

Eksamen FY6013 Mekanikk 1. desember 2021. 25 deloppgaver med lik vekt.

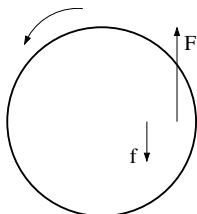
1. På torget snurrer den gamle karusellen rundt og rundt, til glede for store og små. Karusellens diameter er $d = 10.0$ m, og den dras i gang slik at omløpt vinkel ϕ en tid t etter start er

$$\phi(t) = \phi_0 \left(e^{-\omega_0 t/10} - 1 \right) + \omega_0 t.$$

Her er $\phi_0 = 10$ radianer og $\omega_0 = 0.25$ rad/s. Karusellen kan betraktes som ei kompakt skive med masse $M = 3000$ kg og treghetsmoment $I_0 = Md^2/8$.

a. Tegn opp grafen til $\phi(t)$, fra den starter ved $t = 0$ og til det har gått 3 minutter. Hvor mange runder har karusellen rotert i løpet av denne tiden?

b. Hva er karusellens maksimale vinkelhastighet?



c. En motor under karusellen sørger for at karusellskiva utsettes for en kraft $F(t)$ i fartsretningen, med angrepspunkt 4.0 m fra sentrum. En konstant friksjonskraft $f = 5.0$ kN virker *mot* fartsretningen, med angrepspunkt 2.5 m fra sentrum. Hvor stor er motorkraften F helt i starten, dvs umiddelbart etter tidspunktet $t = 0$?

2. En kloss sendes i vei med starthastighet $v_0 = 2.0$ m/s oppover et skråplan. Klossen har masse $m = 0.25$ kg, skråplanet danner en vinkel $\beta = 30^\circ$ med horisontalen, og friksjonskoeffisientene mellom kloss og skråplan er $\mu = 0.15$. (Vi antar her for enkelhets skyld at statisk og kinetisk friksjonskoeffisient er like store.)

a. Tegn to figurer (fritt-legeme-diagram), en der klossen er på vei oppover skråplanet og en der klossen er på vei nedover, og angi i begge figurer alle kreftene som virker på klossen, samt fartsretningen.

b. Hvor langt glir klossen før den snur? Hvor langt glir klossen nedover før farten igjen er 2.0 m/s?

På det samme skråplanet sender du nå ei kompakt kule oppover, med like stor starthastighet 2.0 m/s. Kula har masse 0.25 kg og diameter 35 mm, og det er tilstrekkelig friksjon mellom kule og skråplan til at den ruller rent uten å gli.

c. Tegn to figurer (fritt-legeme-diagram), en der kula er på vei oppover skråplanet og en der kula er på vei nedover, og angi i begge figurer alle kreftene som virker på kula, samt fartsretningen.

d. Hvor langt ruller kula før den snur? Hvor langt ruller kula nedover før farten igjen er 2.0 m/s?

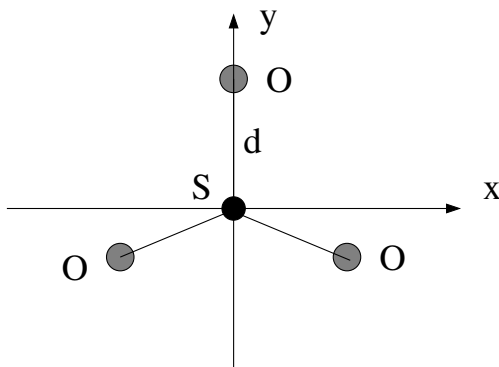
3.



a. Ei vogn med masse m og fart v_0 kolliderer fullstendig uelastisk med ei vogn med masse $2m$ som står i ro. Hva er vognenes felles hastighet etter kollisjonen? Hvor stor andel av den kinetiske energien gikk tapt i kollisjonen?

b. Anta nå at kollisjonen mellom disse to vognene er fullstendig elastisk. Etter kollisjonen, hva er hastigheten v_1 til vogna med masse m , og hva er hastigheten v_2 til vogna med masse $2m$?

