Eksamen i MNFFY251. Astrofysikk I
(MNFFY 250 + SIF-4030)

Torsdag 11/1 - 2000

Antydet løsning. Oppgave 1

a] En planet i avstand 100 AU fra sola burde ha meget lav temperatur. Hvis vi f. eks. antar samme "albedo" som for jorda og setter jordas overflatetemperatur lik

$T_j \approx 300K,$

får vi en forventet temperatur T_p for planeten fra

$$T_p/T_j = (1/100^2)^{1/4} = 0.1,$$
$$T_p = 0.1\,T_j \approx \underline{30\,K},$$

fra strålingslovene, ~~siden~~ strålingsintensiteten (ved strålingslikevekt) er

$$I_j \sim L_\odot/r_j^2 \sim T_j^4,$$
$$I_p \sim L_\odot/r_p^2 \sim T_p^4,$$
$$r_p^2 T_p^4 = r_j^2 T_j^4.$$

Da skulle helium kunne beholdes i atmosfæren, mens ammoniakk ville "fryse ut". (Gravitasjonsfeltet skulle være sterkt nok til å beholde begge gassene.)

b] Trykket i jordatmosfæren vil variere som

$$P = (1/2)^{h/5500}\,P_0,$$

dvs.

$\lg P = (h/5500)\lg(1/2) + \lg P_0 = \lg P_0 - (h/5500)\lg 2,$

$P = P_0/4$, for $(1/2)^{h/5500} = 1/4$,

$h/5500 = 2$, $\underline{h = 11000\,m}$ (Eller: $\underline{h = H \ln 4 = 7936 \ln 4\ m}$),

og $P = P_0/10$, for $(1/2)^{h/5500} = 1/10$,

$h/5500 \lg(1/2) = \lg(1/10)$, $\lg 2 = (5500/h)\lg 10$,

$h = 5500 \lg 10/\lg 2 = 5500/0.301\ m = \underline{18270\ m}$

(Eller: $\underline{h = H \cdot \ln 10 = 7936 \cdot \ln 10\ m}$)

~~Vi kan også tilpasse H i uttrykket~~

$P(h) = P_0 \exp(-h/H)$,

og deretter finne h og H, dvs.

$\lg P = \lg P_0 - (h/H)\lg e$, der $H = 5500 \lg e/\lg 2 = \underline{7936\ km}$

c) Et "lett" og et "tungt" legeme vil falle like fort på månen (som antydet allerede av Galilei), spesielt siden vi har ingen luftmotstand på månen og mindre tyngdeakselerasjon enn på Jorda. På Jorda vil vi i praksis få forskjell på grunn av luftmotstanden, siden Jorda har atmosfære, men ikke månen.

d) Hvis v_r er stjernens radial-hastighet i forhold til sola (solsystemet) og v_j er jordas banehastighet rundt sola, får vi følgende forhold:

22 juni: $v_r + v_j = +36\ km/sek$,

22 des: $v_r - v_j = -24\ km/sek$,

dvs.

$2v_r = +12\ km/sek$, $\underline{v_r = +6\ km/sek}$

e) Avstanden til stjernen er

$$d = 206265 \cdot 1496 \cdot 10^{8}/0.474 \text{ km} = \underline{6.51 \cdot 10^{13} \text{ km}}$$

Tangential-hastigheten blir da lik

$$V_t = d \cdot \alpha_t = \frac{6.51 \cdot 10^{13} \cdot 3}{57.3 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 365.25 \cdot 24 \cdot 3600} \text{ km/sek} = \underline{30 \text{ km/sek}},$$

og rom-hastigheten blir

$$V = \sqrt{V_t^2 + V_r^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} \text{ km/sek.} = \underline{\underline{50 \text{ km/sek}}}$$

