsymbol{E} = E_0\,\hat{x}$
B $\boldsymbol{E} = E_0\,(x/a)\,\hat{x}$
C $\boldsymbol{E} = E_0\,[(y/a)\,\hat{x} + (x/a)\,\hat{y}]$
D $\boldsymbol{E} = E_0\,(y/a)\,\hat{x}$



---

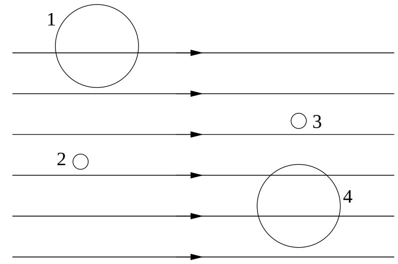
9) Figuren viser endel ekvidistante ekvipotensialkurver. I hvilket punkt er den elektriske feltstyrken $E = |\boldsymbol{E}|$ størst?

A 1
B 2
C 3
D 4



---

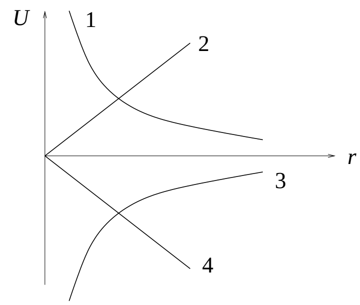
10) Figuren viser feltlinjer for $\boldsymbol{E}$ og fire lukkede flater som avgrenser fire områder 1, 2, 3 og 4. Hva kan du si om mengden ladning inne i de fire avgrensede områdene?



A Mest ladning i 1 og 4, minst i 2 og 3.
B Ingen ladning i noen av områdene.
C Positiv ladning i 1 og 4, negativ ladning i 2 og 3.
D Positiv ladning i 1 og 4, ingen ladning i 2 og 3.

---

11) Hvilken kurve representerer den potensielle energien U til elektronet i et hydrogenatom som funksjon av dets avstand r fra atomkjernen?



A 1
B 2
C 3
D 4

---

12) Potensialet i et område er $V(x) = V_0 \sin kx$. Det elektriske feltet er da

A $\boldsymbol{E} = -V_0 \cos kx\ \hat{x}$
B $\boldsymbol{E} = -kV_0 \cos kx\ \hat{x}$
C $\boldsymbol{E} = kV_0 \cos kx\ \hat{y}$
D $\boldsymbol{E} = -V_0 \cos kx\ \hat{y}$

(V_0 og k er konstanter)

---

13) Det elektriske feltet i et område er $\boldsymbol{E}(x, y) = E_0\,[\hat{x} + \hat{y}(a/y)]$. Potensialet er da

A $V(x, y) = E_0\, a\, [\ln (y_0/y) - x/a]$
B $V(x, y) = E_0\, a\, [\ln (y/y_0) + x/a]$
C $V(x, y) = E_0\, a\, [\ln (y/y_0) - x/a]$
D $V(x, y) = E_0\, a\, [\ln (y_0/y) + x/a]$

(E_0, a og y_0 er konstanter)

---

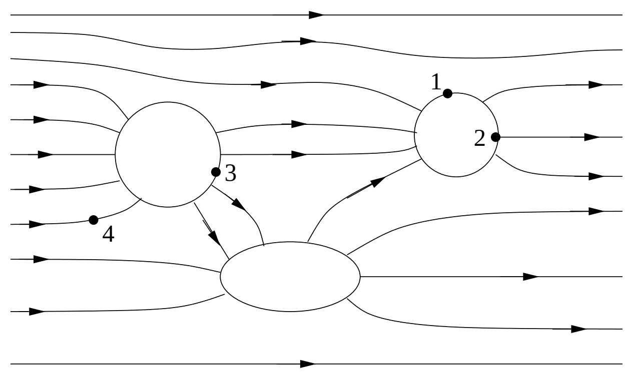
14) Hvilken av de følgende påstandene om elektriske ledere er feil?

A Den elektriske feltstyrken er null på lederens overflate.
B Potensialet er like stort på lederens overflate som inne i lederen.
C Det er ingen netto ladning inne i en elektrisk leder.
D Den elektriske feltstyrken er null inne i lederen.

