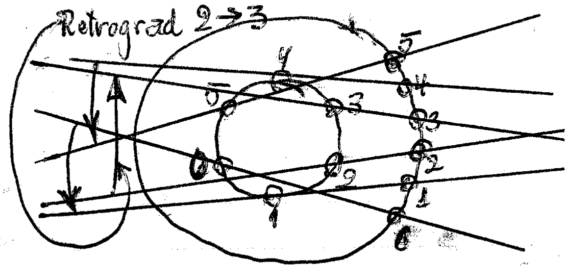
Eksamen. FY251, Astrofysikk I. 14/5-98

(MNFFY-250 + SIF-4030)

Antydet løsning. Oppgave 1

a] Ved (på) ekvator kan vi etter hvert (prinsipielt) se alle stjernene over horisonten. På en av de geografiske polene kan vi se stjernene gå i sirkler parallelle med horisonten. Ved (på) ekvator kan vi se stjerner bevege seg normalt på horisonten når de "står opp" eller "går ned".

b] Retrograd bevegelse inntreffer når planeten "tar igjen" og passerer jorda i sin bane (tilsv. posisjonsbeveg. 2 − 3, f. eks.)



c] Ifølge Keplers 3. lov er forholdet gitt ved

$$(a_1/a_2)^3 = (P_1/P_2)^2 = 5.2^2 = 27,$$

dvs. $a_1/a_2 = \sqrt[3]{27} = \underline{\underline{3}}$

d] Hvis satelitten følger Keplers 3. lov vil perioden variere som

$$P^2 \sim a^3,$$

dvs. (tilnærmet)

$$P^2 \sim 4\pi^2 a^2/v^2 \sim a^3,$$

og

$$v^2 \sim 4\pi^2/a, \quad \underline{v \sim 1/\sqrt{a}},$$

øker med minkende a

(dvs. årsaken ligger i dreieimpuls og dreieimpuls-bevarelse, som Keplers lover egentlig bygger på)

e) Hvis satilittens masse er liten i forhold til jordas masse, gir Keplers 3. lov direkte:

$$T = (2\pi/\sqrt{GM_j})\, a^{3/2}$$

dvs.

$$a = (GM_j T^2/4\pi^2)^{1/3}$$

$$= \left[\frac{6.67\cdot 10^{-8}\cdot 6\cdot 10^{27}\cdot 24^2\cdot 3600^2}{4\pi^2}\right]^{1/3} \text{cm} = 4.23\cdot 10^9 \text{cm} = \underline{42300 \text{ km}}$$

Eller: Med jordas masse, månens periode, og månens bane-radius r_M som enhet, kan vi sette opp for måne

$$(M_j + M_m)[M_j] \approx a^3[r_m]/P^2[\text{måned}],$$

dvs. for satelitten får vi:

$$P = (1/27.3)\,[\text{måned}] = 0.0366\,[\text{måned}],$$

$$M \approx M_j[M_j] = 1[M_j],$$

og vi får for satelitten

$$a[r_m] = (P^2[\text{måned}])^{1/3} = 0.0366^{2/3}[r_m] = (1.34\cdot 10^{-3})^{1/3}[r_m]$$

$$= 0.11\,[r_m] = 0.11\cdot 384400 \text{ km} = \underline{42300 \text{ km}}$$

f) På månen vil sola "stå opp" en gang pr. måned, men jorda vil aldri "gå ned" på grunn av månens bundne rotasjon. Stjerner vil man kunne se hele tiden, siden månen mangler atmosfære som sprer sollyset (og farger himmelen blå).

g) Ikke-relativistisk er Doppler-effekten gitt ved

$$\Delta\lambda/\lambda = v/c = (5001 - 5000)/5000 = 1/5000,$$

dvs. radialhastigheten blir

$$V_r = c/5000 = 3\cdot 10^5/5000 \text{ km/sek.} = \underline{60 \text{ km/sek.}}$$

Stjerna beveger seg bort fra oss, siden vi har en rødforskyvning mot større bølgelengder.

