NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Institutt for lærerutdanning

Løsningsforslag - Eksamensoppgave FY6014 Varmelære og miljøfysikk

Faglig kontakt under eksamen: Astrid Johansen
Tlf.: 918 22 404

Eksamensdato:	10.08.2018
Eksamenstid (fra-til):	kl.09.00 – 14.00 + 15 minutter til skanning og levering
Tillatte hjelpemidler:	Alle, men besvarelsen skal være et individuelt arbeid. Nødvendige faktastørrelser som ikke er oppgitt må kandidaten selv finne fram til.
Målform/språk:	Bokmål
Antall sider:	6
Antall sider vedlegg:	0

Annen informasjon:

Besvarelsen leveres i Inspera. Du velger selv om du vil skrive på papir, pc eller en kombinasjon av dette, men det innleverte dokumentet skal være 1 pdf-fil. Dersom besvarelsen din består av både word-dokument(er) og håndskreven besvarelse, skriv ut word-dokumentet og skann det sammen med den håndskrevne besvarelsen til én pdf-fil. Dersom du får problemer med dette, kan alle dokumentene sendes på epost til videre@ntnu.no.

Vurderingskriterier: se s.2

Kontrollert av:

Dato Sign

Vurderingskriterier

Ved vurderingen av besvarelsen vektlegges hvordan du viser **egen** kompetanse ved å

- gjøre greie for fysiske fenomener og sammenhenger
- drøfte fysiske problemstillinger og gjøre kvalitative vurderinger
- formidle tydelige resonnementer og begrunne påstander
- gjøre kvantitative beregninger
- formidle fagstoffet på en logisk, presis og oversiktlig måte

Prosentene på hver oppgave indikerer hvor mye den teller i det endelige resultatet for hele denne eksamensoppgaven.

Oppgave 1 (Vekt 20 %)

En åpen beholder inneholder 0,550 kg is med temperatur -15,0°C. Beholeren tilføres varme med konstant effekt på 800 J/min i 500 minutter. Se i første omgang bort i fra effekten av beholderen og varmetap til omgivelsene.

a) Hvor lang tid tar det ideelt sett før isen starter å smelte?
b) Hvor lang tid tar det før vannet når temperaturen 20,0°C?
c) Plott temperatur som funksjon av tid for denne prosessen

Idealiseringene du gjorde ved å se bort fra effekten av beholderen og varmetapet til omgivelsene er nok ganske langt fra sannheten.

d) Vurder hvordan temperaturutviklingen ville vært annerledes dersom oppvarmingen hadde skjedd i en stålkasserolle uten lokk.

IDENTIFY: $Q = mc\Delta T$ for a temperature change and $Q = +mL_f$ for the solid to liquid phase transition. The ice starts to melt when its temperature reaches 0.0° C. The system stays at 0.00° C until all the ice has melted.

SET UP: For ice, $c = 2.10 \times 10^3$ J/kg·K. For water, $L_f = 3.34 \times 10^5$ J/kg.

EXECUTE: **(a)** *Q* to raise the temperature of ice to 0.00° C:

$$Q = mc\Delta T = (0.550\ \text{kg})(2.10 \times 10^3\ \text{J/kg}\cdot\text{K})(15.0\ \text{C}^\circ) = 1.73 \times 10^4\ \text{J}. \quad t = \frac{1.73 \times 10^4\ \text{J}}{800.0\ \text{J/min}} = 21.7\ \text{min}.$$

(b) To melt all the ice requires $Q = mL_f = (0.550\ \text{kg})(3.34 \times 10^5\ \text{J/kg}) = 1.84 \times 10^5\ \text{J}.$

$$t = \frac{1.84 \times 10^5\ \text{J}}{800.0\ \text{J/min}} = 230\ \text{min}.$$

For å øke temperaturen i vannet fra 0 grader til 20 grader trengs varmen

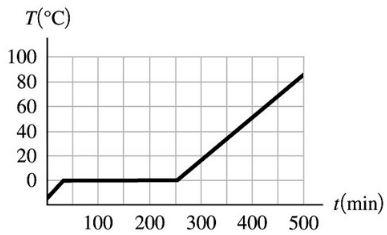
$$Q = cm\Delta T = 4180\ \text{J/(kgK)} \cdot 0,550\ \text{kg} \cdot 20,0\ \text{K} = 45,98 \cdot 10^3\ \text{J}$$

$$t = \frac{45,98 \cdot 10^3\ \text{J}}{800\ \text{J/min}} = 57,5\ \text{min}$$

Dermed vil det ta totalt 287,5 minutter før temperaturen er 20,0 grader

(c) A graph of *T* versus *t* is sketched in Figure 17.46.