---

15) Figuren viser tre elektriske ledere og feltlinjer for det elektriske feltet i området omkring disse. Ranger potensialene V_j i de fire angitte posisjonene $j = 1, 2, 3, 4$.

A $V_4 > V_3 > V_2 = V_1$
B $V_4 > V_3 > V_1 > V_2$
C $V_1 > V_2 > V_3 > V_4$
D $V_1 = V_2 = V_3 < V_4$



---

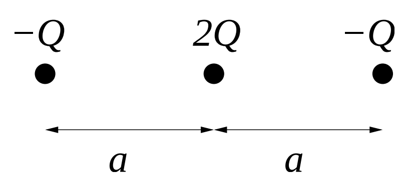
16) Hvordan vil du forklare at en gnidd ballong henger fast i taket?

A Ballongen og taket tiltrekker hverandre på grunn av gravitasjon.
B Ballongen og taket har begge netto ladning. Hvis ballongen og taket har ladninger med motsatt fortegn, vil ballongen henge fast.
C Ballongen har netto ladning og induserer dermed ladning med motsatt fortegn i takets overflate.
D Ballongen presses oppover på grunn av lufttrykket på undersiden.

---

17) Figuren viser en såkalt lineær kvadrupol med to punktladninger $-Q$ i innbyrdes avstand $2a$ og en tredje punktladning $2Q$ midt mellom disse to. Hva er systemets potensielle energi U?

A $U = 9Q^2/8\pi\varepsilon_0 a$
B $U = -7Q^2/8\pi\varepsilon_0 a$
C $U = -Q^2/8\pi\varepsilon_0 a$
D $U = Q^2/4\pi\varepsilon_0 a$



---

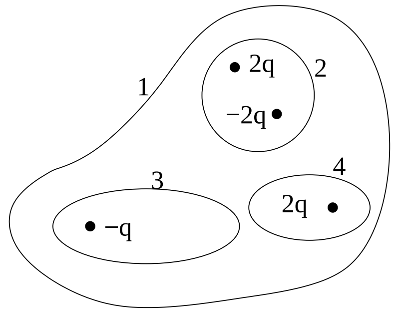
18) To kvadratiske parallelle metallplater med sidekanter 1 m har ladning henholdsvis Q og $-Q$ uniformt fordelt over platene. Avstanden mellom platene er 1 cm. Mellom de to platene er det et uniformt elektrisk felt med feltstyrke 2 kV/m. Hva er den potensielle energien U lagret i dette elektriske feltet?

A 1.77 pJ B 177 nJ C 1.77 mJ D 177 J

---

19) Figuren viser endel punktladninger ($q > 0$) og lukkede flater ($i = 1, 2, 3, 4$). Gjennom hvilken av disse lukkede flatene passerer det mest netto elektrisk fluks?

A 1
B 2
C 3
D 4



---

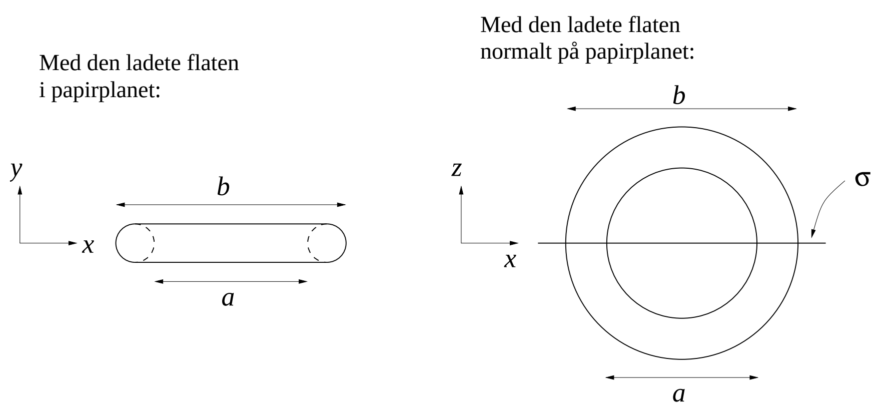
20) En uendelig stor flate ligger i xy-planet og har konstant ladning σ pr flateenhet. Hvor stor netto elektrisk fluks ϕ passerer gjennom overflaten på en torus ("smultring"), med indre diameter a og ytre diameter b, og som halveres av den ladete flaten, som vist i figuren?