Antydit løsning. Oppgave 2

a) Trykket i jordatmosfæren vil variere som

$$P = (1/2)^{h/5500}\,P_0,$$

dvs.

$$\lg P = (h/5500)\lg(1/2) + \lg P_0 = \lg P_0 - (h/5500)\lg 2$$

dvs.

$$P = P_0/4, \text{ for } (1/2)^{h/5500} = 1/4,$$

dvs. $h/5500 = 2$, $\underline{\underline{h = 11000 \text{ m}}}$ $(= H \cdot \ln 4 = 7936 \cdot \ln 4 \text{ m}$

og $P = P_0/10$, for $(1/2)^{h/5500} = 1/10$,

dvs.

$$(h/5500)\lg(1/2) = \lg(1/10),$$
$$\lg 2 = (5500/h)\lg 10, \qquad (= H \cdot \ln 10 = 7936 \cdot \ln 10 \text{ m}$$

dvs. $h = 5500 \lg 10/\lg 2 = 5500/0.301 \text{ m} = \underline{\underline{18270 \text{ m}}}$

Vi kan også tilpasse H i uttrykket

$$P(h) = P_0 \exp(-h/H), \qquad H = 5500 \cdot \lg e/\lg 2 = 7936 \text{ km}$$

og deretter finne h og H, dvs. $\lg P = \lg P_0 - (h/H)\lg e$, der

b) Fra Keplers 3. lov får vi for periodene P_1 og P_2:

$$(P_1/P_2)^2 = (a_1/a_2)^3 = (13700/6400)^3 = 9.8,$$

dvs. $P_1/P_2 = \sqrt{9.8} = \underline{\underline{3.13}}$ (Eller: $P_2/P_1 = \underline{\underline{0.32}}$)

c) De to observasjonsstedene blir (til meget god tilnærmelse) på motsatte sider av jorda, dvs. avstanden mellom dem blir

$$2R_j = 2 \cdot 6375 \text{ km} = 12750 \text{ km}.$$

Vanlig forhold mellom vinkler og sider i tilsv. trekant gir oss da avstanden til Mars i parsec eller AU, dvs. $\frac{12750}{r} = 41''$, $\frac{12750}{41 \cdot r} = 1'' = \frac{1\,AU}{1\,pc}$, $\frac{r}{1\,pc} = \frac{12750}{41 \cdot 1\,AU}$,

dvs. $r = \frac{12750}{1.5 \cdot 10^8 \cdot 41}$ parsec $= \frac{12750 \cdot 206\,265}{1.5 \cdot 10^8 \cdot 41}$ AU $= \underline{\underline{0.43\,AU}}$.

d) Hvis v_r er stjernas radial-hastighet i forhold til sola (solsystemet) og v_j er jordas banehastighet rundt ~~sola~~, får vi følgende forhold:

22. juni: $v_r + v_j = +36$ km/sek,
22. des: $v_r - v_j = -24$ km/sek,

dvs. $2v_r = +12$ km/sek, $\underline{\underline{v_r = +6 \text{ km/sek}}}$.

e) Med trigonometrisk parallaks lik $\alpha = 0.001$ buesek, blir avstanden til stjerna lik

$d = 1/\alpha = \underline{\underline{1000 \text{ parsec}}}$,

dvs. apparent ~~størrelsesklasse~~ er

$m_{bol} = m_V - BC = 10.4 - 0.8 = \underline{9.6}$,

og absolutt størrelsesklasse er

$M_{bol} = m_{bol} + 5 - 5\lg d = 9.6 + 5 - 15 = \underline{-0.4}$,

dvs. $\underline{\underline{L = 100\,L_\odot}}$, siden $M_\odot - M = \underline{5}$.

f) Keplers 3. lov gir

$(M_1 + M_2)T^2 = a^3$

For $a = 1$ AU får vi da

$T[\text{år}] = \sqrt{a^3[AU]/M[M_\odot]} = \sqrt{1/2}$ år $= \underline{0.71 \text{ år}}$

