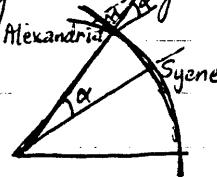


Eksamens i MNFFY, 250. Astrofysikk. 28.nov. 2000. (FY 951) ①  
Antydet løsning. Oppgave 1 (SIF-4030)

a) Hvis forskjellen i bue lengde er gitt ved vinkelen  $\alpha$ , får vi

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &\approx \frac{25}{200} = 0.125, \\ \alpha &= 7,13^\circ \\ x &= \frac{5000 \cdot 860}{7,13} \text{ stadier} = \frac{252450}{6,3} \text{ km} = \underline{\underline{40070 \text{ km}}} \end{aligned}$$



b) En sternes vinkelavstand fra den sanne horisont kalles sternes hoyde, og måles langs sternes vertikalsirkel. Vertikalsirkelen gjennom himmelens nordpol og senere kalles stedets meridian, og vinkelen mellom en sternes vertikalsirkel og meridianen måles langs den sanne horisont og kalles azimut (regnet fra sørpunktet, vanligvis). Hoyde og azimut gir da en sternes posisjon i forhold til et punkt på jorden i et gitt øyeblikk! Storsirkelen normalt på himmelaksen kalles himmelens ekvator. En sternes vinkelavstand fra himmelens ekvator kalles sternes deklinasjon og måles langs sternes deklinasjonssirkel gjennom sternen og himmelens nordpol. En sternes timevinkel er vinkelen mellom deklinasjons-sirkelen og meridianen, regnet mot vest langs himmellektoren. Vinkelavstanden langs himmellektoren fra vårjevndagspunktet til deklinasjonssirkelen gjennom sternen i retning motsatt timevinkelen kalles rektascension. En sternes posisjon på himmelkulen er da fullstendig bestemt ved deklinasjon og rektascension, og fordelen med deklinasjon og timevinkel istedenfor hoyde og azimut er at barel én koordinat, timevinkelen, følger seg under himmelkulens rotasjon.

## Antydet løsning Oppgave 1

c) For å lette orienteringen på himmelen har man bundet sammen grupper av stjerner med rette linjer til stjernebilder. Himmelkulen er idag oppdelt i 88 stjernebilder. Karlvogna er en del (7 stjerner) av stjernebildet Ursa Major eller Den Større Bjørn. Zodiacus eller Dyrekretsen er et belte rundt himmelkulen med ekliptikken som sentrallinje, og solen, månen og planetene befinner seg alltid innenfor dette beltet når de beweges seg. Dyrekretsen er oppdelt i 12 tegn eller områder på  $30^\circ$  hver, som starter ved varje verdenspunkt og løper østover. Tegnene er oppkalt etter 12 stjernebilder som fallt sammen med tegnene for 2000 år siden: Vøren (Aries), Tyren (Taurus), Twillingene (Gemini), Krepsen (Cancer), Løven (Leo), Jomfruen (Virgo), Vekten (Libra), Skorpionen (Scorpius), Skytten (Sagittarius), Stenbukken (Capricornus), Vannmannen (Aquarius), og Fiskene (Pisces). P.g.a. presesjonen har varje verdenspunkt flyttet seg ca.  $30^\circ$  vestover siden vi gang, tegnene har følgt med, og dekker derfor ikke lenger stjernebildene de er oppkalt etter. Når solen går inn i Vørens tegn f.eks., står den fremdeles i stjernebildet Fiskene, og når ikke stjernebildet Vøren far en måned senere (tilsvarende presesjon i løpet av 2000 år).

d) En storsirkelbue langs jordoverflaten på 3000 km tilsvarer en vinkel lik

$$\vartheta = \left( \frac{57.296 \cdot 3000}{6875} \right)^\circ = 26.96^\circ.$$

Da blir vinkelen  $2\alpha$  mellom de to retninglinjene til månen like  $0,44^\circ$ , siden

$$\left(\frac{180^\circ - 26,96}{2}\right)^\circ = 76,52^\circ$$

$$180^\circ - (13,7 + 76,52)^\circ = 89,78^\circ$$

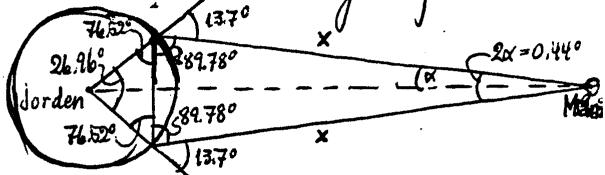
$$2\alpha = (180 - 2 \cdot 89,78)^\circ = 0,44^\circ, \quad \alpha = 0,22^\circ,$$

og med motstående side i tilsvarende trekant lik

$$6375 \cdot \sin\left(\frac{26,96}{2}\right)^\circ \text{ km} = 6375 \cdot 0,233 \text{ km} = 1485 \text{ km},$$