A $\phi = \sigma(b-a)^2/2\pi\varepsilon_0$

B $\phi = \sigma\pi(b-a)^2/8\varepsilon_0$

C $\phi = \sigma(b^2-a^2)/2\pi\varepsilon_0$

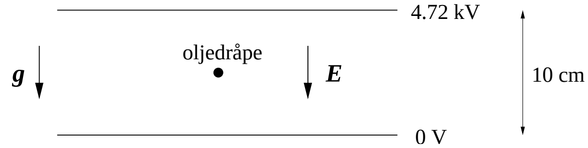
D $\phi = \sigma\pi(b^2-a^2)/8\varepsilon_0$



---

21) Du utfører Millikans eksperiment og observerer at en kuleformet dråpe solsikkeolje med diameter 2 μm står i ro i det uniforme elektriske feltet mellom to store parallelle metallplater med motsatt ladning, negativ nederst og positiv øverst. Avstanden mellom platene er 10 cm, potensialforskjellen mellom platene er 4.72 kV, og oljens massetetthet er 920 kg/m^3. Du kan da fastslå at oljedråpen har en netto ladning tilsvarende

A et underskudd på 4 elektroner
B et overskudd på 2 elektroner
C et overskudd på 5 elektroner
D et overskudd på 8 elektroner



---

22) Potensialet på et uendelig stort positivt ladet plan er 0 V. Planet har en uniform ladningstetthet 32 μC/m^2. I hvilken avstand fra planet er da $V = -10$ kV?

A Potensialet V er her positivt overalt.
B 5.5 m
C 0.55 cm
D 5.5 μm

---

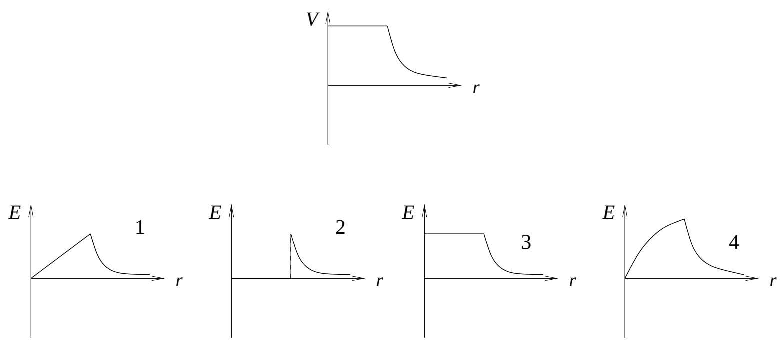
23) La oss betrakte elektronet som ei kule med radius R og ladning $-e$ jevnt fordelt på kulas overflate. Elektronet har dermed en potensiell energi U. Samtidig har elektronet masse m_e, og dermed en energi $m_e c^2$, ifølge Einstein. ($c =$ lyshastigheten) Vi kan nå anslå elektronets radius R ved å sette $U = m_e c^2$. Dette gir

A $R \simeq 7.7 \cdot 10^{-19}$ m
B $R \simeq 1.4 \cdot 10^{-15}$ m
C $R \simeq 3.5 \cdot 10^{-14}$ m
D $R \simeq 5.3 \cdot 10^{-8}$ m

---

24) Hvis det elektriske potensialet V som funksjon av r er som vist i den øverste grafen, hvilken graf viser da den elektriske feltstyrken E som funksjon av r?