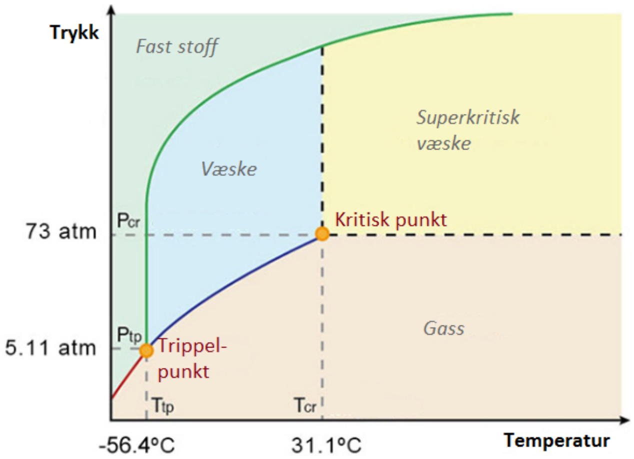
EVALUATE: It takes much longer for the ice to melt than it takes the ice to reach the melting point.



d) Dersom oppvarmingen skjedde i en stålkasserolle uten lokk må vi ta hensyn til varmen som skal til for å øke temperaturen i stålet og varmetapet til omgivelsene. Det vil skje både gjennom termisk stråling fra kasserollen og konveksjon av vanndamp til lufta. Spesifikk varmekapasitet for stål er 0,51 kJ/(kgK). Hvis kasserollen har massen 0,50 kg, trengs det ca. 8,9 kJ å heve temperaturen i kasserollen fra -15°C til +20°C. Noe som betyr 11 min lengre tid med den angitte effekten. Varmetap til omgivelsene kan gå begge veier. Så lenge temperaturen til omgivelsene er høyere enn i kasserollen, går det varme fra omgivelsene inn i systemet, og oppvarmingen går fortere. Er temperaturen til omgivelsene lavere, vil varmeoverføringen forsinke oppvarmingen.

Oppgave 2 (Vekt: 15 %)

Figuren under viser fasediagrammer for karbondioksid. NB! Aksene har ikke fast skala.



a) *Hva forteller diagrammet om faseoverganger i CO_2 ved normalt trykk?*
Svar:
Vi ser at ved 1 atm og «normale» temperaturer (dvs. rundt 20°C) er CO_2 i gassfase. Vi ser også at ved tilstrekkelig lave temperaturer, vil CO_2 gå direkte over fra fast stoff til gass uten å gå via flytende fase. Derfor navnet «tørris» om fast CO_2.

Du vurderer å skaffe en pakke tørris til et forsøk du skal gjøre på lab'en. Pakken kommer rett fra fryselageret til isfabrikken der temperaturen er -30°C. Tørrispakken har massen 0,75 kg og ligger i en kubisk isoporkasse. Utvendig er sidekantene 20 cm, og tykkelsen er overalt 4,0 cm.

Varmeledningsevnen til isopor er 0,035 W/mK. For stillestående tørr luft er den 0,024 W/mK. Vi slår dette sammen til en felles varmeledningsevne på 0,030 W/mK.

b) *Hva er varmestrømmen ut av boksen?*
Svar:
Varmestrømmen er gitt ved

$$J = \frac{\Delta T \cdot A \cdot \lambda}{d}$$

der ΔT er temperaturforskjellen mellom utsiden og innsiden av boksen, dvs. $\Delta T = 50\ \mathrm{K}$ dersom vi forutsetter at det er 20°C på utsiden og -30°C på innsiden.
A er total overflate det kan strømme varme gjennom. Her har vi 6 sider, hver med areal $(0{,}12\ \mathrm{m})^2$ hvis vi ser bort fra varmestrømmen ut gjennom hjørnene. I så fall er
$A = 86{,}4 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^2$