f) Tyngdeakselerasjonen er generelt gitt ved

$$g = MG/r^2,$$

der r er avstanden fra stjernens sentrum, dvs. for sola får vi

$$(= (M_\odot/R_\odot^2)(R_j^2/M_j)g_j)$$

$$g_s = M_\odot G/R_\odot^2 = \frac{2 \cdot 10^{30} \cdot 6.375^2 \cdot 10^6}{5.98 \cdot 10^{24} \cdot 7^2 \cdot 10^{10}} g_j = \underline{\underline{27.7 \, g_j}},$$

og for stjernene får vi

$$g_1 = M_\odot G/(0.01 R_\odot)^2 = \frac{2 \cdot 10^{30} \cdot 10^4 \cdot 6.375^2 \cdot 10^6}{5.98 \cdot 10^{24} \cdot 7^2 \cdot 10^{10}} g_j = \underline{\underline{2.8 \cdot 10^5 g_j}}$$

$$g_2 = M_\odot G/(1000 R_\odot)^2 = \frac{2 \cdot 10^{30} \cdot 6.375^2 \cdot 10^6}{5.98 \cdot 10^{24} \cdot 10^6 \cdot 7^2 \cdot 10^{10}} g_j = \underline{\underline{2.8 \cdot 10^{-5} g_j}}$$

$$g_1/g_2 = 10^5/10^{-5} = \underline{10^{10}}$$

Oppgave 2

a) Med trigonometrisk parallaks lik

$$\alpha = 0.001 \text{ buesekunder},$$

blir avstanden til stjerna lik

$$d = 1/\alpha = \underline{1000 \text{ parsec}}$$

dvs. apparent størrelsesklasse er

$$m_{bol} = m_v - BC = 10.4 - 0.8 = \underline{9.6},$$

og absolutt størrelsesklasse er

$$M_{bol} = m_{bol} + 5 - 5\lg d = 9.6 + 5 - 15 = -0.4,$$

dvs. $\underline{\underline{L = 100\,L_\odot}}$ (siden $M_\odot - M = 5$)

b) Vi har relasjonen

$$M = m + 5 - 5\lg d,$$

dvs. $\lg d = (m - M + 5)/5,$

For $M = 15$ og $m = 5,$

får vi $\lg d = (5 - 15 + 5)/5 = -1,$ $\underline{\underline{d = 0.1 \text{ parsec}}}$

For $M = -10$ og $m = 5,$

får vi $\lg d = (5 + 10 + 5)/5 = 4,$ $\underline{\underline{d = 10^4 \text{ parsec}}}$

c) Hvis stjernene ble flyttet til 100 parsec, ville apparent størrelsesklasse bli +5 i tillegg til absolutt størrelsesklasse. Den eneste stjernen som vi da kanskje kunne se ville være Sirius med en apparent størrelse

$$m_S = +1.4 + 5 = \underline{\underline{+6.4}}$$

(akkurat på grensen for det synlige for øyet).

d) Med en parallakse lik 0.127" er avstanden fra jorda

$$d\,(\text{parsec}) = \alpha('')^{-1} = 0.127^{-1}\ \text{parsec} = \underline{7.874\ \text{parsec}}$$

Den store halvakse i ellipsebanen er da lik

$$a = \frac{7.874 \cdot 2.5 \cdot 206265}{3600 \cdot 57.3}\ AU = 7.874 \cdot 2.5\ AU = \underline{19.68\ AU}$$

Og Keplers 3. lov gir oss så direkte

$$M = M_1 + M_2 = a^3/T^2 = 19.68^3/60^2\ M_\odot = \underline{\underline{2.1\ M_\odot}}$$

e) Planetariske tåker er ring-formete (kule-formete) tåker av fluorescerende gass som omgir en meget varm sentral-stjerne med en temperatur på kanskje 50000 K. Tåken ekspanderer "sakte" med en hastighet lik 20–50 km/sek, og representerer sannsynligvis et meget sent stadium i en stjernes liv og utvikling. Planetariske tåker synes å være stjerner som gradvis frigir store masser (gass-mengder) uten å eksplodere, dvs. stjerner kan miste masse på denne måten uten å gjennomgå en super-nova. Strålingstrykk eller turbulent bevegelse i stjernens indre presser de ytre lagene utover i rommet, og den "utsendte" gassen vil glede ved fluorescens på grunn av den intense utstrålingen fra "moderstjernen". Luminositeten er proporsjonal med R^2 og T^4, dvs.

