



Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i FY2450 Astrofysikk

Faglig kontakt under eksamen: Jan Myrheim

Tlf.: 73 59 36 53 / 900 75 172

Eksamensdato: 8. juni 2016

Eksamenstid: 9–13

Tillatte hjelpemidler: Alle kalkulatorer, matematiske og fysiske tabeller

Målform: Bokmål

Antall sider: 5

Antall sider vedlegg: 0

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Jan Myrheim

Telefon: 73 59 36 53 (mobil 900 75 172)

Eksamen i fag FY2450 Astrofysikk

Onsdag 8. juni 2016

Tid: 09:00–13:00

Sensurfrist: Fredag 8. juli 2016

Tillatte hjelpemidler: Alle kalkulatorer, matematiske og fysiske tabeller.

En tabell over fysiske konstanter finnes sist i dette oppgavesettet.

Alle deloppgaver teller likt ved sensuren.

Opgave 1:

- a) I tabell 1 (side 4) finner du spektralklasse og absolutt størrelsesklasse for noen stjerner, nummerert fra 1 til 20.

Plasser disse stjernene i et Hertzsprung–Russell-diagram.

Angi luminositetsklassen, fra I til V, for hver stjerne (gjetning er tillatt).

I er superkjemper, III er kjempestjerner, V er hovedseriestjerner.

- b) Hvordan er det mulig at både superkjemper, kjempestjerner og hovedseriestjerner kan høre til samme spektralklasse?

Luminositetsklassen til en stjerne kan en se av formen på spektrallinjene. Hvordan?

Hva er årsaken til at spektrallinjene har forskjellig form avhengig av luminositetsklassen?

Opgave 2:

Den relativistiske formelen for Doppler-forskyvning av spektrallinjer ser slik ut:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{1 + \frac{v_r}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v_r^2 + v_t^2}{c^2}}}.$$

Her er λ_0 den bølgelengden som måles dersom lyskilden ligger i ro, mens λ er den bølgelengden som måles når lyskilden beveger seg i forhold til observatøren med en radialhastighet v_r (i synsretningen) og en transversalhastighet v_t (vinkelrett på synsretningen).

- a) Kvadratrotuttrykket i formelen skyldes en relativistisk effekt. Hvilken?

Hint: se på spesialtilfellet $v_r = 0$, som kalles den transverse Doppler-effekten.

- b) Doppler-forskyvningen defineres som $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$.

Den relative Doppler-forskyvningen er $\Delta\lambda/\lambda_0$.

Formelen for $\Delta\lambda/\lambda_0$ forenkles i den ikke-relativistiske grensen når v_r og v_t er mye mindre (i absoluttverdi) enn lyshastigheten c . Hvordan?

Hydrogen alfa spektrallinjen har bølgelengde $\lambda_0 = 656 \text{ nm}$.

Hvor mye kan den forskyves på grunn av at Jorda går i omløp rundt Sola?

- c) Stjernesystemet SS433 kalles en mikrokvasar. Den er nr. 433 i en katalog over stjerner med emisjonslinjer i spektret, laget av astronomene Sanduleak og Stephenson.

Figur 2 (side 5) viser en del av spektret til SS433 i synlig lys. Det inneholder en sterk H_α emisjonslinje som er lite Doppler-forskjøvet, som altså kommer fra en kilde som beveger seg nokså lite. Det antas at denne strålingskilden er gass som faller inn mot noe som er enten en nøytronstjerne eller et svart hull.

Samtidig inneholder spektret to svakere H_α emisjonslinjer som er mye Doppler-forskjøvet i motsatte retninger. Disse to linjene flytter seg fram og tilbake i motfase med en periode på 164 døgn. Det antas at de kommer fra gass som skytes ut i stor fart i to motsatte jetstråler, og at retningen på disse jetstrålene varierer periodisk, slik at de tegner to kjegleflater.

Hastigheten til en jetstråle har en radialkomponent v_r og en tangentialkomponent v_t . Vi kan anta at hastigheten $v = \sqrt{v_r^2 + v_t^2}$ er konstant og lik for begge jetstrålene.

To ganger i løpet av en syklus på 164 døgn har begge jetstrålene radialhastighet $v_r = 0$. Da observerer vi den transverse Doppler-effekten. Hvor stor er den, i følge figur 2?

