ENGLISH

PROBLEM 1 (60%)

(a) Draw the general primitive vertices used in Feynman diagrams for the following cases: electromagnetic interactions, charged weak interactions, neutral weak interactions, and strong interactions. In each case, explain your notation.

Consider now a different problem. Describe in detail what is meant by the concepts below. It counts as positive if you can also point out the relation between some of these concepts. You should use equations in addition to text when you explain these concepts. It is important that you present the concepts below in a clear and logical way, in effect not just by listing several 'keywords' that are relevant in each case.

(b) Gauge theories and global vs. local gauge symmetries.
(c) Spontaneous symmetry breaking.
(d) The Higgs mechanism.
(e) Asymptotic freedom in QCD (you only need to define properly what this means - there is no need for a detailed discussion with equations here).
(f) Electroweak theory.
(g) Renormalization in the context of Feynman diagrams.

PROBLEM 2 (40%)

Consider electron-muon scattering $e^- + \mu^- \to e^- + \mu^-$.

(a) Draw the lowest order Feynman diagram and compute $\mathcal{M}$.

(b) Use Casimir's trick to obtain an explicit expression for $\langle|\mathcal{M}|^2\rangle$, which includes a trace over γ^μ-matrices and 4-momenta.

Consider now a different problem: electron-positron scattering ***near the*** Z^0***-pole***, in effect very high energy scattering (much higher than the masses of the particles in the problem): $e^- + e^+ \to f + \bar{f}$ where f is a quark or lepton (except an electron). After performing Casimir's trick, one obtains

$$\langle|\mathcal{M}|^2\rangle = \frac{1}{2}\left[\frac{g_z^2}{q^2-(M_Zc)^2}\right]^2\Big[[(c_V^f)^2+(c_A^f)^2][(c_V^e)^2+(c_A^e)^2]\times[(p_1p_3)(p_2p_4)+(p_1p_4)(p_2p_3)]$$
$$+4c_V^fc_A^fc_V^ec_A^e[(p_1p_3)(p_2p_4)-(p_1p_4)(p_2p_3)]\Big] \tag{1}$$

Above, E is the energy of each particle and θ is the angle between $\mathbf{p}_1$ and $\mathbf{p}_3$ while $q = p_1 + p_2 = p_3 + p_4$. The electron is labelled p_1, positron p_2, antifermion p_3, fermion p_4. The differential scattering cross section in the CM frame for a generic process $1+2 \to 3+4$ is given by the formula:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{8\pi}\right)^2 \frac{S\langle|\mathcal{M}|^2\rangle}{(E_1+E_2)^2}\frac{|\mathbf{p}_f|}{|\mathbf{p}_i|}. \tag{2}$$

The meaning of the symbols should be known.

(c) Draw the Feynman diagram for this process which is consistent with the above notation. Perform a detailed calculation which shows that the total cross section for our electron-positron scattering process is given by

$$\sigma = F(E, M_Z)\times G(c_V^f, c_A^f, c_V^e, c_A^e) \tag{3}$$

where E is the energy of the particles and M_Z is the Z^0-boson mass. Identify explicit expression for the functions F and G.

Formulae that may be useful. The meaning of the symbols is assumed to be known.

$$\bar{\Psi} \equiv \Psi^\dagger\gamma^0,\ \bar{\Gamma} \equiv \gamma^0\Gamma^\dagger\gamma^0,\ \sum_{s=1,2} u^{(s)}\bar{u}^{(s)} = (\gamma^\mu p_\mu + mc),\ \sum_{s=1,2} v^{(s)}\bar{v}^{(s)} = (\gamma^\mu p_\mu - mc),\ (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0,\ (\gamma^0)^2 = 1,\ \gamma^\nu = \gamma^0(\gamma^\nu)^\dagger\gamma^0. \tag{4}$$

Photon internal line: $-ig_{\mu\nu}/q^2$. Vertex factor: $ig_e\gamma^\mu$.

BOKMÅL

OPPGAVE 1 (60%)

(a) Tegn de generelle primitive verteksene som brukes i Feynman diagrammer for følgende tilfeller: elektromagnetisk vekselvirkning, ladet svak vekselvirkning, nøytral svak vekselvirkning samt sterk vekselvirkning. Forklar i hvert av tilfellene hva din notasjon betyr.

Betrakt nå et annet problem. Beskriv detaljert hva som menes med hvert av konseptene nedenfor. Det teller positivt dersom du også kan trekke frem sammenhenger mellom konseptene. Du bør bruke både likninger og tekst når du forklarer konseptene. Det er viktig at din presentasjon av konseptene er tydelig og logisk - det holder ikke å bare skrive opp flere 'stikkord' som er relevante i hvert tilfelle.

(b) Gauge teorier samt globale og lokale gauge symmetrier.
(c) Spontant symmetri brudd.
(d) Higgs mekanismen.
(e) Asymptotisk frihet i kvantekromodynamikk (du trenger her kun å definere hva som menes med dette begrepet - en inngående diskusjon med likninger er ikke nødvendig).
(f) Elektrosvak teori.
(g) Renormalisering i sammenheng med Feynman diagrammer.

OPPGAVE 2 (40%)

Betrakt elektron-muon spredning $e^- + \mu^- \to e^- + \mu^-$.

(a) Tegn det laveste ordens Feynman diagrammet og beregn $\mathcal{M}$.

(b) Bruk Casimir's knep til å utlede et eksplisitt uttrykk for $\langle|\mathcal{M}|^2\rangle$, som inkluderer et 'trace' over γ^μ-matriser og 4-impulser.

Betrakt nå et annet problem: elektron-positron spredning ***nær Z^0-polen***, dvs. spredning med veldig høy energi (mye høyere enn massene til partiklene i problemet): $e^- + e^+ \to f + \bar{f}$ hvor f er en kvark eller et lepton (med unntak av et elektron). Etter å ha utført Casimir's knep får man:

$$\langle|\mathcal{M}|^2\rangle = \frac{1}{2}\left[\frac{g_z^2}{q^2-(M_Z c)^2}\right]^2\Big[[(c_V^f)^2+(c_A^f)^2][(c_V^e)^2+(c_A^e)^2]\times[(p_1p_3)(p_2p_4)+(p_1p_4)(p_2p_3)]$$
$$+4c_V^f c_A^f c_V^e c_A^e[(p_1p_3)(p_2p_4)-(p_1p_4)(p_2p_3)]\Big] \tag{5}$$

Her er E energien til hver partikkel mens θ er vinkelen mellom $\mathbf{p}_1$og $\mathbf{p}_3$ samt $q = p_1 + p_2 = p_3 + p_4$. Elektronet kalles p_1, positronet p_2, antifermionet p_3, fermionet p_4. Det differensielle spredningstverrsnittet i masse-senter referansesystemet for en generell prosess $1+2 \to 3+4$ er gitt ved likningen:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{8\pi}\right)^2 \frac{S\langle|\mathcal{M}|^2\rangle}{(E_1+E_2)^2}\frac{|\mathbf{p}_f|}{|\mathbf{p}_i|}. \tag{6}$$

Betydningen av symbolene antas være kjent.

(c) Utfør en detaljert beregning som viser at det totale spredningstverrsnittet for vår elektron-positron sprednings prosess er gitt ved:

$$\sigma = F(E, M_Z)\times G(c_V^f, c_A^f, c_V^e, c_A^e) \tag{7}$$

hvor E er energien til partiklene og M_Z er Z^0 boson massen. Identifiser konkrete uttrykk for funksjonene F og G.

Likninger som kan være nyttige. Betydningen til symbolene er antatt å være kjent.

$$\bar{\Psi} \equiv \Psi^\dagger\gamma^0,\ \bar{\Gamma} \equiv \gamma^0\Gamma^\dagger\gamma^0,\ \sum_{s=1,2} u^{(s)}\bar{u}^{(s)} = (\gamma^\mu p_\mu + mc),\ \sum_{s=1,2} v^{(s)}\bar{v}^{(s)} = (\gamma^\mu p_\mu - mc),\ (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0,\ (\gamma^0)^2 = 1,\ \gamma^\nu = \gamma^0(\gamma^\nu)^\dagger\gamma^0. \tag{8}$$

Intern foton linje: $-\mathrm{i}g_{\mu\nu}/q^2$. Verteks faktor: $\mathrm{i}g_e\gamma^\mu$.

NYNORSK

OPPGÅVE 1 (60%)

(a) Teikn dei generelle primitive verteksane som vert brukte i Feynman diagram for følgjande tilfelle: elektromagnetisk vekselvirkning, ladet svak vekselvirkning, nøytral svak vekselvirkning og dessutan sterk vekselvirkning. Forklar i kvart av tilfella kva notasjonen din tyder.