4.



Svoveltriksid, SO_3 , er et trigonalt og plant molekyl med S i sentrum. Atomære masser er $16u$ for O og $32u$ for S . Avstanden mellom S og hver av de tre O -atomene er $d = 142$ pm. Vinklene O - S - O er 120° . Anta at molekylet ligger i xy -planet, med S i origo og et av O -atomene på y -aksen.

a. Hva er treghetsmomentet I_z med hensyn på z -aksen?

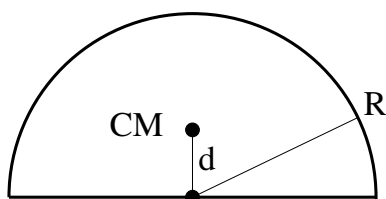
b. Hva er treghetsmomentet I_y med hensyn på y -aksen?

c. Hva er treghetsmomentet I_x med hensyn på x -aksen?

d. Hva er treghetsmomentet I_{zO} med hensyn på en akse gjennom et O -atom og som er parallell med z -aksen? (Tips: Steiners sats.)

Bruk enheten ud^2 for treghetsmomentene i denne oppgaven. ($1ud^2 \simeq 3.35 \cdot 10^{-47}$ kg når $d = 142$ pm.)

5.



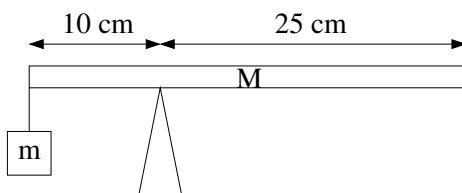
Massesenteret til ei kompakt halvkule med masse M og radius R ligger en avstand $d = 3R/8$ fra origo, der origo angir posisjonen til massesenteret dersom vi hadde hatt *hele* kula, med masse $2M$. Med dette som utgangspunkt, vis at treghetsmomentet til halvkula med hensyn på akse som går gjennom halvkulas massesenter og som i figuren står vinkelrett på papirplanet er

$$I_0 = \frac{n}{320} MR^2.$$

Med andre ord, fastlegg det hele oddetallet n i dette uttrykket.

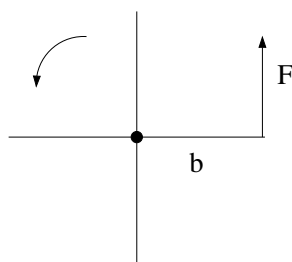
Tips: Steiners sats.

6.



Ei jevntjukk stang med et lodd hengt på i enden balanserer, som vist i figuren. Stangas masse er $M = 0.80$ kg. Hva er loddets masse m ? Hvor stor er normalkraften i balansepunktet?

7.



a. Ei svingdør har 4 dørblad, hver med bredde b og masse M . Du setter svingdøra i rotasjon med en skyvkraft F . Hvorfor velger du å dytte helt ytterst på et av dørbladene, og med F normalt på dørbladet?

b. Vis at svingdøra får en vinkelakselerasjon

$$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta} = \frac{3F}{4Mb}.$$

(Vi ser bort fra friksjon. Det er ikke nødvendig å *utlede* uttrykket for hvert av dørbladenes treghetsmoment.)

c. Anta at $M = 40$ kg, $b = 1.0$ m, og at du skyver med en konstant kraft $F = 30$ N. Hvor lang tid bruker du da på å rotere svingdøra en vinkel 90° (dvs $\pi/2$ rad)?