Hvor stor er hastigheten v som gir så stor transvers Doppler-effekt?

- d) Radialhastigheten v_r har en negativ minimumsverdi v_{\min} , for den ene jetstrålen, og en positiv maksimumsverdi v_{\max} , for den andre jetstrålen.

Hva er v_{\min}/c og v_{\max}/c i følge figur 2?

- e) SS433 er et dobbeltstjernesystem, med en kompakt stjerne, enten en nøytronstjerne eller et svart hull, og en vanlig kjempestjerne eller superkjempe, som går i bane med en periode på 13 døgn. Materie overføres fra kjempestjernen til den kompakte stjernen, via en såkalt akkresjonsskive. Noe av gassen fra innerkanten av skiven skvises ut i de to jetstrålene langs rotasjonsaksen til skiven, vinkelrett på skiven. Jetstrålene forandrer retning fordi rotasjonsaksen til skiven preseserer med periode 164 døgn.

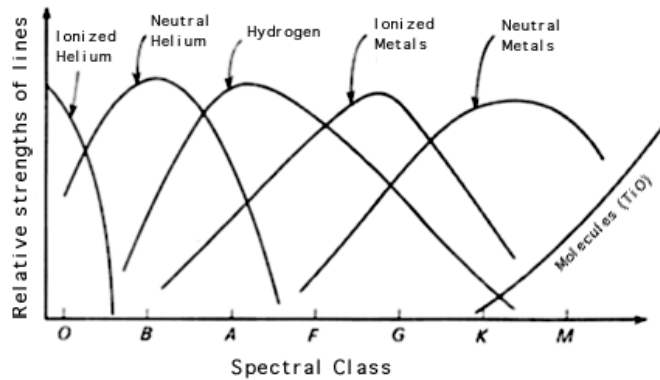
Et annet eksempel på presesjon er presesjonen av jordaksen med periode på 26 000 år. Den fører til at Vega vil være polstjerne om 13 000 år. Den fysiske mekanismen er den samme i begge tilfellene.

Forklar kort hva som er årsak til at jordaksen preseserer (forklar med ord, gjerne uten formler, men tegn gjerne en figur).

- f) Energien i jetstrålene fra SS433 er formidabel.

Hva er den kinetiske energien til en masse på 1 kg når hastigheten er for eksempel 1 % av lyshastigheten? Eller 50 % av lyshastigheten?

Sammenlign for eksempel med det årlige strømforbruket i Trondheim, som er 4 TWh.



Figur 1: Styrken til absorpsjonslinjer i et stjernespektrum som funksjon av spektralklassen.

Oppgave 3:

- a) Figur 1 viser skjematisk hvordan styrken til forskjellige absorpsjonslinjer i et stjernespektrum varierer med spektralklassen.
- Gi en kortfattet forklaring til figuren, både variasjonen i intensitet for ett grunnstoff eller molekyl og forskjellen mellom dem.
- b) Nevn to gode grunner til å bygge store teleskop, og to gode grunner til å sende dem ut i verdensrommet.
- c) Proxima Centauri er den aller nærmeste stjernen utenom Sola, i en avstand av 1,3 parsec. Den er en rød dvergstjerne av spektralklasse M5, se tabell 1.
- Hva er den tilsynelatende størrelsesklassen (magnituden) i synlig lys, m_V , til Proxima Centauri? Er den synlig uten teleskop?
- Avstanden fra Sola til Jupiter er 5,2 astronomiske enheter. Hvis vi tenker oss at vi erstatter Jupiter med Proxima Centauri, hva blir da størrelsesklassen?
- Sammenlign med fullmånen, som har størrelsesklasse $m_V = -12,7$.
- d) Radien til Proxima Centauri er $R = (0.141 \pm 0.007)R_\odot$, direkte målt ved interferometri.
- Overflatetemperaturen til Proxima Centauri er estimert til $T = (3042 \pm 117)$ K.
- Overflatetemperaturen til Sola er $T_\odot = 5780$ K.
- Den absolutte visuelle størrelsesklassen M_V er 15,5 for Proxima Centauri og 4,8 for Sola. Stemmer disse tallene overens? Forklar hvorfor, eller hvorfor ikke.
- e) Massen til Proxima Centauri er estimert til $M = (0.123 \pm 0.006)M_\odot$, ut fra en empirisk relasjon mellom masse og infrarød luminositet for stjerner av spektralklasse M.
- En enkel (og grov) tilnærming sier at sentraltemperaturen til en stjerne er proporsjonal med forholdet mellom masse og radius, M/R .
- Sentraltemperaturen til Sola er $15,7 \cdot 10^6$ K.
- Masse og radius til Jupiter er $0,0010M_\odot$ og $0,10R_\odot$.
- Hvorfor er Proxima Centauri en stjerne, men ikke Jupiter?