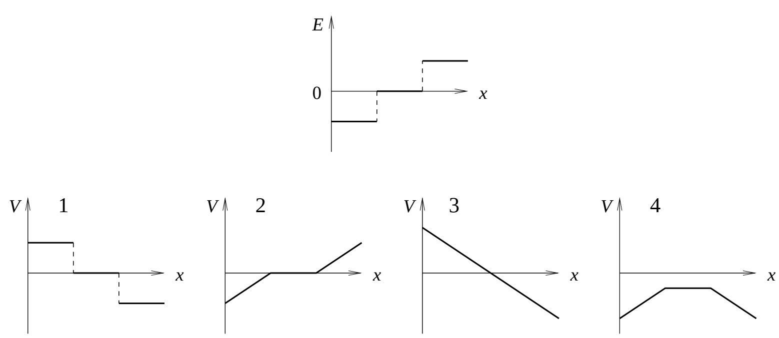
A 1
B 2
C 3
D 4



---

25) Hvis det elektriske feltet E som funksjon av x er som vist i den øverste grafen, hvilken graf viser da det elektriske potensialet V som funksjon av x?

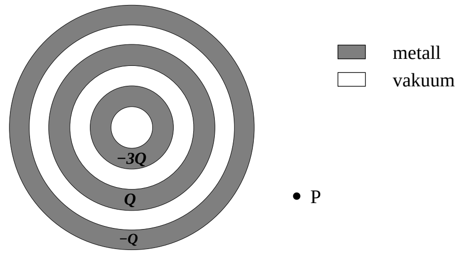
A 1
B 2
C 3
D 4



---

26) Figuren viser tre hule konsentriske metallkuler med netto ladning $-3Q$ (på innerste kule), Q (på midterste kule) og $-Q$ (på ytterste kule). Alle de tre kuleskallene har en viss tykkelse. Hvor mye ladning er samlet på *indre* overflate av den *ytterste* kula? (Tips: Gauss' lov.)

A $-3Q$
B $-Q$
C Q
D $2Q$



---

27) Hva er den elektriske feltstyrken i punktet P angitt i figuren i oppgave 26? (Punktet P ligger i avstand r fra kulenes sentrum, og på utsiden av alle tre kulene.)

A $-3Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$ B $-Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$

C $Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$ D $2Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$

---

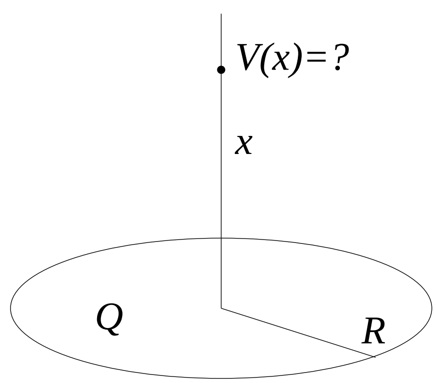
28) Hva er potensialet på symmetriaksen og i avstand x fra sentrum av en jevnt ladet skive med ladning Q og radius R? (Tips: Hva forventer du når $x \gg R$?)

A $$\frac{Q\left(\sqrt{x^2+R^2}+x\right)}{2\pi\varepsilon_0 R^2}$$

B $$\frac{Q\left(\sqrt{x^2+R^2}-x\right)}{2\pi\varepsilon_0 R^2}$$

C $$\frac{QR^2}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

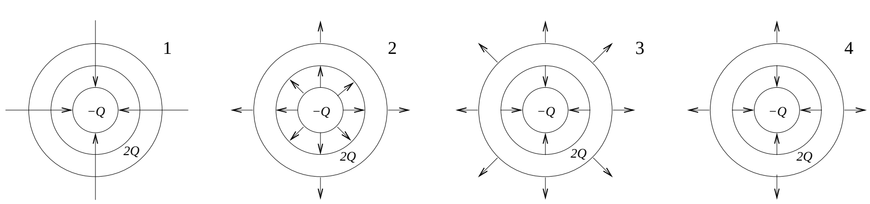
D $$\frac{Q\left(\sqrt{x^2+R^2}-R\right)}{2\pi\varepsilon_0 R^2}$$



---

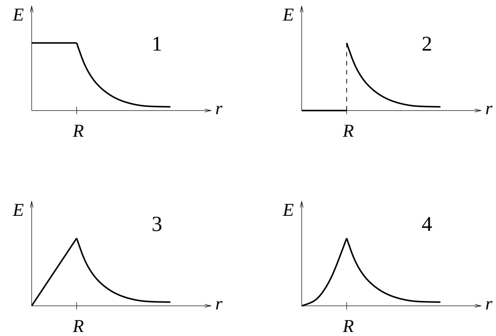
29) Figuren viser en metallkule med netto ladning $-Q$ omgitt av et luftlag, etterfulgt av et metallisk kuleskall med netto ladning $2Q$. Hvilken figur angir da korrekt feltlinjene for $\boldsymbol{E}$? (Tips: Gauss' lov.)