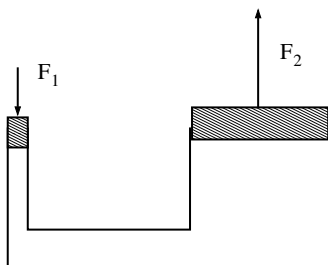
8. Ei snookerkule har masse M og radius R . Vi antar at kula er kompakt, med uniform massefordeling. Kula har fått et kortvarig horisontalt støt ved tidspunktet $t = 0$, slik at den starter sin ferd bortover det filtkledde bordet med hastighet V_0 , men uten rotasjon, dvs med vinkelhastighet $\omega_0 = 0$. Kinetisk friksjonskoeffisient mellom kule og bord er $\mu = 1/5$.

a. Tegn et fritt-legeme-diagram for snookerkula like etter støtet. Angi kulas hastighet, og alle ytre krefter som virker på kula. Kraftene skal ha riktig angrepspunkt, retning og innbyrdes relativ absoluttverdi.

b. Kula glir (slurer) inntil den ved et tidspunkt $t = \tau$ begynner å rulle rent uten å gli. Tegn/skisser grafene for kulas hastighet $V(t)$ og kulas vinkelhastighet $\omega(t)$ for tidsintervallet $0 < t < 2\tau$. Hvis $V = V_1$ etter $t = \tau$, hva er da ω_1 etter $t = \tau$?

9. Bromoform, CHBr_3 , har massetetthet 2.89 g/cm³. Hva er trykket 1.5 m under overflaten i et stort kar med en slik væske?

10.

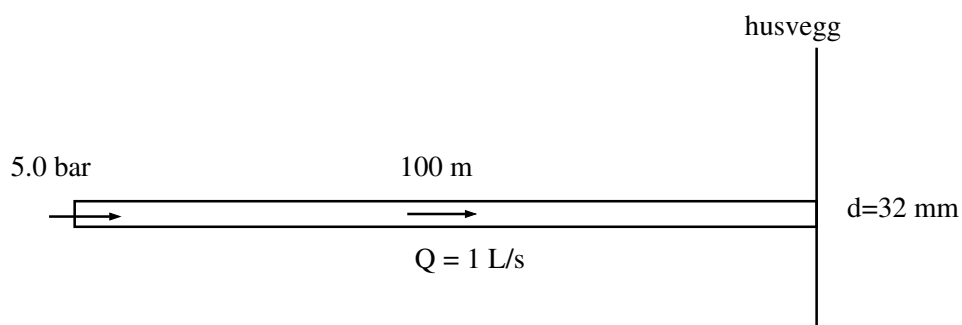


På en liten hydraulisk ”jekk” er kapasiteten oppgitt til 4 tonn. Diameteren på sylindren som løfter massen 4000 kg er 30 mm. Anta at det trengs en kraft 500 N på den tynne sylindren for å generere et slik løft. Hva er da diameteren til den tynne sylindren? (Tips: Pascals prinsipp.)

11. En trekloss flyter i vann med 75% av klossens volum under vannets overflate. Hva er treklossens massetetthet? (Tips: Arkimedes’ lov.)

12. Ei bøtte med sirkulært tverrsnitt og diameter 30 cm er fylt med 25 liter vann. Bøtta har et lite hull i sideveggen, 10 cm over bunnen. Med hvor stor fart strømmer vannet ut av hullet? (Tips: Bernoullis lov.)

13.



Inn til en husvegg går et vannrør med indre diameter $d = 32$ mm og lengde 100 m. Kommunen sørger for et konstant vanntrykk 5.0 bar der vannet strømmer inn i røret, i avstand 100 m fra husveggen. Dersom du ikke tapper vann på innsiden av husveggen, er vanntrykket også der 5.0 bar. Hvis du skrur opp krana og tapper vann, vil vanntrykket bli noe redusert inne i huset på grunn av strømningsmotstand i tilførselsrøret. Med hvor mye reduseres vanntrykket inne dersom du tapper 1 liter vann pr sekund? Vannets viskositet er $\eta = 0.0010$ Pa s.
(Tips: Poiseuilles lov.)
