Eksamen. MNFFY 251. Astrofysikk I. 11/5 – 1999.

(MNFFY-250 + SIF-4030)

Antydet løsning. Oppgave 1.

a] Ved en solformørkelse er månen direkte mellom sola og jorda. Ved en måneformørkelse er jorda direkte mellom sola og månen. Det må gå (minst) ca $\frac{1}{2}$ måned $\approx$ 2 uker mellom disse to situasjonene (konfigurasjonene).

b] Et radarsignal som går med lyshastighet vil trenge

$$2r_m/c = \frac{2 \cdot 384400}{299800}\ \text{sek.} = \underline{\underline{2.56\ \text{sek.}}},$$

tur-retur. Skjæringslinjen mellom baneplanene vil bevege seg

$$\phi_1 + \phi_2 = \left(\frac{360}{18.6}\right)^\circ + \left(\frac{360}{8.85}\right)^\circ = 19.35^\circ + 40.68^\circ = \underline{\underline{60.03^\circ}}$$

vestover pr. år i forhold til den store halvakse i månens ellipsebane. Tilsvarende periode blir altså

$$T = \frac{360}{60.03}\ \text{år} \approx \underline{\underline{6\ \text{år}}}.$$

c] Tidevannseffekten er generelt proporsjonal med M/r^3, dvs. forholdet er gitt ved

$$\frac{M_\odot/M_m}{(r_\odot/r_m)^3} = \frac{2 \cdot 10^{33} \cdot 81.3}{5.98 \cdot 10^{27}(149600/384.4)^3} = \underline{\underline{0.46}} \quad \left(= \frac{(M_\odot/M_j)(M_j/M_m)}{(r_\odot/r_m)^3}\right)$$

d] For en planet utenfor jorda i solsystemet tilsvarer den synodiske perioden tiden jorda bruker til å gå et omløp mer rundt sola enn planeten, siden jorda går raskere i sin indre bane. Hvis S er planetens synodiske periode, vil tilbakelagt vinkel i løpet av den sideriske perioden P være lik 2π, og tilbakelagt vinkel i løpet av den synodiske perioden være lik $2\pi(S/P)$. I samme tidsrom (den synodiske perioden) tilbakelegger jorda en vinkel lik $2\pi S$, som er et omløp (dvs. 2π) mer enn planeten gjør, dvs.

$$2\pi\,(S/P) + 2\pi = 2\pi S,$$
$$(1/P) + (1/S) = 1,$$
$$(1/P) = 1 - (1/S) = 1 - (1/1.03513) = 1 - 0.96606 = 0.03394,$$
$$P = 1/0.03394 \text{ år} = \underline{\underline{29.46 \text{ år}}}$$

e/ Mannens vekt er gitt ved

$$mg = mM/R^2 = X,$$

dvs. vekta på asteroiden blir

$$X = 100\,(M_A/R_A^2)/(M_j/R_j^2) = 100\,(M_A/M_j)(R_j/R_A)^2$$
$$= 100 \cdot 400/10000 \text{ kg} = \underline{\underline{4 \text{ kg}}}$$

Asteroidens diameter: $2R_j/20 = 12756/20$ km $=$ $\underline{\underline{638 \text{ km}}}$

Dette tilsvarer ca. <u>Ceres (940 km)</u> eller <u>Pallas (540 km)</u>
eller <u>Vesta (510 km)</u>

f/ Med jordas diameter lik $2R_j$ får vi direkte at mulig vinkelforskjell blir lik

$$2R_j/d = 12756/10^7 \text{ radianer} \quad (\underline{\underline{= 0.073^\circ}})$$
$$= 12756 \cdot 3600 \cdot 57.3/10^7 \text{ buesek.} = \underline{\underline{263'' \approx 4.4'}}$$

g/ Et "lett" og et "tungt" legeme vil falle like fort på månen (som antydet allerede av Galilei), spesielt siden vi har ingen luftmotstand på månen og mindre tyngdeakselerasjon enn på jorda. På jorda vil vi i praksis få forskjell på grunn av luftmotstanden, siden jorda har atmosfære, men ikke månen.

Antydet løsning. Oppgave 2

a) Med sentrifugal- (sentripetal-) kraft lik gravitasjonskraften fra jorda, får vi

$$mv^2/r = mMG/r^2,$$

dvs. $v = \sqrt{GM/r} = \sqrt{6.67\cdot 10^{-11}\cdot 5.98\cdot 10^{24}/6.39\cdot 10^{6}}$ m/sek.