		Spektralklasse	Absolutt visuell størrelsesklasse M_V
1	Alfa Centauri A	G2	4,4
2	Alfa Centauri B	K1	5,7
3	Proxima Centauri	M5	15,5
4	Alphard	K3	-1,7
5	Barnards stjerne	M5	13,3
6	Beta Pictoris	A5	2,4
7	Betelgeuse	M1	-5,1
8	Deneb	A2	-8,4
9	Kapteyns stjerne	M1	8,9
10	Merope	B6	-1,4
11	Polaris	F5	-3,6
12	Procyon	F5	2,7
13	Rigel	B8	-7,9
14	Sirius	A1	1,4
15	Sola	G2	4,8
	Trapes-hopen i Orion:		
16	A	B1	-3,2
17	B	B0	-1,9
18	C	O6	-4,8
19	Vega	A0	0,6
20	Zubenelgenubi	A3	0,9

Tabell 1: Spektralklasse og absolutt visuell størrelsesklasse M_V for noen stjerner.

Noen nyttige konstanter:

Newtons gravitasjonskonstant:

$$G = 6,6739 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

Lyshastigheten i vakuum:

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

Den reduserte Plancks konstant:

$$\hbar = h/(2\pi) = 1,055 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

Elementærladningen:

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Finstrukturkonstanten:

$$\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) = 1/137,036$$

Stefan–Boltzmanns konstant:

$$\sigma = 5,6704 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$$

Solmassen:

$$M_\odot = 2,0 \times 10^{30} \text{ kg}$$

Solradien:

$$R_\odot = 7,0 \times 10^5 \text{ km}$$

Den astronomiske enheten (avstanden til Sola):

$$\text{AE} = 1,50 \times 10^8 \text{ km}$$

Parsec:

$$\text{pc} = 206\,265 \text{ AE} = 3,26 \text{ lysår}$$

Stefan–Boltzmanns lov (fluks F av svart stråling med temperatur T): $F = \sigma T^4$.

Relasjon mellom tilsynelatende størrelsesklasse (tilsynelatende magnitudo) m og absolutt størrelsesklasse (absolutt magnitudo) M for en stjerne i avstand d :

$$m - M = 5 \log_{10} \left(\frac{d}{10 \text{ parsec}} \right).$$



Figur 2: Spektret til SS433 inneholder emisjonslinjer for hydrogen. Den sterkeste linjen i figuren er H_{α} -linjen med bølgelengde $656 \text{ nm} = 6560 \text{ \AA}$. To svakere linjer, markert med piler i figuren, tolkes også som H_{α} -linjer med Doppler-forskyvninger som varierer periodisk med en periode på 164 døgn.



Department of physics

Examination paper for FY2450 Astrophysics

Academic contact during examination: Jan Myrheim

Phone: 73 59 36 53 / 900 75 172

Examination date: June 8, 2016

Examination time: 9–13

Permitted support material: All calculators, mathematical and physical tables

Language: English

Number of pages: 5

Number of pages enclosed: 0

THE NORWEGIAN UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
DEPARTMENT OF PHYSICS

Contact person:

Name: Jan Myrheim

Telephone: 73 59 36 53 (mobile 900 75 172)

Examination, course FY2450 Astrophysics

Wednesday June 8, 2016

Time: 09:00–13:00

Grades made public: Friday July 8, 2016

Allowed to use: All calculators, mathematical and physical tables.

A table of physical constants is given at the end of this problem set.

All subproblems are given the same weight in the grading.

Problem 1:

- a) In Table 1 (page 4) you find listed the spectral class and absolute magnitude for some stars, numbered from 1 to 20.

Plot these stars in a Hertzsprung–Russell diagram.

Give the luminosity class, from I to V, for every star (guessing is allowed).

I are supergiants, III are giant stars, V are main sequence stars.