Varmeledningsevnen og tykkelse er oppgitt: $\lambda = 0{,}03\ \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{mK}}$ og $d = 4{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}$

$$\Rightarrow \qquad J = \frac{\Delta T \cdot A \cdot \lambda}{d} = \frac{50\ \text{K} \cdot 86{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2 \cdot 0{,}03\ \text{W/(mK)}}{4{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{m}} = 3{,}2\ \text{W}$$

Her må det tas i betraktning at dette er situasjonen i utgangspunktet. Varmestrømmen inn i boksen vil føre til at temperaturen inne i boksen øker. Dermed blir temperaturforskjellen mindre og varmestrømmen avtar.

c) *Kan læreren hente tørrisen dagen før forsøket skal gjøres? Begrunn vurderingene dine.*
Svar:
Tørrisen vil sublimere, dvs. gå direkte over fra fast stoff til gass. Dette krever en spesifikk fordampingsvarme på $l_v = 0{,}37 \cdot 10^6\ \text{J/kg}$. For at hele pakken fordamper må det da tilføres varmen $Q_v = l_v \cdot m = 0{,}37 \cdot 10^6\ \text{J/kg} \cdot 0{,}75\ \text{kg} = 278\ \text{kJ}$

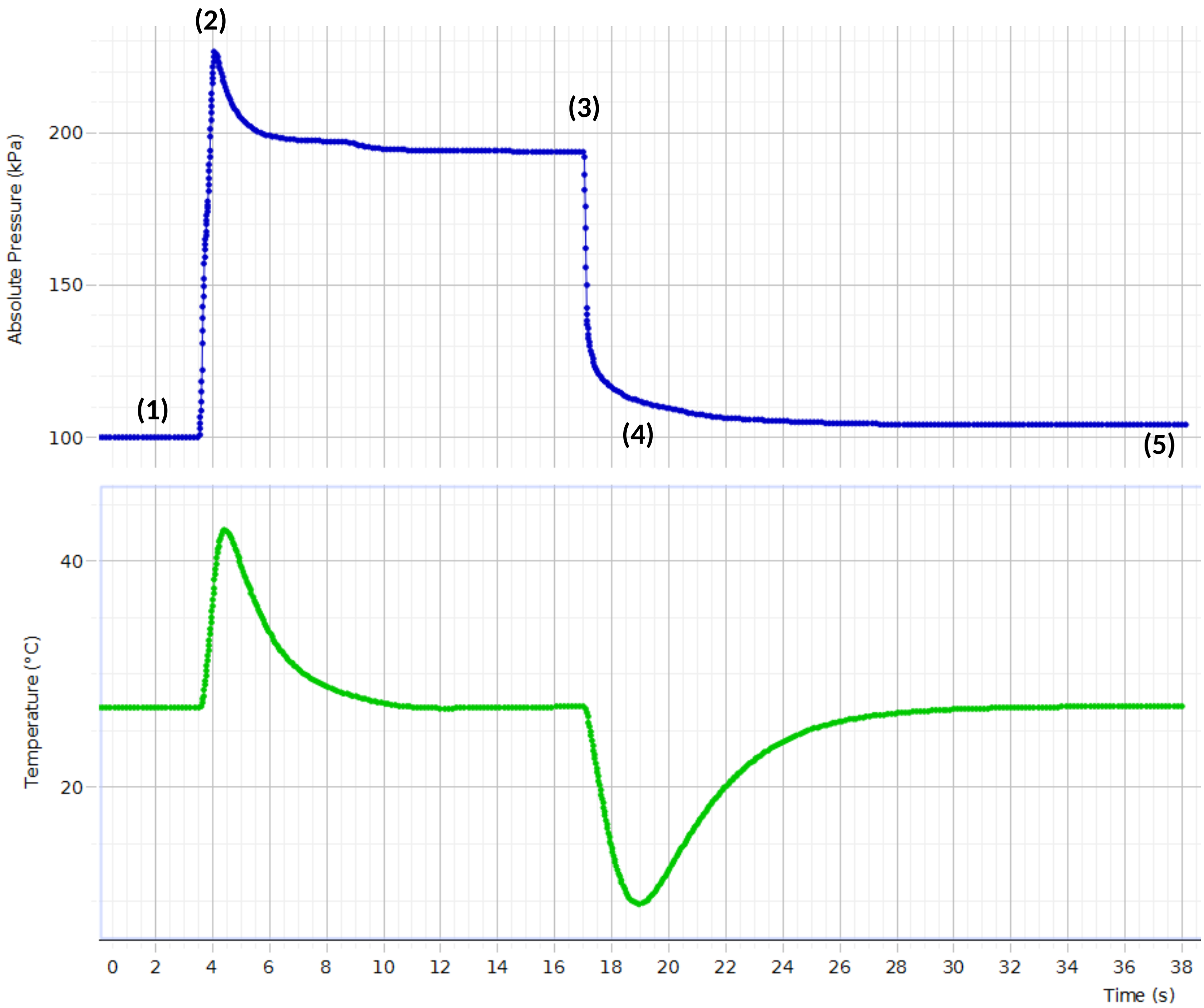
Med varmestrømmen beregnet i c), vil tiden det tar før alt er fordampet være