$= \sqrt{6.24\cdot 10^{7}}$ m/sek. $\simeq 7.9\cdot 10^{3}$ m/sek $= \underline{\underline{7.9 \text{ km/sek}}}$

b) Siden $r_p = a-c = a(1-\varepsilon)$, $\quad$ (r_p = perihel-avstand = r_{min})

$r_a = a+c = a(1+\varepsilon)$, $\quad$ (r_a = aphel-avstand = r_{max})

$\left(a = \frac{r_a+r_p}{2},\ c = \sqrt{a^2-b^2} = \frac{r_a-r_p}{2},\ \varepsilon = \frac{c}{a}\right)$

får vi $\varepsilon = \frac{r_a-r_p}{r_a+r_p} = \frac{152.1-147.2}{152.1+147.2} = \frac{4.9}{299.3} = \underline{\underline{0.016}}$ $\left(= \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}\right)$

c) $(m=1)\to(n=2)$: $\lambda^{-1} = 109678\left(1-\frac{1}{4}\right)\text{cm}^{-1}$; absorpsjon

$\lambda = \frac{4}{109678\cdot 3}$ cm $= \underline{\underline{1216 \text{ Å}}}$, Lyman 1

$(m=1)\to(n=4)$: $\lambda^{-1} = 109678\left(1-\frac{1}{16}\right)\text{cm}^{-1}$; absorpsjon

$\lambda = \frac{16}{109678\cdot 15}$ cm $= \underline{\underline{973 \text{ Å}}}$, Lyman 3

$(m=2)\to(n=13)$: $\lambda^{-1} = 109678\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{169}\right)\text{cm}^{-1}$, absorpsjon

$\lambda = \frac{4\cdot 169}{109678\cdot 165}$ cm $= \underline{\underline{3735 \text{ Å}}}$, Balmer 11

$(m=3)\to(n=8)$: $\lambda^{-1} = 109678\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{64}\right)\text{cm}^{-1}$, absorpsjon

$\lambda = \frac{9\cdot 64}{109678\cdot 55}$ cm $= \underline{\underline{9549 \text{ Å}}}$, Paschen 5

$(n=17)\to(m=2)$: $\lambda^{-1} = 109678\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{289}\right)\text{cm}^{-1}$, emisjon

$\lambda = \frac{4\cdot 289}{109678\cdot 285}$ cm $= \underline{\underline{3698 \text{ Å}}}$, Balmer 15

$(n=14)\to(m=5)$: $\lambda^{-1} = 109678\left(\frac{1}{25}-\frac{1}{196}\right)\text{cm}^{-1}$, emisjon

$\lambda = \frac{25\cdot 196}{109678\cdot 171}$ cm $= 26126$ Å, Pfund 9

d) Solas "overflate" som vi observerer er fotosfæren, og koronaen er "gjennomsiktig" for oss. Temperaturen $6\cdot 10^3$ K

er bestemt ved lys emittert fra fotosfæren. Koronaens temperatur 10^6 K er bestemt ved midlere kinetisk energi for partiklene der, men vi observerer (normalt) ikke koronaen fra jorda. Osv. Osv. Osv.
Partiklene i koronaen blir eksitert av "utbrudd" fra underliggende lag.

e] Ifølge definisjonen er diameteren gitt ved

$$D(AU) = d(parsec)\cdot\alpha('') = d(AU)\cdot\alpha(radianer),$$

siden det er 206265'' i 1 radian og 206265 AU i 1 parsec, dvs. vi får følgende resultater:

Stjerne	Diameter (AU)	Sammenligning
Aldebaran	0.42	
Antares	6.00	> Mars' bane
Arcturus	0.22	
Betelgeuse	6.30	> Mars' bane
Mira	3.92	> Mars' bane
Ras Algeti	4.50	> Mars' bane
Scheat	1.05	

f] Avstanden sol–jord blir

$$1\ AU = \frac{1}{206265}\ parsec = \underline{4.8\cdot 10^{-6}\ parsec}$$

Hvis sola flyttes til en avstand lik 10 parsec, tilsvarer det en faktor i avstandsøkning lik

$$10\cdot 206265 = 2.06\cdot 10^6.$$

Lysintensiteten vil da avta med en faktor $(2\cdot 10^6)^2 = 4\cdot 10^{12}$
Og absolutt størrelsesklasse blir:

$$M = m + 5 - 5\lg d = -26.5 + 5 + 30 - 5\cdot 0.7 = \underline{+5}$$

g] Hvis stjernene ble flyttet til 100 parsec, ville apparent størrelsesklasse bli +5 i tillegg til absolutt størrelsesklasse. Den eneste stjernen som vi da kanskje kunne se ville være Sirius med en apparent størrelse