- b) How is it possible for both supergiants, giants and main sequence stars to belong to the same spectral class?

The luminosity class of a star can be seen from the shape of its spectral lines. How?

What is the reason for the difference in shape of the spectral lines depending on the luminosity class?

Problem 2:

The relativistic formula for the Doppler shift of spectral lines looks like this:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{1 + \frac{v_r}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v_r^2 + v_t^2}{c^2}}}.$$

Here λ_0 is the wave length measured if the light source is at rest, while λ is the wave length measured when the light source moves relative to the observer with a radial velocity v_r (along the line of sight) and a transversal velocity v_t (perpendicular to the line of sight).

- a) The square root expression in the formula is due to a relativistic effect. Which effect?

Hint: look at the special case $v_r = 0$, called the transverse Doppler effect.

- b) The Doppler shift is defined as $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$.

The relative Doppler shift is $\Delta\lambda/\lambda_0$.

The formula for $\Delta\lambda/\lambda_0$ simplifies in the non-relativistic limit when v_r and v_t are much smaller (in absolute value) than the speed of light c . How?

The hydrogen alpha spectral line has the wave length $\lambda_0 = 656 \text{ nm}$.

How much can it be shifted due to the orbital motion of the Earth around the Sun?

- c) The star system SS433 is called a microquasar. It is number 433 in a catalogue of stars with emission lines in their spectra, compiled by Sanduleak and Stephenson.

Figure 2 (page 5) shows part of the spectrum of SS433 in visible light. It contains a strong H_α emission line which is little Doppler shifted, and hence comes from a source which moves rather little. It is assumed that this radiation source is gas falling towards something which is either a neutron star or a black hole.

At the same time, the spectrum contains two weaker H_α emission lines that are much Doppler shifted in opposite directions. These two lines move back and forth in opposite phases with a period of 164 days. It is assumed that they come from gas shot out with high velocities in two opposite jets, and that the directions of these jets vary periodically, in such a way that they sweep out two cones.

The velocity of a jet has a radial component v_r and a tangential component v_t . Vi may assume that the velocity $v = \sqrt{v_r^2 + v_t^2}$ is constant and equal for the two jets.

Two times during a cyclus of 164 days both jets have radial velocity $v_r = 0$. Then we observe the transverse Doppler effect. How large is it, according to Figure 2?

How large is the velocity v giving rise to such a large transverse Doppler effect?

- d) The radial velocity v_r has a negative minimum value v_{\min} , for one jet, and a positive maximum value v_{\max} , for the other jet.

What is v_{\min}/c and v_{\max}/c according to Figure 2?

- e) SS433 is a binary star system, with a compact star, either a neutron star or a black hole, and an ordinary giant or supergiant star, orbiting with a period of 13 days. Matter is transferred from the giant star to the compact star, via a so called accretion disc. Some of the gas from the inner edge of the disc is squeezed out into the two jets along the rotation axis of the disc, perpendicular to the disc. The jets change directions because the rotation axis of the disc precesses with a period of 164 days.

A different example of precession is the precession of the Earth's axis with a period of 26 000 years, making Vega the polar star in 13 000 years. The physical mechanism is the same in both cases.

Explain briefly what makes the Earth's axis precess (explain in words, you need not use formulas, but you may draw a figure).

- f) The energy in the jets from SS433 is formidable.

What is the kinetic energy of a mass of 1 kg when its velocity is, for example, 1 % of the speed of light? Or 50 % of the speed of light?

Compare for example with the yearly consumption of electricity in Trondheim, 4 TWh.

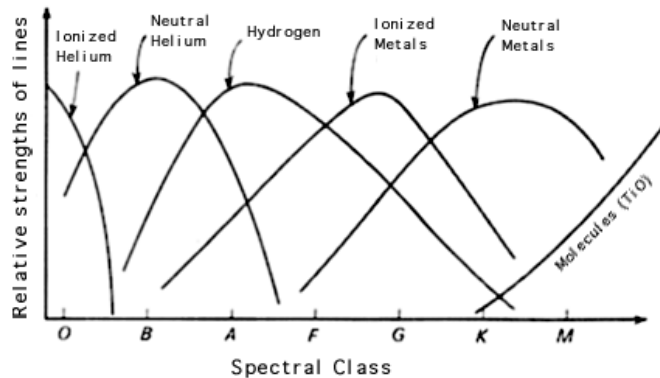


Figure 1: Strength of absorption lines in a stellar spectrum as function of the spectral class.

