Eksamen, NTNU

FY251 Astrofysikk I. 9/1 – 1999 (MNFFY-250 + SIF-4030)

Antydet løsning. Oppgave 1

a) Månens masse M_m og radius R_m, uttrykt ved jordens masse M_j og radius R_j, er

$$M_m = 0.0123\, M_j\,,$$
$$R_m = 0.273\, R_j\,,$$

dvs. forholdet mellom månens gravitasjonskraft på overflaten og jordens gravitasjonskraft på overflaten e

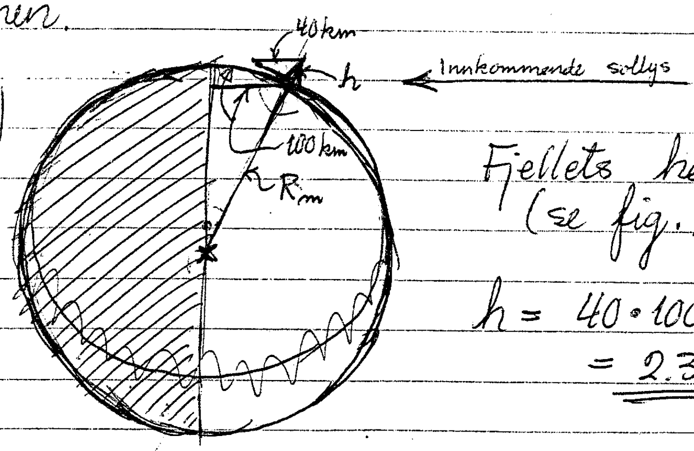
$$g_m/g_j = M_m R_j^2/(M_j R_m^2) = 0.0123/0.273^2 = \underline{0.165}$$

En mann som veier 100 kg på jorden veier da

$$0.165 \cdot 100 \text{ kg} = \underline{\underline{16.5 \text{ kg}}}$$

på månen.

b)



Fjellets høyde blir (se fig.):

$$h = 40 \cdot 100 / 1737 \text{ km}$$
$$= \underline{\underline{2.3 \text{ km}}}$$

c) Siden tyngdeakselerasjonen er gitt ved

$$g \propto M/r^2\,,$$

der r er avstanden fra planetens sentrum, får vi direk

$g_j / g_m = M_j / M_m = \underline{81.3}$,

d) For en ellipse (Merkurs bane) er avstand fra ellipsens sentrum til et brennpunkt (solen) lik

$$c = \varepsilon a = 0.206\, a,$$

dvs.

$$r_{max} = a + c = 1.206\, a, \quad = a(1+\varepsilon),$$
$$r_{min} = a - c = 0.794\, a, \quad = a(1-\varepsilon),$$

der a er ellipsens store halvakse. Forholdet mellom hastighetene v_1 i perihel og v_2 i aphel blir da (ifølge Keplers 2. lov)

$$v_1 / v_2 = r_{max} / r_{min} = 1.206 / 0.794 = 1.52$$

Middelhastigheten i banen er

$$v = 2\pi r / T = \frac{2\pi \cdot 0.387 \cdot 149\,598\,000}{0.24 \cdot 365.25 \cdot 24 \cdot 3600} \text{ km/sek} = 48 \text{ km/sek},$$

dvs.

$$v_1 = 1.52\, v_2,$$
$$v_1 + v_2 = 2.52\, v_2 = 2v = 96 \text{ km/sek},$$
$$v_2 = 96 / 2.52 \text{ km/sek} = \underline{38 \text{ km/sek}} \quad (= v(1-\varepsilon)),$$
$$v_1 = 1.52\, v_2 = \underline{58 \text{ km/sek}} \quad (= v(1+\varepsilon))$$

e) For en observatør på Merkur vil solen ha en vinkelhastighet (over himmelen) gitt ved

$$\omega = \omega_M - \omega_S = (2\pi / T_M) - (2\pi / T_S),$$

dvs. tilsvarende periode (et „Merkur-døgn") blir

$$T = 2\pi/\omega = (T_M^{-1} - T_S^{-1})^{-1} = [(1/58.7) - (1/88)]^{-1} \text{ „jord-døgn"}$$
$$= (0.01704 - 0.01136)^{-1} \text{ døgn} = \underline{\underline{176 \text{ døgn}}}$$

f) Solens „overflate" som vi observerer er fotosfæren, og koronaen er „gjennomsiktig" for oss. Temperaturen $6 \cdot 10^3$ K er bestemt ved lys emittert fra fotosfæren. Koronaens temperatur 10^6 K er bestemt ved midlere kinetisk energi for partiklene der, men vi observerer (normalt) ikke koronaen fra jorden. Osv. Osv.