$$Q = J \cdot tt \Rightarrow \qquad = \frac{Q_v}{J} = \frac{278 \cdot 10^3\ \text{J}}{3{,}24\ \text{W}} = 85{,}8 \cdot 10^3\ \text{s} = 23{,}8\ \text{timer}$$

Her er det bruk startverdien for varmestrømmen, og den vil avta etter hvert som temperaturen inne i boksen øker. Dette vil si at det tar lengre tid å fordampe all tørrisen enn det som er beregnet over.
«Dagen før» er også temmelig ullent. Det kan bety tider fra 16 timer til 30 timer.
Men det viktigste er nok å vite hvor mye tørris som trengs og være klar over at mye fordamper. Dersom læreren kjøper dobbelt så mye som det som trengs, vil det nok gå bra.

Oppgave 3 (Vekt 15 %)

I et labforsøk var en bestemt mengde enatomig gass innestengt i en engangssprøyte. I utgangspunktet var temperaturen 27°C, trykket 100 kPa og volumet 60 ml. Vi presset sammen sprøyta, holdt den inne til temperaturen stabiliserte seg og slapp den slik at gassen fikk utvide seg fritt. Hele tida ble samhørende verdier av trykk og temperatur registrert. Se figuren under.



Avlesninger: $T_2 = 42{,}8^\circ \mathrm{C}$, $p_2 = 227\ \mathrm{kPa}$, $p_3 = 194\ \mathrm{kPa}$, $T_3 = T_5 = T_1 = 27{,}0^\circ \mathrm{C}$, $T_4 = 9{,}7^\circ \mathrm{C}$

a) *Hvor mange mol gass var innestengt i sprøyta?*

Svar:

Antar ideell gass:

$$pV = nRT \quad \Leftrightarrow \quad n = \frac{pV}{RT} = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{100\cdot 10^3\,\mathrm{Pa}\cdot 60\cdot 10^{-3}\cdot (10^{-1}\,\mathrm{m})^3}{8{,}314\ \mathrm{J/(molK)}\cdot 300\ \mathrm{K}} = 2{,}4\cdot 10^{-3}\ \mathrm{mol}$$

b) *Hvor stort var volumet etter sammenpressingen?*

Svar:

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{T_1} \quad \Leftrightarrow \quad V_2 = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} \cdot V_1 = \frac{100\ \text{kPa} \cdot 316\ \text{K}}{227\ \text{kPa} \cdot 300\ \text{K}} \cdot 60\ \text{ml} = 28\ \text{ml}$$

Vi antar at trykket i tilstandene 4 og 5 er like stort som trykket var i utgangspunktet

c) *Framstill prosessen (1) → (2) → (3) → (4) → (5) i et pV-diagram. Presiser hvilke antakelser du gjør. Hvilke typer prosesser har vi her?*