Problem 3:

- a) Figure 1 shows schematically how the strengths of different absorption lines in a stellar spectrum vary with the spectral class.

Give a brief explanation of the curves in the figure, both the variation in strength for the lines of one element or molecule, and the difference between the elements.

- b) Mention two good reasons to build big telescopes, and two good reasons to launch them into space.
- c) Proxima Centauri is the nearest star apart from the Sun, at a distance of 1.3 parsec. It is a red dwarf star of spectral class M5, see Table 1.

What is its apparent magnitude in visible light, m_V ? Is it visible without a telescope?

The distance from the Sun to Jupiter is 5.2 astronomical units. If we imagine Proxima Centauri replacing Jupiter, what would then its apparent magnitude be?

Compare to the full moon, which has magnitude $m_V = -12.7$.

- d) The radius of Proxima Centauri is $R = (0.141 \pm 0.007)R_\odot$, directly measured by interferometry.

The surface temperature of Proxima Centauri is estimated to $T = (3042 \pm 117)$ K.

The surface temperature of the Sun is $T_\odot = 5780$ K.

The absolute visual magnitude M_V is 15.5 for Proxima Centauri and 4.8 for the Sun.

Are these numbers consistent? Explain why, or why not.

- e) The mass of Proxima Centauri is estimated to $M = (0.123 \pm 0.006)M_\odot$, based on an empirical relation between mass and infrared luminosity for stars of spectral class M.

A simple (and rough) approximation says that the central temperature of a star is proportional to the ratio between mass and radius, M/R .

The central temperature of the Sun is $15.7 \cdot 10^6$ K.

The mass and radius of Jupiter is $0.0010M_\odot$ and $0.10R_\odot$.

Why is Proxima Centauri a star, but not Jupiter?

		Spectral class	Absolute visual magnitude M_V
1	Alpha Centauri A	G2	4.4
2	Alpha Centauri B	K1	5.7
3	Proxima Centauri	M5	15.5
4	Alphard	K3	-1.7
5	Barnard's star	M5	13.3
6	Beta Pictoris	A5	2.4
7	Betelgeuse	M1	-5.1
8	Deneb	A2	-8.4
9	Kapteyn's star	M1	8.9
10	Merope	B6	-1.4
11	Polaris	F5	-3.6
12	Procyon	F5	2.7
13	Rigel	B8	-7.9
14	Sirius	A1	1.4
15	Sun	G2	4.8
	The trapezium cluster in Orion:		
16	A	B1	-3.2
17	B	B0	-1.9
18	C	O6	-4.8
19	Vega	A0	0.6
20	Zubenelgenubi	A3	0.9

Table 1: Spectral class and absolute visual magnitude M_V for some stars.

Some useful constants:

Newton's gravitational constant:

$$G = 6.6739 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

Speed of light in vacuum:

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

The reduced Planck's constant:

$$\hbar = h/(2\pi) = 1.055 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

The elementary charge:

$$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

The fine structure constant:

$$\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) = 1/137.036$$

The Stefan-Boltzmann constant:

$$\sigma = 5.6704 \times 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \text{ K}^4)$$

The solar mass:

$$M_\odot = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$$

The solar radius:

$$R_\odot = 7.0 \times 10^5 \text{ km}$$

The astronomical unit (distance to the Sun):

$$\text{AU} = 1.50 \times 10^8 \text{ km}$$

Parsec:

$$\text{pc} = 206\,265 \text{ AU} = 3.26 \text{ light years}$$

The Stefan-Boltzmann law (flux F of blackbody radiation with temperature T): $F = \sigma T^4$.

Relation between apparent magnitude m and absolute magnitude M of a star at distance d :

$$m - M = 5 \log_{10} \left(\frac{d}{10 \text{ parsec}} \right).$$



Figure 2: The spectrum of SS433 contains emission lines of hydrogen. The strongest line in the figure is the H_{α} line of wave length $656 \text{ nm} = 6560 \text{ \AA}$. Two weaker lines, marked by arrows in the figure, are also interpreted as H_{α} lines with Doppler shifts varying periodically with a period of 164 days.