Antydet løsning. Oppgave 2

a) Ifølge definisjonen er forholdet gitt ved

$$m_1 - m_2 = 2.5 \lg (I_2/I_1) = 8,$$
$$\lg (I_2/I_1) = 3.2,$$
$$I_2/I_1 = 1585 \approx \underline{\underline{1600}}.$$

b) Difinisjonen gir oss

$$I/I_0 = (10/d)^2 = (10/40)^2 = 1/16,$$
$$I_0 = 16\, I$$
$$M = 6 - 3 = \underline{\underline{3}},$$

eller vi får tilsvarende

$$M - m = 2.5\, lg\, (I/I_0) = 5\, lg\, (10/d) = 5 - 5 lg d$$
$$M = m + 5 - 5 lg d = 6 + 5 - 5\, lg\, 40 = 11 - 5 \cdot 1.6 = \underline{\underline{3}}$$

Og for den andre stjernen har vi

$$I/I_0 = (10/d)^2 = (10/5)^2 = 4,$$
$$I_0 = I/4,$$
$$M = 2 + 1.5 = \underline{\underline{3.5}},$$

eller

$$M = m + 5 - 5 lg d = 2 + 5 - 5\, lg\, 5 = 7 - 5 \cdot 0.7 = \underline{\underline{3.5}}.$$

c) Forskjellen i størrelsesklasse mellom de to stjernene tilsvarer et forhold i lysintensitet lik

$$lg\, (I_2/I_1) = (2.85 - 1.99)/2.5 = 0.344,$$
$$I_2/I_1 = 2.21,$$

dvs. samlet størrelsesklasse er gitt ved

$$(I_1 + I_2)/I_1 = I_c/I_1 = 3.21,$$
$$lg\, (I_c/I_1) = 0.507 = (m_1 - m_c)/2.5,$$
$$m_1 - m_c = 2.5 \cdot 0.507 = 1.27,$$
$$m_c = m_1 - 1.27 = 2.85 - 1.27 = \underline{\underline{1.58}}.$$

d) Med parallakse 0,127 buesek. er avstanden fra jorden lik

$$d = \alpha^{-1} = 0.127^{-1}\ \text{parsec} = 7.874\ \text{parsec}.$$

Den store halvakse i ellipsebanen er da

$$a = \frac{7.874 \cdot 2.5 \cdot 206265}{3600 \cdot 57.3} \text{ AU} = 19.68 \text{ AU},$$

og Keplers 3. lov gir oss direkte

$$M = M_1 + M_2 = a^3/T^2 = (19.68^3/60^2)\, M_\odot = \underline{\underline{2.1\, M_\odot}}.$$

e) Energirike nøytroner (produsert f.eks. i en supernova) kan kombinere med eksisterende grunnstoffer til nye ekstra nøytron-rike og ustabile atomkjerner som spaltes (f.eks. ved β-decay) til stabile atomer av tyngre grunnstoffer. Hvis de tyngre grunnstoffene på jorden er dannet slik før solsystemets „fødsel", betyr det at solen må være en „annen-generasjons" (eller yngre) stjerne, og universet må være mye eldre enn solen og sol-systemet. Osv. Osv.

f) Stjerner assosiert med spiralarmer i galakser kalles populasjon I og de andre stjernene tilhører gjerne populasjon II. Stjerner av populasjon I er unge stjerner som inneholder mer av metaller og tyngre elementer enn stjerner av populasjon II som er gamle stjerner. Når Melkeveien ble dannet, fikk vi først metallfattige stjerner av ekstrem populasjon II som vi f.eks. finner i kulehoper, osv. Etterhvert som Melkeveien utviklet seg til en „skive" og stjerner „døde" og spredte metaller og fusjonsprodukter i rommet, fikk vi „født" nye og mer metall-rike stjerner slik at stjerner av ekstrem populasjon I ute i spiralarmene er de yngste og mest metall-rike. Vi bruker som regel en populasjonsinndeling i fem typer: ekstrem og middels populasjon I, skivepopulasjon, og middels og ekstrem populasjon II. Stjerner med liten hastighet i forhold til solen vil da gjerne være populasjon-I stjerner, mens stjerner med stor hastighet gjerne er populasjon-II stjerner. Osv. Osv.