Siden 1 AU tilsvarer $1''$ ved 1 parsec, får vi

$d = 1/\alpha = \underline{1 \text{ parsec}}$

For $a = 100$ AU får vi tilsvarende

$T = \sqrt{10^6/2}$ år $= \underline{707 \text{ år}}$,

$d = 1/\alpha = \underline{100 \text{ parsec}}$

Antydet løsning. FY251. 14/5-98

2a] Avstanden mellom første og andre kontakt tilsvarer den lille stjernas diameter. Avstand mellom første og tredje kontakt tilsvarer den store stjernas diameter. En relativ bane-radius lik 11 460 000 km gir en tilsvarende omkrets lik

$$2\pi r = 2\pi \cdot 11\,460000 \text{ km} = \underline{7.2 \cdot 10^7 \text{ km}}$$

Relativ hastighet blir da

$$V = 7.2 \cdot 10^7 \text{km} / (3 \cdot 24t) = \underline{10^6 \text{ km / time}},$$

og stjernediametrene blir

$$d_1 = v \cdot t_1 = \underline{\underline{10^6 \text{ km}}}, \qquad d_2 = v \cdot t_2 = \underline{\underline{4 \cdot 10^6 \text{ km}}}.$$

Oppgave 3

a] Vi har relasjonen

$$M = m + 5 - 5 \lg d,$$

dvs. $\lg d = (m - M + 5)/5$

For $M = 15$ og $m = 5$, får vi

$$\lg d = (5 - 15 + 5)/5 = -1, \qquad \underline{\underline{d = 0{,}1 \text{ parsec}}}$$

For $M = -10$ og $m = 5$, får vi

$$\lg d = (5 + 10 + 5)/5 = 4, \qquad \underline{\underline{d = 10^4 \text{ parsec}}}$$

b] En økning av overflatetemperaturen fra ca. 1900 K til ca. 2600 K tilsvarer en faktor på $\underline{1.37}$, som ifølge Stefan-Boltzmanns lov tilsvarer en faktor på bare $\underline{3.5}$ for total energiutstråling. Den store lysvariasjonen skyldes at en mye større del av utstrålingen forskyves fra det infrarøde området inn i det "synlige" (visuelle) området av spektret når temperaturen stiger. I tillegg har vi økende absorpsjon i stjernens atmosfære når temperaturen synker. Osv. Osv. Osv.

c) Ifølge tilstandsligningen er trykket gitt ved

$$P \sim NKT/V \sim \rho T,$$

dvs. $P_1 = \rho_1 T_1 = P_2 = \rho_2 T_2,$

ved trykk-likevekt, dvs.

$$\rho_1/\rho_2 = T_2/T_1 = 10000/100 = \underline{100}$$

d) Når 4 protoner omformes til en helium-kjerne, transformeres en masse lik

$$\Delta m = (4 \cdot 1.6725 - 6.642)\,10^{-24} g = 0.048 \cdot 10^{-24} g.$$

Omforming av 1 g hydrogen til helium frigjør da

$$E = (\Delta m)c^2 = 0.048\,(3 \cdot 10^{10})^2/6.69 \text{ erg} \doteq 6.5 \cdot 10^{18} \text{ erg}.$$

Total energi tilgjengelig blir

$$E = mc^2 = (0{,}048/6.69)(3 \cdot 10^{10})^2 \cdot 2 \cdot 10^{35} \text{ erg} = 1.29 \cdot 10^{54} \text{ erg}.$$

Maksimal levetid er da

$$t = E/L = 1.29 \cdot 10^{54}/4 \cdot 10^{39} \text{ sek} = 3.23 \cdot 10^{14} \text{ sek}.$$

$$\approx 5.38 \cdot 10^{12} \text{ min} = 8.96 \cdot 10^{10} t = 3.7 \cdot 10^{9} d \approx \underline{10^{7} \text{ år}}$$

e) Stjernene i en stjernehop har sannsynligvis samme alder og kjemisk sammensetning, men forskjellige masser. Siden tidsskalaen for stjerners utvikling er sterkt avhengig av stjerners masse, kan stjerner i en stjernehop variere sterkt i sitt utviklingstrinn, selv om masseforskjellene er forholdsvis små. Stjerner i en stjernehop kan derfor gi et "utviklingsspor" (-vei)

Antydet løsning. Oppgave 3 (forts.)