får vi en avstand fra observasjonsstedene lik

$$X = \frac{1485}{\sin \alpha} \text{ km} = \frac{1485}{0,00384} \text{ km} = \underline{\underline{386700 \text{ km}}}$$



e) Asteroider er små planeter eller planetoider som vi finner i solsystemet i tillegg til de 9 kjente planetene. Asteroidene befinner seg gjerneelt i baner mellom Mars og Jupiter i solsystemet, men enkelte kan komme innenfor Merkur eller utenfor Saturn på grunn av sterkt eksentriske baner. Bodes lov gir følgende oppskrift for planetbanene: Lag en tallrekke der hvert påfølgende tall er det dobbelte av det foregående. Start tallrekken med 0 og 0,5, adder 0,4 til hvert tall, og det gir tallrekken 0,4, 0,7, 1,0, 1,6, 2,8, 5,2, 10,0, 19,6, 38,8, 77,2. Det stemmer forbausende godt med planetenes virkelige avstand fra solen regnet i AU, bortsett fra Pluto, og at det mangler en planet i avstand 2,8 AU. Men asteroidene synes å erstatte den manglende planeten.

f) Jordens gravitasjonskraft på en masse  $m$  kan skrives

$$\underline{F_g} = -mg(R^2/r^2)\underline{e_r}, \quad r \geq R, \quad (\text{og } g = MG/R^2)$$

dvs.  $g$  er tyngdeakselerasjonen på jordoverflaten og  $R$  er jordens radius. Gravitasjonspotensialet er da

$$U = -(mgR^2/r).$$

Beweelse i  $r$ -retning kan finnes ved energibevarelse, dvs.

$$E = T + U = \frac{1}{2}mv^2 - mgR^2/r = \text{konstant} = \frac{1}{2}mv_0^2 - mgR,$$

$$\dot{r} = \sqrt{2(E + mgR^2/r)/m} = \sqrt{v_0^2 - 2gR(1 - R/r)},$$

Vi har  $r_{\max}$  for  $\dot{r} = 0$ , dvs. for

$$v_0^2 - 2gR + 2gR^2/r = 0,$$

$$r_{\max} = 2gR^2/(2gR - v_0^2) = R/(1 - v_0^2/2gR)$$

Vi ser at  $r_{\max} \rightarrow \infty$ , dvs. partikkelen unslipper for

$$v_0 = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 6.375 \cdot 10^6} \text{ m/sek} = 11.2 \text{ km/sek.}$$

### Antydet løsning. Oppgave 2

a) I tillegg til elektromagnetisk stråling bombarderes jorden også av ~~invirke~~ partikler fra verdensrommet som vi kaller kosmisk stråling. Rumestrålingen består av atomkjerner og elementærpartikler som kan ha enorme partikkelennergier. Når denne rumestrålingen treffer atmosfæren, vil sammenstøt med molekyler føre til omformingprosesser (kjernereaksjoner o.l.) og dermed sekundærstråling som når ned til jordens overflate. Kosmisk stråling kommer fra alle kanter av verdensrommet, og noen mener at strålingen dannes i forbindelse med supernovautbrudd eller <sup>kommer</sup> fra kvasarer og "eksploderende" galakser.

b) Solflekker er gass som er mørkere enn nivåene fordi de er kaldere, og de har sammenheng med sterke magnetfelter (påvist f. eks. gjennom Zeeman-effekt). Magnetfelt produseres av elektriske strømmer, dvs. av ladning i bevegelse, og sannsynligvis vil

(5)

sterke felter i solens indre av og til bryte igjennom fotosfæren. Varm ionisert gass produserer elektroner og ioner som tvinges til å følge de magnetiske feltlinjene. Den generelle sirkulasjon eller bevegelse av varme gasser hindres da slik at vi får kaldere områder.

b) Fotonenergien vil være proporsjonal med frekvensen, eller omvendt proporsjonal med bølgelengden dvs. lys fra Aldebaran får en Doppler-forskyning lik

$$\text{Relativistisk: } w_A/w^1 = \sqrt{(1-\beta_A)/(1+\beta_A)} = \sqrt{\frac{1-55/300000}{1+55/300000}} \approx 1 - \frac{55}{60000} = 0.999816$$

(Eller ikke-relativistisk, som er godt nok her:  $w_A/w^1 = 1 - v/c = 1 - 55/300000 = 0.999816$ )

og lys fra Ettanir får tilsvarende

$$\text{Relativistisk: } w_E/w^1 = \sqrt{(1+\beta_E)/(1-\beta_E)} = \sqrt{\frac{1+27.5/300000}{1-27.5/300000}} \approx 1 + \frac{27.5}{120000} = 1.000091$$