$$+1.4 + 5 = \underline{+6.4}$$ (akkurat på grensen for det synlige,

Antydet løsning: Oppgave 3

a] Ifølge Wiens forskyvningslov er

$$\lambda_{max} T = 0.2897 \text{ cm}\cdot\text{K},$$

dvs. for

$\lambda_{max} = 0.5\cdot 10^{-5}$ cm: $T = 58000$ K, dvs. spektralklasse O
$\lambda_{max} = 2.9\cdot 10^{-5}$ cm: $T = 10000$ K, dvs. spektralklasse A
$\lambda_{max} = 6\cdot 10^{-5}$ cm: $T = 4800$ K, dvs. spektralklasse K
$\lambda_{max} = 12\cdot 10^{-5}$ cm: $T = 2400$ K, dvs. spektralklasse M
$\lambda_{max} = 15\cdot 10^{-5}$ cm: $T = 1930$ K, dvs. spektralklasse M

b] Når 4 protoner omformes til en helium-kjerne transformeres en masse lik

$$\Delta m = (4\cdot 1.6725 - 6.642)\cdot 10^{-24} g = \underline{0.048\cdot 10^{-24} g}$$

Omforming av 1 g hydrogen til helium frigjør da

$$\Delta E = (\Delta m^{(1g)})c^2 = 0.048\,(3\cdot 10^{10})^2/(4\cdot 1.6725) \text{ erg} = \underline{6.46\cdot 10^{18} \text{ erg}}$$

Total energi tilgjengelig blir

$$E = Mc^2 = 6.46\cdot 10^{18}\cdot 10^{33} \text{ erg} = \underline{6.46\cdot 10^{51} \text{ erg}}$$

Maksimal levetid er da

$$t = E/L = 6.46\cdot 10^{51}/4\cdot 10^{32} \text{ sek.} = 1.615\cdot 10^{19} \text{ sek} \approx 2.69\cdot 10^{17} \text{ min}$$
$$\approx 4.48\cdot 10^{15} \text{ t.} \approx 1.87\cdot 10^{13} \text{ d.} \approx \underline{5\cdot 10^{11} \text{ år}}$$

c] Avstanden til stjernen er $d = (1/\alpha[''])$ i [parsec], dvs.

$$d = \frac{206265\cdot 1.496\cdot 10^8}{0.474} \text{ km} = \underline{6.51\cdot 10^{13} \text{ km}}$$

Tangentialhastigheten blir da lik

$$V_t = d\cdot\alpha_t = \frac{6.51\cdot 10^{13}\cdot 3}{57.3\cdot 60\cdot 60\cdot 365.25\cdot 24\cdot 3600} \text{ km/sek} = \underline{30 \text{ km/sek}}$$

Og romhastigheten blir

$$V = \sqrt{V_t^2 + V_r^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} \text{ km/sek} = \underline{50 \text{ km/sek}}$$

d] Med parallaks lik 0.127" er avstanden fra jorda

$$d\,(\text{parsec}) = \alpha('')^{-1} = 0.127^{-1}\,\text{parsec} = \underline{7.874\ \text{parsec}}$$

Den store halvakse i ellipsebanen er da

$$a = \frac{7.874 \cdot 2.5 \cdot 206265}{3600 \cdot 57.3}\ AU = 7.874 \cdot 2.5\ AU = \underline{19.68\ AU},$$

og Keplers 3. lov gir oss direkte

$$M = M_1 + M_2 = a^3/T^2 = (19.68^3/60^2)\,M_\odot = \underline{\underline{2.1\,M_\odot}}$$

e] I synsretningen mot eller fra galaksesenteret er en hastighetsforskjell p.g.a. galaksens differensielle rotasjonsbevegelse rettet normalt synsretningen, og gir ingen Doppler-effekt som kan observeres. Derimot kan vi se hastighetsforskjeller (for hydrogen) som gir en netto Doppler-effekt i synsretningen normalt retningen mot galaksesenteret.

f] Når $c + a = a(1+\varepsilon) \approx 2a$,

gir Keplers tredje lov:

$$T = a^{3/2}/\sqrt{M} = (5000 \cdot 206265)^{3/2}/\sqrt{10^{11}}\ \text{år}$$

$$= 3.312 \cdot 10^{13}/3.162 \cdot 10^5\ \text{år} = \underline{1.05 \cdot 10^8\ \text{år}}\ (= \underline{105\ \text{mill. år}})$$

g] Relativistisk Doppler-effekt gir her

$$\Delta\lambda/\lambda = \sqrt{(1+v/c)/(1-v/c)} - 1 = 3.53,$$

$$\sqrt{(1+v/c)/(1-v/c)} = 4.53,$$

$$(1+v/c)/(1-v/c) = 20.52,$$

$$v/c = 19.52/21.52 = 0.91$$

dvs. $V = 0.91c = 0.91 \cdot 3 \cdot 10^5\ km/sek = \underline{273000\ km/sek}$