

1. $M = \rho V = \rho \cdot 4\pi r^3/3 = \rho \cdot \pi d^3/6$ slik at $d = (6m/\pi\rho)^{1/3} = 43.7$ mm.

2. Vertikalt faller steinen fra høyde h med konstant akselerasjon $g/6$. Dette tar en tid t gitt ved $h = gt^2/12$, dvs $t = \sqrt{12h/g}$. Horisontal lengde på kastet blir dermed $x = v_0 t = 18 \cdot \sqrt{12 \cdot 1.7/9.81}$ m = 26 m.

3. Newtons 2. lov (N2), $dp = F dt$, gir her $F_{\max} \cdot \tau/2 = 2mv$ med $\tau = 0.002$ s, $m = 0.0027$ kg og $v = 25$ m/s. Dermed $F_{\max} = 135$ N.

4. Det maksimale ("terminale") effekttapet er $P_t = f \cdot v_t$. Terminalfart når luftmotstanden er lik kulenes tyngde:

$$\frac{1}{2}\rho\pi r^2 C_d v_t^2 = mg = \rho S g \cdot 4\pi r^3/3.$$

Det betyr at v_t øker proporsjonalt med \sqrt{r} , mens f øker proporsjonalt med r^3 . (Selvsagt: $f = mg$ når $v = v_t$.) Dermed er P_t proporsjonal med $r^{7/2}$, og $4^{7/2} = 128$.

5. Gravitasjonsloven og N2 med sentripetalakselerasjon gir $GMm/R^2 = mv^2/R = m(2\pi R/T)^2/R$ som løst mhp M gir $M = 4\pi^2 R^3/GT^2 \simeq 2 \cdot 10^{30}$ kg.

6. Punktmassen m følger en sirkelbane med radius $R = d/2 + L \sin 30^\circ = 8.5$ m. Det er ingen akselerasjon vertikalt, slik at $S \cos 30^\circ = mg$. Horisontal akselerasjon er v^2/R , forårsaket av snordragets horisontale komponent, slik at $S \sin 30^\circ = mv^2/R$. Omløpstida er $T = 2\pi R/v$. Vi dividerer N2 horisontalt med N1 vertikalt, setter inn $v = 2\pi R/T$, løser mhp T og finner $T = \sqrt{4\pi^2 R/g \tan 30^\circ} = 7.7$ s.

7. Vi setter $V_0 = 0.30$ m/s, $m = 0.10$ kg, og V_1 og v_1 lik slutfarten til hhv den store og den lille klossen. Impulsbevarelse gir da (1) $5mV_1 + mv_1 = 5mV_0$, mens energibevarelse gir (2) $5mV_1^2/2 + mv_1^2/2 = 5mV_0^2/2$. Fra (1) følger $V_1 = V_0 - v_1/5$, som innsatt i (2) gir $5(V_0 - v_1/5)^2 + v_1^2 = 5V_0^2$, dvs $-2V_0v_1 + 6v_1^2/5 = 0$, dvs $v_1 = 5V_0/3 = 0.50$ m/s.

8. Rotasjonslikevekt om midtpunktet gir en kraft tilsvarende tyngden av 80 kg, rettet nedover, på enden av stupebrettet (dvs der det står en pillar). I tillegg kommer stupebrettets egen tyngde, tilsvarende 120 kg, samt normalkraften fra personen på 80 kg, begge rettet nedover. I alt en kraft på stupebrettet tilsvarende tyngden av 280 kg, rettet nedover. N1 gir da en kraft rettet oppover fra pillaren på midten lik $280 \cdot 9.81$ N = 2.75 kN.

9. Rotasjonslikevekt om kontaktpunktet gir $S = mg = 3.6 \cdot 9.81$ N = 35 N (siden S og tyngden mg begge har en arm lik platas sidekant dividert med $\sqrt{2}$).

10. Rotasjonslikevekt om kontaktpunktet gir $S = mg/\sqrt{2} = 3.6 \cdot 9.81/\sqrt{2}$ N = 25 N (siden S her har en arm lik platas sidekant, mens tyngden mg har en arm lik platas sidekant dividert med $\sqrt{2}$).