(Eller ikke-relativistisk, som er godt nok her:  $w_A/w^1 = 1 + v/c = 1 + 27.5/300000 = 1.0000917$ )

dvs. fotonenergien fra Aldebaran minker dobbelt så mye som fotonenergien fra Ettanir øker.

d) Ifølge definisjonen, får vi

$$m_1 - m_2 = 2.5 \lg (I_2/I_1) = 2.5 \lg 45000 = 2.5 \cdot 4.65 = \underline{\underline{11.6}}$$

e) Vi finner direkte at

$$\lg (L_2/L_1) = (M_1 - M_2)/2.5,$$

dvs. for Sirius:  $\lg (L_s/L_\odot) = (4.8 - 1.5)/2.5 = 1.32$   
 $\underline{\underline{L_s/L_\odot = 21}},$

og for Barnards stjerne:  $\lg(L_B/L_\odot) = (4,8 - 13,2)/2,5 = -3,26$   
dvs.  $\lg(L_B/L_\odot) = 0,64 - 4$ ,  $L_B/L_\odot = 0,00044$

av lysstyrken (luminositeten) til en stjerne er  
stort sett proporsjonal med fargen, og hvis vi plottet  
lysstyrke, dvs. absolutt størrelse eller luminositet, mot  
farge eller effektiv temperatur, får vi et såkalt  
Hertzsprung-Russell diagram. Hver stjerne er da  
representert ved et punkt, og de fleste sternene faller  
innenfor et smalt område som kallas hovedserien.  
I en det er hovedsakelig to unntakelser: såkalte røde  
kjemper med stor luminositet som er store og  
unormalt lysstyrke sammenlignet med deres røde farge,  
og såkalte hvite dverger med liten luminositet som er  
små og unormalt lysstyrke i forhold til deres hvite farge.  
Hvis en stjerne har en <sup>bestemt</sup> synlig (apparent) styrke eller  
størrelsesklasse, mens den med sin farge etter HR  
diagrammet burde ha en bestemt absolutt størrelse  
(tilsvarende en avstand på 10 parsec), kan vi finne  
avstanden ved å sammenligne apparent og absolutt størrelse.  
Også noen variable stjerner faller utenfor hovedserien.

### Antydet løsning, Oppgave 3

a) I en optisk dobbeltstjerne synes to stjerner nesten sammenfallende fordi de ligger i samme synsretning fra jorden (dvs. har samme himmelkoordinater), mens den ene stjernen i virkeligheten befinner seg mye nærmere jor. I en fysisk dobbeltstjerne er to stjerner virkelig bundet til hverandre ved gravitasjonskrafter. Ved posisjonsbestemm kan man avgjøre om dobbeltstjernen er optisk eller fy.

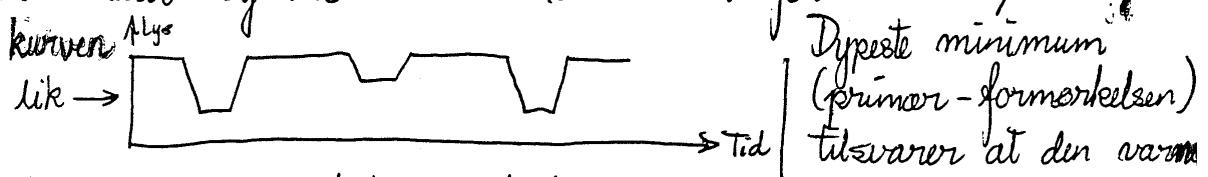
I en optisk dobbeltstjerne vil de to komponentene (stjerner) bevege seg ruttlinjet i forhold til hverandre, mens i en fysisk dobbeltstjerne vil komponentene bevege seg i lukket bane om et felles tyngdepunkt. De fysiske dobbeltstjernene kan inndeles i føre hovedklasser etter måten de observeres på:

1. visuelle, 2. astrometriske, 3. spektroskopiske, og 4. fotometriske dobbeltstjerner.

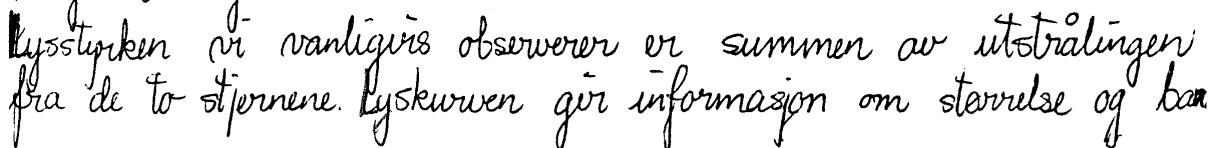
En visuell dobbeltstjerne kan oppsløses (se i to komponenter (stjerner) v.h.a. kikkert (teleskop). En astrometriisk dobbeltstjerne har enten komponentene en felles egenbevegelse på himmelen men så lang omloptid at vi ikke kan påvise banebewevelsen, eller en synlig stjerne har en usynlig ledsager slik at vi ser bare denne ene stjernens „slange-bevegelse“ på himmelen (om et felles tyngdepunkt som beveger seg ruttlinje).