Svar:

$(V_1, p_1) = (60\ \text{ml},\ 100\ \text{kPa})$

$(V_2, p_2) = (28\ \text{ml},\ 227\ \text{kPa})$

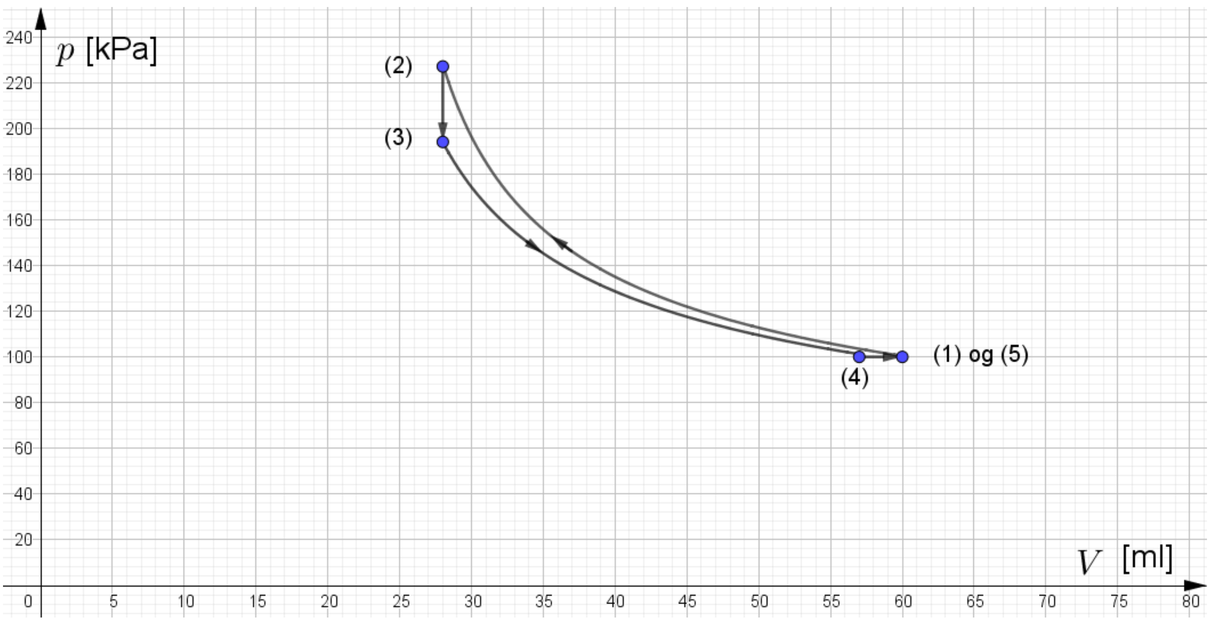
$(V_3, p_3) = (28\ \text{ml},\ 194\ \text{kPa})$

Kjenner ikke volumet i (4), men det er gitt at $p_4 = p_1$. Da får vi at

$$V_4 = \frac{T_4}{T_1} \cdot V_1 = \frac{283\ \text{K}}{300\ \text{K}} \cdot 60\ \text{ml} = 57\ \text{ml}$$

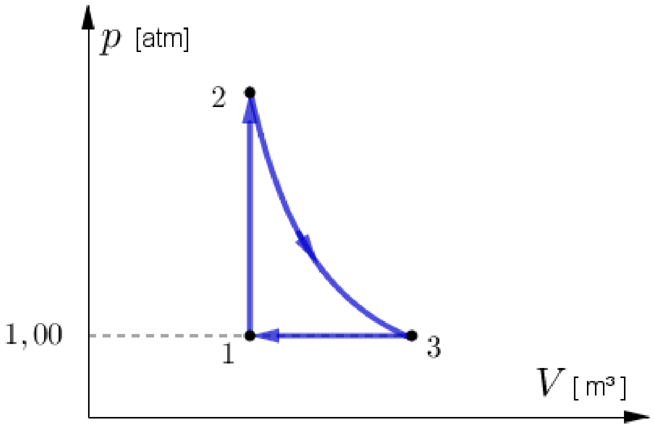
Altså får vi $(V_4, p_4) = (57\ \text{ml},\ 100\ \text{kPa})$

og hele kretsprosessen i *pV*-diagram:



Prosessen fra (1) til(2) antar vi går så raskt at det ikke utveksles varme. Da vil det være en adiabatisk kompresjon. Tilsvarende antar vi rask ekspansjon fra (3) til (4), dvs. vi får en adiabatisk ekspansjon her. Prosessen fra (2) til (3) foregår ved konstant volum, og er dermed en isokor prosess. Prosessen fra (4) til (1) foregår ved konstant trykk og er derfor en isobar prosess.

Oppgave 4 (Vekt: 30%)



$T_1 = 300$ K

$T_2 = 600$ K

$T_3 = 492$ K

En varmemaskin fører 0,350 mol toatomig gass gjennom kretsprosessen vist i figuren over.
Prosessen fra 1 til 2 er isokor, prosessen fra 2 til 3 er adiabatisk og prosessen fra 3 til 1 er isobar.

a) Finn trykk og volum i tilstandene 1, 2 og 3.
b) Beregn *Q*, *W* og ΔU for hver av de tre prosessene.
c) Hvor stort netto arbeid utfører gassen per syklus?
d) Hvor stor termisk virkningsgrad har maskinen?
Sammenlikn denne med den teoretisk maksimale virkningsgraden.

20.36. IDENTIFY: Use the ideal gas law to calculate *p* and *V* for each state. Use the first law and specific expressions for *Q*, *W*, and ΔU for each process. Use $e = \frac{W}{Q_H} = 1 - \left|\frac{Q_C}{Q_H}\right|$ to calculate *e*. Q_H is the net heat flow into the gas.

SET UP: $\gamma = 1.40$

$C_V = R/(\gamma - 1) = 20.79$ J/mol·K; $C_p = C_V + R = 29.10$ J/mol·K. The cycle is sketched in Figure 20.36.

$T_1 = 300$ K

$T_2 = 600$ K

$T_3 = 492$ K

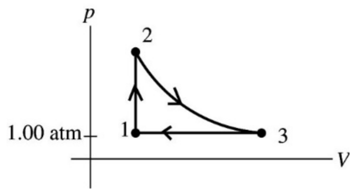


Figure 20.36

EXECUTE: (a) point 1:

$p_1 = 1.00 \text{ atm} = 1.013\times10^5 \text{ Pa}$ (given); $pV = nRT$;

$$V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} = \frac{(0.350 \text{ mol})(8.3145 \text{ J/mol}\cdot\text{K})(300 \text{ K})}{1.013\times10^5 \text{ Pa}} = 8.62\times10^{-3} \text{ m}^3$$

point 2:

process $1\rightarrow2$ at constant volume so $V_2 = V_1 = 8.62\times10^{-3} \text{ m}^3$

$pV = nRT$ and *n*, *R*, *V* constant implies $p_1/T_1 = p_2/T_2$

$p_2 = p_1(T_2/T_1) = (1.00 \text{ atm})(600 \text{ K}/300 \text{ K}) = 2.00 \text{ atm} = 2.03\times10^5 \text{ Pa}$

point 3:

Consider the process $3 \to 1,$ since it is simpler than $2 \to 3.$

Process $3 \to 1$ is at constant pressure so $p_3 = p_1 = 1.00 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$

$pV = nRT$ and *n*, *R*, *p* constant implies $V_1/T_1 = V_3/T_3$

$V_3 = V_1(T_3/T_1) = (8.62 \times 10^{-3} \text{ m}^3)(492 \text{ K}/300 \text{ K}) = 14.1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

(b) $\text{process } 1 \to 2:$

constant volume $(\Delta V = 0)$

$Q = nC_V \Delta T = (0.350 \text{ mol})(20.79 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(600 \text{ K} - 300 \text{ K}) = 2180 \text{ J}$

$\Delta V = 0$ and $W = 0.$ Then $\Delta U = Q - W = 2180 \text{ J}$

$\text{process } 2 \to 3:$

Adiabatic means $Q = 0.$

$\Delta U = nC_V \Delta T$ (any process), so

$\Delta U = (0.350 \text{ mol})(20.79 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(492 \text{ K} - 600 \text{ K}) = -780 \text{ J}$

Then $\Delta U = Q - W$ gives $W = Q - \Delta U = +780 \text{ J}.$ (It is correct for *W* to be positive since ΔV is positive.)