A 1
B 2
C 3
D 4



---

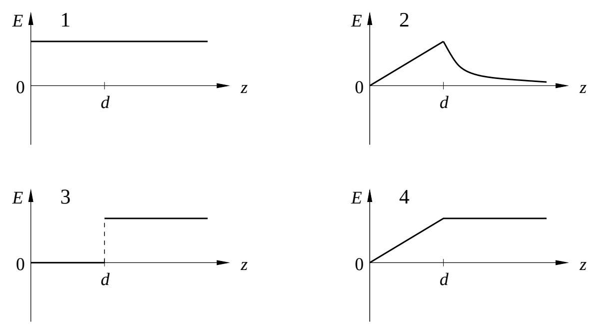
30) En uendelig lang sylinder har radius R og konstant ladning ρ_0 pr volumenhet. Fastslå, ved hjelp av Gauss' lov, hvilken graf i figuren til høyre som viser den resulterende elektriske feltstyrken E som funksjon av avstanden r fra sylinderens senterakse.



A 1
B 2
C 3
D 4

---

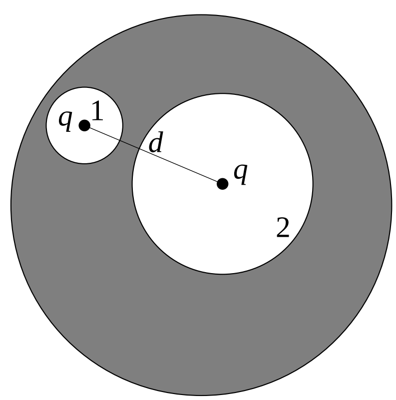
31) En uendelig stor skive har tykkelse $2d$ og konstant ladning ρ_0 pr volumenhet. Skiva har uendelig stor utstrekning i x- og y-retning og okkuperer området $-d \leq z \leq d$. Fastslå, ved hjelp av Gauss' lov, hvilken graf i figuren til høyre som viser den resulterende elektriske feltstyrken E som funksjon av z. (Bare den ene halvdelen av rommet, dvs $z > 0$, er tatt med.)



A 1
B 2
C 3
D 4

---

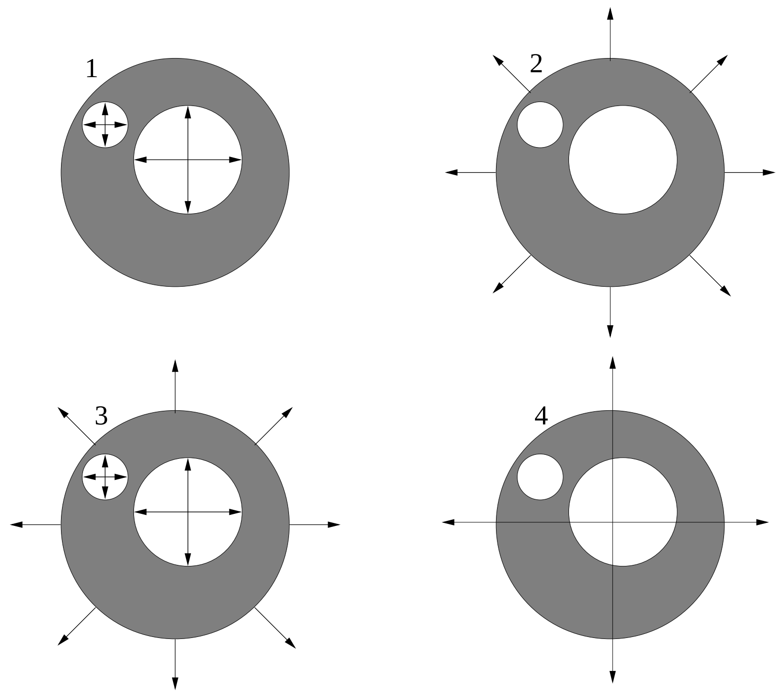
32) Ei nøytral metallkule har to kuleformede hulrom, 1 og 2, i sitt indre. I sentrum av disse to hulrommene er det plassert positive punktladninger q, som vist i figuren. (*Hele* systemet har altså ladning $2q$.) Avstanden mellom de to punktladningene er d. Hvor stor er kraften F_2 som virker på punktladningen i hulrom 2?



A $F_2 = q^2/4\pi\varepsilon_0 d^2$
B $F_2 = q^2/8\pi\varepsilon_0 d^2$
C $F_2 = 0$
D Vi trenger mer informasjon for å bestemme F_2

---

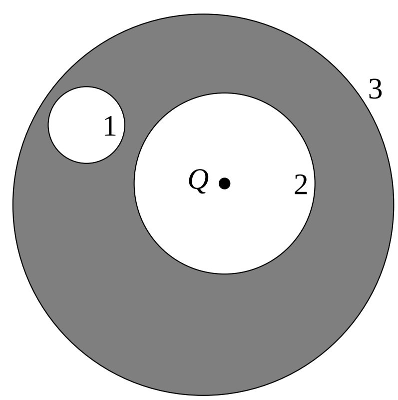
33) Hvilken figur angir elektriske feltlinjer for kula og punktladningene i oppgave 32?



A 1
B 2
C 3
D 4

---

34) Ei nøytral metallkule har to kuleformede hulrom i sitt indre. Hulrom 1 er tomt. I hulrom 2 er det en punktladning Q. (*Hele* systemet har altså ladning Q.) Hvor mye indusert ladning q_j har vi på de tre overflatene til metallkula, dvs de indre overflatene ($j = 1, 2$) som avgrenser hulrommene og kulas ytre overflate ($j = 3$)? (Tips: Gauss' lov.)



A $q_1 = 0,\ q_2 = -Q,\ q_3 = Q$
B $q_1 = -Q,\ q_2 = -Q,\ q_3 = 2Q$
C $q_1 = 0,\ q_2 = 0,\ q_3 = 0$
D $q_1 = Q,\ q_2 = 0,\ q_3 = -Q$

---

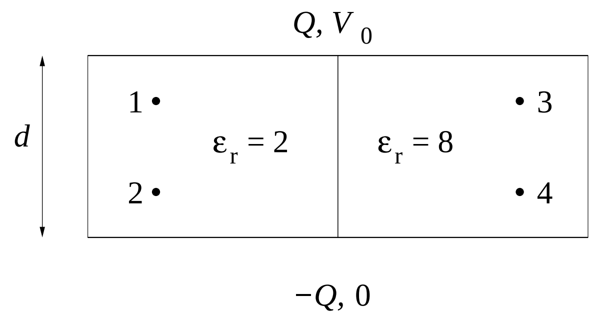
35) Potensialforskjellen mellom de to elektriske lederne i en kondensator tredobles. Kondensatorens kapasitans blir da

A uendret.
B tre ganger større.
C tre ganger mindre.
D ni ganger større.

---

36) To parallelle metallplater har stor lineær utstrekning i forhold til avstanden d mellom platene. Øverste plate har positiv ladning Q og potensial V_0, nederste plate har negativ ladning $-Q$ og potensial 0. Venstre halvdel av rommet mellom platene er fylt med et dielektrikum med relativ permittivitet 2. Høyre halvdel av rommet mellom platene er fylt med et dielektrikum med relativ permittivitet 8. I figuren er det angitt fire posisjoner $j = 1, 2, 3, 4$. Hva er riktig rangering av potensialene V_j i disse fire posisjonene?

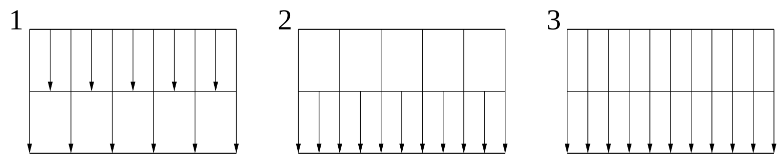
A $V_1 = V_3 > V_2 = V_4$
B $V_3 > V_1 > V_2 > V_4$
C $V_3 > V_1 > V_4 > V_2$
D $V_1 = V_2 = V_3 = V_4$



---

37) Rommet mellom to store parallelle plater med ladning henholdsvis Q (øverste) og $-Q$ (nederst) er fylt med to dielektriske materialer, i øvre halvdel et dielektrikum med relativ permittivitet 4 og i nedre halvdel et dielektrikum med relativ permittivitet 2. De tre figurene angir da feltlinjer for

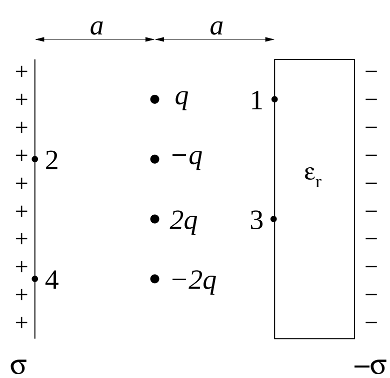
A $\boldsymbol{E}$ i 1, $\boldsymbol{D}$ i 2, $\boldsymbol{P}$ i 3
B $\boldsymbol{D}$ i 1, $\boldsymbol{P}$ i 2, $\boldsymbol{E}$ i 3
C $\boldsymbol{P}$ i 1, $\boldsymbol{E}$ i 2, $\boldsymbol{D}$ i 3
D $\boldsymbol{E}$ i 1, $\boldsymbol{P}$ i 2, $\boldsymbol{D}$ i 3



---

38) Figuren viser to tilnærmet uendelig store metallplater med ladning σ og $-\sigma$ pr flateenhet. En del av volumet mellom platene er fylt med et dielektrikum med relativ permittivitet $\varepsilon_r > 1$, som vist i figuren. Fire punktladninger, hver med masse m, har ladning henholdsvis q, $-q$, $2q$ og $-2q$ (fra øverst til nederst). Vi antar at de fire punktladningene ikke påvirker hverandre. De slippes samtidig, med null starthastighet, fra sine posisjoner i figuren. På hvilke steder kommer det da punktladninger først fram?

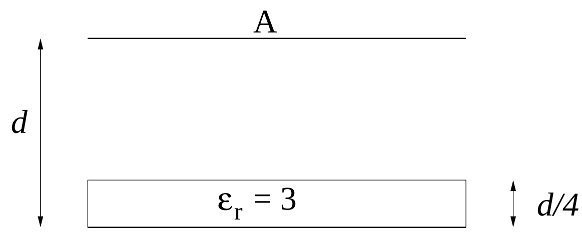
A 2 og 4
B 1 og 3
C 3 og 4
D 1 og 2



---

39) En parallellplatekondensator har metallplater med stor lineær utstrekning i forhold til avstanden d mellom platene. Hver plate har areal A. Den nederste fjerdedelen av volumet mellom platene er fylt med et dielektrikum med relativ permittivitet 3, som vist i figuren. Resten av volumet er luft. Hva blir kapasitansen til denne kondensatoren? (Tips: Dette kan betraktes som en seriekobling av to kondensatorer.)

A $6\varepsilon_0 A/5d$
B $4\varepsilon_0 A/d$
C $4\varepsilon_0 A/3d$
D $3\varepsilon_0 A/4d$



---

40) Ei kule med radius R har konstant positiv ladning ρ_0 pr volumenhet i øvre halvdel ($z > 0$) og konstant negativ ladning $-\rho_0$ pr volumenhet i nedre halvdel ($z < 0$). Hva blir kulas elektriske dipolmoment $\boldsymbol{p}$?

A $\boldsymbol{p} = (\pi\rho_0 R^4/12)\,\hat{z}$
B $\boldsymbol{p} = (\pi\rho_0 R^4/2)\,\hat{z}$
C $\boldsymbol{p} = (3\pi\rho_0 R^4/2)\,\hat{z}$
D $\boldsymbol{p} = (3\pi\rho_0 R^4)\,\hat{z}$