3e) (forts.) for en masse som tilsvarer et punkt der en stjerne kommer inn til eller forlater hovedserien i et HR-diagram. De kan altså vise hvor og hvordan stjerner beveger seg i et HR-diagram.

f) Planetariske tåker er ringformete (kule-formete) tåker av fluorescerende gass som omgir en meget varm sentralstjerne med en temperatur på kanskje 50000K. Tåken ekspanderer "sakte" med en hastighet lik 20–50 km/sek, og representerer sannsynligvis et meget sent stadium i en stjernes utvikling og liv. Planetariske tåker synes å være stjerner som gradvis frigir store masser (gass-mengder) uten å eksplodere, dvs. massive stjerner kan miste masse på denne måten uten å gjennomgå en supernova. Strålingstrykk eller turbulent bevegelse i stjernens indre presser de ytre lagene utover i rommet, og den "utsendte" gassen vil glede ved fluorescens på grunn av den intense utstrålingen fra "moderstjernen". Luminositeten L er proporsjonal med R^2 og T^4, dvs.

$$R/R_\odot = (L/L_\odot)^{1/2}(T_\odot/T)^2 = \sqrt{16}\,(1/20)^2 = 0.01$$

dvs. $\underline{R \approx 0.01\,R_\odot} \approx \underline{7\cdot 10^3\,\text{km} \approx R_j}$,

som tilsvarer en hvit dverg ganske godt.

g) Siden 10^8 parsec $= 3.26\cdot 10^8$ lysår,

eksploderte supernovaen for <u>326 millioner år siden</u>.

Apparent størrelsesklasse er gitt ved

$$M - m = 2.5\lg(I/I_0) = 5\lg(10/d) = 5 - 5\lg d$$

$$m = M + 5\lg d - 5 = -19 + 5\cdot 8 - 5 = \underline{\underline{+16}}$$

Antydet løsning: Oppgave 3 (forts.)

3e) (forts.) for en masse som tilsvarer et punkt der en stjerne kommer inn til eller forlater hovedserien i et HR-diagram. De kan altså vise hvor og hvordan stjerner beveger seg i et HR-diagram.

f) Planetariske tåker er ringformete (kule-formete) tåker av fluorescerende gass som omgir en meget varm sentralstjerne med en temperatur på kanskje 50000 K. Tåken ekspanderer "sakte" med en hastighet lik 20–50 km/sek, og representerer sannsynligvis et meget sent stadium i en stjernes utvikling og liv. Planetariske tåker synes å være stjerner som gradvis frigir store masser (gass-mengder) uten å eksplodere, dvs. massive stjerner kan miste masse på denne måten uten å gjennomgå en supernova. Strålingstrykk eller turbulent bevegelse i stjernens indre presser de ytre lagene utover i rommet, og den "utsendte" gassen vil glede ved fluorescens på grunn av den intense utstrålingen fra "moderstjernen". Luminositeten L er proporsjonal med R^2 og T^4, dvs.

$$R/R_\odot = (L/L_\odot)^{1/2}(T_\odot/T)^2 = \sqrt{16}\,(1/20)^2 = 0.01$$

dvs. $\underline{R \approx 0.01\, R_\odot} \approx \underline{7 \cdot 10^3\ \text{km} \approx R_J}$,

som tilsvarer en hvit dverg ganske godt.

g) Siden 10^8 parsec $= 3.26 \cdot 10^8$ lysår,

eksploderte supernovaen for 326 millioner år siden.

Apparent størrelsesklasse er gitt ved

$$M - m = 2.5\,\lg(I/I_0) = 5\,\lg(10/d) = 5 - 5\lg d$$

$$m = M + 5\lg d - 5 = -19 + 5 \cdot 8 - 5 = \underline{\underline{+16}}$$