11.

$$v_{\max} = \omega_{\max} R = 2\omega_0 R = 2 \cdot 0.2 \cdot 6.0 = 2.4$$
 m/s

12.

$$s = R\phi = R \int_0^{2\pi/\omega_0} \omega(t) dt$$

$$\begin{aligned}
&= R\omega_0 \int_0^{2\pi/\omega_0} (1 - \cos \omega_0 t) dt \\
&= R\omega_0 \left[t - \frac{1}{\omega_0} \sin \omega_0 t \right]_0^{2\pi/\omega_0} \\
&= 2\pi R = 2\pi \cdot 6.0 = 38 \text{ m}
\end{aligned}$$

13.

$$\tau = |\boldsymbol{\tau}| = |\mathbf{R} \times \mathbf{F}| = RF_{\parallel} = Rma_{\parallel} = Rmdv/dt = RmRd\omega/dt = mR^2\omega_0^2 \sin \omega_0 t,$$

slik at $\tau_{\max} = mR^2\omega_0^2 = 70 \cdot 36 \cdot 0.04 = 101 \text{ Nm}$.

14. Hvis tyngdens komponent nedover langs skråplanet, $mg \sin \beta$, overstiger den maksimale statiske friksjonskraften $\mu_s N = \mu_s mg \cos \beta$, vil klossen gli. Maksimal vinkel β er derfor gitt ved $mg \sin \beta = \mu_s mg \cos \beta$, dvs $\beta = \arctan \mu_s = \arctan 0.60 = 31^\circ$. (Hvis resultatet hadde blitt større enn 45 grader, ville klossen ha veltet ved $\beta = 45^\circ$. Men det skjer ikke her.)

15. Klossen glir med konstant hastighet når $mg \sin \beta = \mu_k mg \cos \beta$, dvs $\beta = \arctan \mu_k = \arctan 0.49 = 26^\circ$.

16. Snora er stram, og snordraget S virker nedover langs skråplanet på den øverste klossen og oppover langs skråplanet på den nederste klossen. Newtons 2. lov (evt 1. lov) langs skråplanet gir dermed de to ligningene

$$\begin{aligned}
S + mg \sin \beta - \mu_k mg \cos \beta &= ma = 0 \\
-S + mg \sin \beta &= ma = 0
\end{aligned}$$

Dvs $2mg \sin \beta = \mu_k mg \cos \beta$, dvs $\beta = \arctan \mu_k/2 = \arctan 0.245 = 14^\circ$.

17. $I_0 = 2m_F d_{\text{Be-F}}^2 = 2 \cdot 19\text{u} \cdot 1.33^2 \text{ \AA}^2 = 67 \text{ u\AA}^2$. (Det framgår av oppgaveteksten i nr 16 at et F-atom har masse 19u.)

18. $K = I_0 \omega^2/2 = MR^2 \omega^2/4 = 1200 \cdot 0.75^2 \cdot (3000 \cdot 2\pi/60)^2/4 = 1.7 \cdot 10^7 \text{ J} = 17 \text{ MJ}$.

19. N2 for rotasjon om CM, $fR = I_0 \dot{\omega}$, med $f = \mu mg$ og $I_0 = 2mR^2/5$, gir $\omega(t) = 5\mu gt/2R$. (Konstant dreiemoment, dermed konstant vinkelakselerasjon, dermed vinkelhastighet som øker lineært med tiden t .) Dermed tar det en tid $t = 2 \cdot 0.11 \cdot 30/5 \cdot 0.12 \cdot 9.81 \text{ s} = 1.1 \text{ s}$ før kula roterer med vinkelhastighet 30 rad/s.

20. Kun tyngdekraften mg har et dreiemoment mhp kontaktpunktet A. Vinkelen mellom \mathbf{d} (dvs vektoren fra A til CM) og $m\mathbf{g}$ er $\theta + \pi/2$, dvs 150° . Dreiemomentet blir dermed $\tau = mgd \sin(\theta + \pi/2) = 0.045 \cdot 9.81 \cdot 0.05 \cdot \sin 150^\circ \text{ Nm} = 11 \text{ mNm}$.