Antydet løsning. Oppgave 3

a) Vi finner direkte at Doppler-effekten gir

$$\Delta\lambda/\lambda = \sqrt{(1+v/c)/(1-v/c)} - 1 = 3.53,$$
$$\sqrt{(1+v/c)/(1-v/c)} = 4.53,$$
$$(1+v/c)/(1-v/c) = 20.52,$$
$$21.52(v/c) = 19.52,$$
$$\underline{\underline{v/c = 0.91}}.$$

b) Forskjellen i størrelsesklasse blir

$$M(\text{kvasar}) - M(\text{sol}) = -25-5 = -30.$$

Dit tilsvarer en faktor

$$\underline{\underline{100^6 = 10^{12}}}$$

i lysstyrke (luminositet). En parsec tilsvarer en avstand lik

$$1 \text{ parsec} = 206265 \text{ AU}.$$

Siden en parsec også tilsvarer en trigonometrisk parallaks lik et buesekund og den trigonometriske parallaks er vinkelen (i buesek.) tilsvarende en avstand lik 1 AU, er avstanden r til et objekt generelt gitt ved

$$r = 206265\, d/\alpha,$$

når d er diameter og α er tilsvarende vinkel (i buesek.).

Det gir en øvre grense for kvasaren lik

$$d = \alpha r / 206265 = 5 \cdot 10^9 / 206265 \text{ parsec} = \underline{\underline{2.4 \cdot 10^4 \text{ parsec}}}$$

c) Rødforskyvningen gir oss

$$z = \Delta\lambda/\lambda = \sqrt{(1+v/c)/(1-v/c)} - 1 = 0.36,$$
$$\sqrt{(1+v/c)/(1-v/c)} = 1.36,$$
$$(1+v/c)/(1-v/c) = 1.85,$$
$$2.85(v/c) = 0.85,$$
$$\underline{\underline{v/c = 0.3}}.$$

Avstanden til galaksen er da lik

$$r = v/H_0 = 0.3c/H_0 = 0.3 \cdot 3 \cdot 10^5 / 55 \text{ Mparsec}$$
$$= 0.3 \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 3.26 \cdot 10^6 / 55 \text{ lysår} = \underline{5.3 \cdot 10^9 \text{ lysår}}$$

Lyset ble altså utsendt for 5.3 milliarder år siden, og det er „tvilsomt" (ikke sannsynlig) at vårt solsystem eksisterte den gang.

d) Med

$H = 100$ km/sek. Mparsec

ville maksimal tid siden „big bang" være

$$t_H = H^{-1} = 10^6 \cdot 3.26 \cdot 3 \cdot 10^5/100 \text{ år} = 9.8 \cdot 10^9 \text{ år},$$

og for et lukket univers ville universets maksimale alder være

$$T = \frac{2}{3} t_H = \underline{\underline{6.6 \cdot 10^9 \text{ år}}},$$

dvs. mindre enn den antatte alder for flere av stjernehopene i vår egen galakse Melkeveien.

e) I Einstein–de Sitter modellen er rommet „euklidsk" og „krumningsfritt" eller „flatt", dvs.

$$\underline{\underline{k = 0}},$$
$$\underline{\underline{q_0 = \tfrac{1}{2}}},$$

og midlere massetetthet blir lik

$$\rho = \rho_c = 3H_0^2/8\pi G = \underline{\underline{5.7 \cdot 10^{-30} \text{ g/cm}^3}}.$$

f) Wiens forskyvningslov gir direkte

$$\lambda_{max} = C/T = 0.2897/2.7 \text{ cm} = \underline{\underline{1.1 \text{ mm}}}.$$