En spektroskopisk dobbeltstjerne kan ikke oppsløses i to komponenter v.h.a. teleskop, men Dopplereffekten i stjernens spektrum viser at den egentlig er en dobbeltstjerne. En fotometrisk dobbeltstjerne er en formørkelsesvariabel stjern som ikke kan oppsløses i to komponenter med teleskop, men hvis synslinje danner en så liten vinkel med dobbeltstjernens baneplan at komponentene formørker hverandre røkselvis slik at lysstyrken varierer.

b) Hvis jorden ligger tilnærmet i samme plan som dobbeltstjerne-systemets banoplan, ser vi dobbeltstjernen "fra siden" og vi observerer stjerneformørkelse der den ene stjernen (helt eller delvis) "skygger for" den andre (periodisk). Hvis f.eks. en varm stjerne beveger seg omkring en kald stjerne slik at vi ser totalformørkelse, blir lyskurven



tilsvarer at den varme stjernen passerer bak den kalde, og det andre minimum (sekundær-formørkelsen) tilsvarer den kalde bak den varme. Hvis vi ikke har totalformørkelse, skygger stjernene bare delvis for hverandre i vår synsretning, og vi får en lyskurve lik



lysstyrken vi vanligvis observerer er summen av utstrålingen fra de to stjernene. Lyskurven gir informasjon om størrelse og ban

c) Keplers 3. lov for dobbeltstjernen sammen med Keplers 3. lov for jorden omkring solen, gir

$$M = M_1 + M_2 = (4\pi^2/G)(a^3/T^2), \\ M_{\odot} = (4\pi^2/G)(a_j^3/T_j^2), \quad a_j = 1 \text{ AU}, \quad T_j = 1 \text{ år},$$

når Jordens masse negligeres i forhold til solens masse, da

$$M = [(a/a_j)^3 / (T/T_j)^2] M_{\odot} = (22^3/40^2) M_{\odot} = \underline{\underline{6.65 M_{\odot}}} = \underline{\underline{1.33 \cdot 10^{31} \text{ kg}}}$$

d) Avstanden ( $a_1$  og  $a_2$ ) fra hver av stjernene til dobbeltstjernens tyngdepunkt er omvendt proporsjonal med massen til hver av stjernene, og Keplers 3. lov gir

(9)

$$M = M_1 + M_2 = (\alpha_1 + \alpha_2)^3 / T^2 = (\alpha_1 + \alpha_1 M_1 / M_2)^3 / T^2 \\ = (M_1 + M_2)^3 \alpha_1^3 / M_2^3 T^2,$$

$$M_2^3 / (M_1 + M_2)^2 = M_2^3 / (M_\odot + M_2)^2 = \alpha_1^3 / T^2 = M_\odot / 900,$$

$$900 M_2^3 = M_\odot^3 + 2 M_\odot^2 M_2 + M_\odot M_2^2$$

Før  $M_2 \ll M_\odot$ , kan ligningen løses og gir i første tilnærming  
 $M_2 = \sqrt[3]{M_\odot^3 / 900} = 0.1 M_\odot$  ( $M_2 \gg M_\odot$  er umulig som løsning)

Innsetting gir en mer nøyaktig verdi i neste tilnærming så  
 $M_2 = 0.11 M_\odot$

e) I stjernebildet Cygnus finnes en spektroskopisk og fotometrisk dobbeltstjerne, som består av en usynlig komponent sammen med en blå kjempe. Den usynlige komponenten har en masse lik  $6-10 M_\odot$ , som er større enn Chandrasekhar-grensen for nevronstjerner, dvs. den kan være et svart hull. Dessuten er Cygnus X-1 en meget sterk kilde for rentgenstråling som kan produseres når masse fra den blå kjempen akselereres til enorme hastigheter og faller mot det svarte hullet (rentgenstråling p.g.a. partikkellisjoner i gass, osv.). Den blå kjempen kan så periodisk formørke stråling i retning mot jorden.

f) Seyfert-galakser er spiralgalakser med uedvanlig lyssterke kjerneområder, og de representerer kanskje en spesiell fase i en spiralgalakses liv. Kjernene i Seyfert-galaksene er meget blå og emitterer uforklarlig mye stråling i det ultrafiolette området. Dessuten er noe av lyset polarisert, noe som tyder på synkrotronstråling. Vi finner også sterke stråling i den infrarøde delen av spektret, kanskje på grunn av oppvarmet støv og gass. Utstrålingen fra kjernen i Seyfert-galakser varierer sterkt, og den store energiutstrålingen er et "mysterium".