Vurder no eit anna problem. Skildre detaljert kva som vert meint med kvart av konsepta nedanfor. Det tel positivt dersom du og kan trekkje fram samanhengar mellom konsepta. Du bør bruke både likningar og tekst når du forklarer konsepta. Det er viktig at presentasjonen din av konsepta er tydeleg og logisk - det held ikkje å berre skrive opp fleire 'stikkord' som er relevante i kvart tilfelle.

(b) Gauge teoriar og dessutan globale og lokale gauge symmetriar.
(c) Spontant symmetri brot.
(d) Higgs mekanismen.
(e) Asymptotisk fridom i kvantekromodynamikk (du treng her berre å definere kva som vert meint med dette omgrepet - ein inngåande diskusjon med likningar er ikkje naudsynt).
(f) Elektrosvak teori.
(g) Renormalisering i samanheng med Feynman diagram.

OPPGÅVE 2 (40%)

Betrakt elektron-muon spreiing $e^- + \mu^- \to e^- + \mu^-$.

(a) Teikn Feynman diagrammet til lågaste orden og berekn $\mathcal{M}$.

(b) Bruk Casimir's knep til å utlede eit eksplisitt uttrykk for $\langle|\mathcal{M}|^2\rangle$, som inkluderer eit 'trace' over γ^μ-matriser og 4-impulsar.

Vurder no eit anna problem: elektron-positrion spreiing ***nær*** Z^0***-polen***, dvs. spreiing med veldig høg energi (mykje høgare enn massane til partiklane i problemet): $e^- + e^+ \to f + \bar{f}$ der f er ein kvark eller eit lepton (med unntak av eit elektron). Etter å ha utført Casimir's knep får ein:

$$\langle|\mathcal{M}|^2\rangle = \frac{1}{2}\left[\frac{g_z^2}{q^2-(M_Zc)^2}\right]^2\Big[[(c_V^f)^2+(c_A^f)^2][(c_V^e)^2+(c_A^e)^2]\times[(p_1p_3)(p_2p_4)+(p_1p_4)(p_2p_3)]$$
$$+4c_V^fc_A^fc_V^ec_A^e[(p_1p_3)(p_2p_4)-(p_1p_4)(p_2p_3)]\Big] \tag{9}$$

Her er E energien til kvar partikkel medan θ er vinkelen mellom $\mathbf{p}_1$og $\mathbf{p}_3$ og dessutan $q = p_1 + p_2 = p_3 + p_4$. Elektronet vert kalla p_1, positronet p_2, antifermionet p_3, fermionet p_4. Det differensielle spreiingstverrsnittet i masse-senter referansesystemet for ein generell prosess $1+2 \to 3+4$ er gjeve ved likningen:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{8\pi}\right)^2 \frac{S\langle|\mathcal{M}|^2\rangle}{(E_1+E_2)^2}\frac{|\mathbf{p}_f|}{|\mathbf{p}_i|}. \tag{10}$$

Tydinga av symbola vert antekne kjenne.

(c) Utfør ein detaljert beregning som viser at det totale spreiingstverrsnittet for vår elektron-positron spreiing er gjeven ved:

$$\sigma = F(E, M_Z)\times G(c_V^f, c_A^f, c_V^e, c_A^e) \tag{11}$$

kor E er energien til partiklane og M_Z er Z^0 boson massen. Identifiser konkrete uttrykk for funksjonane F og G.

Likningar som kan vere nyttige. Tydinga til symbola er antekne å vere kjent.

$$\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger\gamma^0,\ \bar{\Gamma} \equiv \gamma^0\Gamma^\dagger\gamma^0,\ \sum_{s=1,2} u^{(s)}\bar{u}^{(s)} = (\gamma^\mu p_\mu + mc),\ \sum_{s=1,2} v^{(s)}\bar{v}^{(s)} = (\gamma^\mu p_\mu - mc),\ (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0,\ (\gamma^0)^2 = 1,\ \gamma^\nu = \gamma^0(\gamma^\nu)^\dagger\gamma^0. \tag{12}$$

Intern foton linje: $-\mathrm{i}g_{\mu\nu}/q^2$. Verteks faktor: $\mathrm{i}g_e\gamma^\mu$.