$$R/R_\odot = \sqrt{L/L_\odot}\,(T_\odot/T)^2 = \sqrt{16}\,(1/20)^2 = 0.01,$$

dvs.

$$\underline{R = 0.01\ R_\odot} \approx 7 \cdot 10^3\ \text{km} \approx R_j,$$

som tilsvarer en hvit dverg ganske godt

f) Ifølge tilstandsligningen er trykket gitt ved

$$P \approx NKT/V \approx \rho T,$$

dvs.

$$P_1/P_2 = \rho_1 T_1 / \rho_2 T_2,$$

dvs. ved trykk-likevekt er

$$P_1 = P_2, \quad \rho_1/\rho_2 = T_2/T_1 = 10000/100 = \underline{\underline{100}}$$

Oppgave 3

a) I synsretningen mot eller fra galakse-senteret er en hastighetsforskjell på grunn av galaksens differensielle rotasjonsbevegelse rettet normalt synsretningen, og gir ingen Doppler-effekt som kan observeres. Derimot kan vi se hastighets-forskjeller (for hydrogen) som gir en netto Doppler-effekt i synsretningen normalt retningen mot galakse-senteret.

b) Vi observerer størst radialhastighet når romhastigheten (på grunn av Melkeveiens rotasjon)) er direkte i synsretningen mot (fra) oss. Det betyr at avstanden fra Melkeveiens sentrum til dette området blir lik

$$r = 10 \cdot \sin(45^\circ) \text{ kparsec} = \underline{\underline{7.1 \text{ kparsec.}}}$$

c) Stjernene i en stjernehop har sannsynligvis samme alder og kjemiske sammensetning, men forskjellige masser. Siden tidsskalaen for stjerners utvikling er sterkt avhengig av stjerners masse, kan stjerner i en stjernehop variere sterkt i sitt utviklingstrinn, selv om masse-forskjellene er forholdsvis små. Stjerner i en stjernehop kan derfor gi et "utviklingsspor" (=vei).

d) Når

$$c + a = a(1+\varepsilon) \approx 2a$$

i ellipse-banen, gir Keplers 3. lov

$$T = a^{3/2}/\sqrt{M} = (5000 \cdot 206265)^{3/2}/\sqrt{10^{11}}$$
$$= 3.312 \cdot 10^{13}/3.162 \cdot 10^{5} \text{ år} = \underline{\underline{1.05 \cdot 10^{8} \text{ år}}} \; (= \underline{\underline{105 \text{ mill. år}}}$$

e) Siden

$$10^{8} \text{ parsec} = 3.26 \cdot 10^{8} \text{ lysår},$$

eksploderte supernovaen for <u>326 millioner år</u> siden. Apparent størrelsesklasse er gitt ved

$$M - m = 2.5 \lg(I/I_0) = 5 \lg(10/d) = 5 - 5 \lg d,$$
$$m = M + 5 \lg d - 5 = -19 + 5 \cdot 8 - 5 = \underline{\underline{+16}}.$$

f) Universets maksimale alder er gitt ved Hubble-tiden

$$t = H^{-1} = 10^{6} \cdot 206265 \cdot 1.496 \cdot 10^{8}/70 \text{ sek.}$$
$$= 4.41 \cdot 10^{17} \text{ sek.} \approx 7.35 \cdot 10^{15} \text{ min.} = 1.22 \cdot 10^{14} \text{ t.}$$
$$\approx 5.10 \cdot 10^{12} \text{ d} \approx \underline{\underline{1.4 \cdot 10^{10} \text{ år}}} \; (= \underline{\underline{14 \text{ milliarder år}}})$$