$\text{process } 3 \to 1:$

For constant pressure

$W = p\Delta V = (1.013 \times 10^5 \text{ Pa})(8.62 \times 10^{-3} \text{ m}^3 - 14.1 \times 10^{-3} \text{ m}^3) = -560 \text{ J}$

or $W = nR\Delta T = (0.350 \text{ mol})(8.3145 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(300 \text{ K} - 492 \text{ K}) = -560 \text{ J},$ which checks. (It is correct for *W* to be negative, since ΔV is negative for this process.)

$Q = nC_p \Delta T = (0.350 \text{ mol})(29.10 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(300 \text{ K} - 492 \text{ K}) = -1960 \text{ J}$

$\Delta U = Q - W = -1960 \text{ J} - (-560 \text{ K}) = -1400 \text{ J}$

or $\Delta U = nC_V \Delta T = (0.350 \text{ mol})(20.79 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(300 \text{ K} - 492 \text{ K}) = -1400 \text{ J},$ which checks.

(c) $W_{\text{net}} = W_{1\to2} + W_{2\to3} + W_{3\to1} = 0 + 780 \text{ J} - 560 \text{ J} = +220 \text{ J}$

(d) $Q_{\text{net}} = Q_{1\to2} + Q_{2\to3} + Q_{3\to1} = 2180 \text{ J} + 0 - 1960 \text{ J} = +220 \text{ J}$

(e)
$$e = \frac{\text{work output}}{\text{heat energy input}} = \frac{W}{Q_{\text{H}}} = \frac{220 \text{ J}}{2180 \text{ J}} = 0.101 = 10.1\%.$$

$$e(\text{Carnot}) = 1 - T_{\text{C}}/T_{\text{H}} = 1 - 300 \text{ K}/600 \text{ K} = 0.500.$$

EVALUATE: For a cycle $\Delta U = 0,$ so by $\Delta U = Q - W$ it must be that $Q_{\text{net}} = W_{\text{net}}$ for a cycle. We can also check that $\Delta U_{\text{net}} = 0$: $\Delta U_{\text{net}} = \Delta U_{1\to2} + \Delta U_{2\to3} + \Delta U_{3\to1} = 2180 \text{ J} - 1050 \text{ J} - 1130 \text{ J} = 0$

$e < e(\text{Carnot}),$ as it must.

Oppgave 5 (Vekt: 20 %)

a) *En metallkule mottar korbølget stråling (sollys) og har konstant indre temperatur 25 °C. Vi tenker oss at kula roterer slik at den har tilnærmet samme temperatur overalt. Så dekker vi hele overflaten til kula med et tynt plastlag som slipper gjennom all kortbølget stråling. Plastlaget slipper derimot bare gjennom en andel α < 1 av den langbølgete strålingen fra kula. Etter en stund har temperaturen i kula stabilisert seg på 40°C. Se bort fra alt annet enn stråling og bestem α.*

Svar:
Utstrålt effekt fra kula må i begge tilfeller være lik innstrålt effekt. Vi setter
$T_1 = 273\text{ K} + 25\text{ K} = 298\text{ K}$ T1 og $T_2 = 273\text{ K} + 40\text{ K} = 313\text{ K}$
Stefan-Boltzmanns strålingslov gir da

$$A\sigma T_1^4 = \alpha A\sigma T_2^4 \quad \Leftrightarrow \quad T_1^4 = \alpha T_2^4 \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 = \left(\frac{298}{313}\right)^4 = 0{,}822$$

Dvs. α = 82%.

b) *Situasjonen i a) kan betraktes som en svært enkel modell for drivhuseffekten på jorda. Forklar hvorfor.*
Hvordan kan modellen gjøres mer realistisk? Vurder hvordan justeringene du innfører vil påvirke temperaturen modellen gir.

Svar: