Institutt for fysikk

Løsningsforslag - Eksamensoppgave FY6014 Varmelære og miljøfysikk

Faglig kontakt under eksamen: Astrid Johansen

Tlf.: 918 22 404

Eksamensdato: 01.06.2022

Eksamenstid (fra-til): kl.09.00 – 12.00 + 30 minutter til skanning og levering

Tillatte hjelpemidler: Alle, men besvarelsen skal være et individuelt arbeid. Nødvendige faktastørrelser som ikke er oppgitt må kandidaten selv finne fram til.

Målform/språk: Bokmål

Antall sider:

Antall sider vedlegg: 0

Annen informasjon:

Besvarelsen leveres i Inspera. Du velger selv om du vil skrive på papir, pc eller en kombinasjon av dette, men det innleverte dokumentet skal være 1 pdf-fil. Dersom besvarelsen din består av både word-dokument(er) og håndskreven besvarelse, skriv ut word-dokumentet og skann det sammen med den håndskrevne besvarelsen til én pdf-fil. Dersom du får problemer med dette, kan alle dokumentene sendes på epost til videre@ntnu.no.

Vurderingskriterier: se s.2

Vurderingskriterier

Ved vurderingen av besvarelsen vektlegges hvordan du viser **egen** kompetanse ved å

- gjøre greie for fysiske fenomener og sammenhenger
- drøfte fysiske problemstillinger og gjøre kvalitative vurderinger
- gjøre rimelige antakelser og presisere forutsetninger
- formidle tydelige resonnementer og begrunne påstander
- gjøre kvantitative beregninger
- formidle fagstoffet på en logisk, presis og oversiktlig måte

Prosentene på hver oppgave indikerer hvor mye den teller i det endelige resultatet for hele denne delen av eksamensoppgaven.

Den endelige vurderingen i emnet FY6014 baseres på

- hjemmeoppgave om klima: 30 %
- hjemmeeksamen (denne oppgaven): 70 %

Oppgave 1 (Vekt 30 %)

Vurder om påstandene under er riktige eller gale, og begrunn i hvert tilfelle hvorfor.

a) *Hvis en jernkule og en trekule med samme radius holdes under vann, får trekula størst oppdrift.*
Svar:
Galt. Oppdriften er lik tyngden av vennet som blir fortrengt, og når kulene har likt volum fortrenges like mye vann av begge kulene. Altså har de like stor oppdrift.

b) *For å unngå at planter får skader pga. nattefrost kan de sprøytes med vann om kvelden.*
Svar:
Riktig. Vannet som ligger på overflaten av planten vil fryse først. Når vannet fryser, avgir det størkningsvarme som kan gjøre at planten ikke fryser.

c) *Konveksjon spiller en viktig rolle for at svetting skal avkjøle en varm kropp effektivt.*
Svar:
Riktig. Uten konveksjon vil lufta som omgir kroppen bli mettet på vanndamp, og det vil oppstå en likevekt mellom fordamping og kondensering på hudoverflaten. Med konveksjon erstattes hele tida lufta med luft som ikke er mettet med vanndamp. Da får vi overskudd av fordampingsvarme fra kroppen, som sørger for å avkjøle kroppen effektivt.

d) *Bildet under er fra en reklame for en såkalt «overlevelsesduk». Dette produktet er ren svindel som ikke er basert på noen fysiske prinsipper.*

Svar:
Galt. Når duken reflekterer nesten all stråling som treffer den betyr det at den absorberer nesten ingenting av denne strålingen. Siden en gjenstand i termisk likevekt emitterer like mye energi som den absorberer, betyr det at den reflekterende duken sørger for at mengden emittert stråling blir svært liten. Dvs. at den reflekterende duken vil sørge for at all varmestråling kroppen produserer blir reflektert tilbake mot kroppen. I tillegg vil duken hindre varmetap pga. konveksjon dersom den er tett. Dette vil si at «overlevelsesduken» har en funksjon basert på fysiske prinsipper.

e) *Når vi bruker tilstandslikningen for ideelle gasser (ideell gasslov), spiller det ingen rolle hvilke enheter vi bruker på de fysiske størrelsene som inngår så lenge vi passer på å bruke de samme enhetene i begge tilstandene.*
Svar:
Galt. Vi har generelt at $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ som betyr at vi kan beregne de ulike størrelsene ved uttrykk på formen $p_2 = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{T_2}{T_1}$. Altså er det **forholdene** mellom størrelsene som avgjør.

For at dette skal bli riktig, må derfor enhetene som brukes gi proporsjonale størrelser. Så lenge dette er tilfelle, kan man fritt velge enheter så lenge man bruker de samme i begge tilstandene. For volum og trykk vil dette gå bra (2 atmosfærer er dobbelt så høyt trykk som 1 atmosfære, og 2 liter er dobbelt så stort volum som 1 liter). Men for en del temperaturskalaer går det **ikke** bra. 20°C er ikke dobbel så høy temperatur som 10°C. Vi må bruke en temperaturskala som tar utgangspunkt i det absolutte 0-punkt, dvs. Kelvin-skalaen.

Oppgave 2 (Vekt: 30 %)

Ola har glemt å sette brusflasken i kjøleskapet, så den har stått på kjøkkenbenken og blitt romtemperert. Han tar derfor ut noen isbiter fra fryseren og har disse oppi glasset før han heller i brusen.

a) Hvor mye is Ola må ha i glasset for at temperaturen i drikken skal være 5°C når all isen har smeltet ? Bruk verdier du synes er rimelige for størrelsene du må kjenne til, og vis med forklaringer og beregninger hvordan du finner massen til isen.

Svar:

Det sentrale her er å holde oversikt over varmeregnskapet. Dersom vi ser bort fra varme fra omgivelsene og glasset, er det varme fra brusen i glasset som sørger for å heve temperaturen i isen til 0°C, smelte isen og deretter heve temperaturen i smeltevannet opp til blandingstemperaturen. Størrelsen vi skal finner er m_{is}.

Vi kjenner en del av verdiene vi trenger:

- Sluttemperaturen: $T = 278\ \mathrm{K}$
- Spesifikk varmekapasitet for is: $c_{is} = 2{,}10\ \mathrm{kJ/kgK}$
- Spesifikk smeltevarme for is: $l_{is} = 334\ \mathrm{kJ/kg}$
- Spesifikk varmekapasitet for brusen: $c_{brus} = c_{vann} = 4{,}19\ \mathrm{kJ/kgK}$

Videre må vi ha verdier for

- Starttemperaturen til isen: T_{is} Setter $T_{is} = 255\ \mathrm{K}$
- Massen til brusen: m_{brus} Setter $m_{brus} = 0{,}400\ \mathrm{kg}$
- Starttemperatur til brusen: T_{brus} Setter $T_{brus} = 295\ \mathrm{K}$

Varmen som avgis fra brusen

$$Q_{avgitt} = m_{brus}\, c_{brus}(T - T_{brus}) = 0{,}400\ \mathrm{kg} \cdot 4{,}19\ \mathrm{kJ/kgK} \cdot 17{,}0\ \mathrm{K} = 47{,}75\ \mathrm{kJ}$$

Denne brukes til å

- Heve temperaturen i isen:

$$Q_{is} = m_{is}c_{is}(T_{smelte} - T_{is}) = m_{is} \cdot 2{,}10\ \mathrm{kJ/kgK} \cdot 18\ \mathrm{K}$$

- Smelte isen:

$$Q_{smelte} = m_{is}l_{is} = m_{is} \cdot 334\ \mathrm{kJ/kg}$$

- Heve temperaturen i smeltevannet:

$$Q_{isvann} = m_{is}c_{vann}(T - T_{smelte}) = m_{is} \cdot 4{,}19\ \mathrm{kJ7kgK} \cdot 5{,}0\ \mathrm{K}$$

Hvis vi ser bort fra varmeoverføring til glasset og omgivelsene kan vi sette

$$Q_{is} + Q_{smelte} + Q_{isvann} = Q_{avgitt}$$

$$m_{is} \cdot 2{,}10\ \mathrm{kJ/kgK} \cdot 18\ \mathrm{K} + m_{is} \cdot 334\ \mathrm{kJ/kg} + m_{is} \cdot 4{,}19\ \mathrm{kJ7kgK} \cdot 5{,}0\ \mathrm{K} = 47{,}75\ \mathrm{kJ}$$

$$m_{is} \cdot 392{,}75\ \mathrm{kJ/kg} = 47{,}75\ \mathrm{kJ/kg} \qquad \Rightarrow \quad m_{is} = 0{,}122\ \mathrm{kg}$$

b) *Ofte ser man bort fra varmeoverføring til eller fra omgivelsene i slike beregninger som du gjorde i a). Er det rimelig å gjøre?*
Drøft hvordan varme fra omgivelsene på ulike måter kan transporteres til eller fra drikken og vurder hvordan resultatet ditt i a) blir påvirket av å se bort fra disse.

Svar:
I dette tilfellet vil varme kunne overføres både ved varmeledning fra luft og glass og varmestråling fra omgivelsene som har høyere temperatur enn drikken i glasset. Siden drikken har lavere temperatur enn omgivelsene, vil konveksjon ha liten betydning. (Hvis drikken hadde hatt høyere temperatur enn omgivelsene ville det hatt stor betydning siden det effektivt hadde transportert varm luft bort fra drikken.) Det er neppe rimelig å se bort fra varmeoverføring til omgivelsene. Her er det ingen form for isolasjon mellom brus/is, glass og omgivelsene rundt. Glass har relativt høy varmeledningsevne, og hvis benken er f.eks. av rustfritt stål vil varme ledes relativt lett fra glasset. Luft har lav varmeledningsevne, men dersom temperaturforskjellen og/eller kontaktflaten er stor, vil likevel varmen som overføres fra lufta ha betydning. Vi kan også få kondensasjon av vanndråper utenpå glasset. En del av kondensasjonsvarmen vil da kunne bli overført til drikken.

Siden omgivelsene har høyere temperatur enn drikken, vil alle disse faktorene bidrar med varme til drikken. Det vil si at ismengden som ble beregnet i a) er mindre enn det som vil være det reelle behovet.

c) *Ola blir forstyrret og glasset blir stående i rommet. Hvordan har entropien i drikken endret seg fra tidspunktet der all isen har smeltet til tidspunktet der drikken er i termisk likevekt med omgivelsene? Enn i kjøkkenet? Enn i universet (pga. dette)?*

Svar:
Entropiendringen i en prosess er generelt gitt som

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T}$$

Varmemengden som inngår for hver temperaturendring, dT: $\quad dQ = c_v m dT$
Nå har all isen smeltet, dvs. vi har $m = 0{,}500$ kg væske.

Entropiendringen for drikken blir

$$\Delta S_{drikk} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = c_v m \int_{278\ \mathrm{K}}^{295\ \mathrm{K}} \frac{dT}{T} = 4{,}19\ \mathrm{kJ/kgK} \cdot 0{,}500\ \mathrm{kg} \cdot \ln\left(\frac{295\ \mathrm{K}}{278\ \mathrm{K}}\right) = 124\ \mathrm{J/K}$$

Entropiendringen for kjøkkenet:
Kjøkkenet avgir varmen som trengs for å øke temperaturen i drikken til samme temperatur som omgivelsene har. Denne varmen er

$$Q_{kjøkken} = -Q_{drikke} = -c_v m \Delta T_{drikke} = -c_v m \left(T_{omgivelser} - T\right)$$

Det er rimelig å anta at kjøkkenet er så stort at temperaturen her ikke blir påvirket av varmen som overføres til drikken. Dvs.

$$T_{omgivelser} = T_{brus} = 298\ \mathrm{K}$$

Når varmen overføres ved konstant temperatur, er entropiendringen

$$\Delta S_{kjøk} = \frac{Q_{kjøkken}}{T_{omgivelser}} = \frac{-4{,}19\ \mathrm{kJ/kgK} \cdot 0{,}500\ \mathrm{kg} \cdot (295 - 278)\ \mathrm{K}}{298\ \mathrm{K}} = -120\ \mathrm{J/K}$$

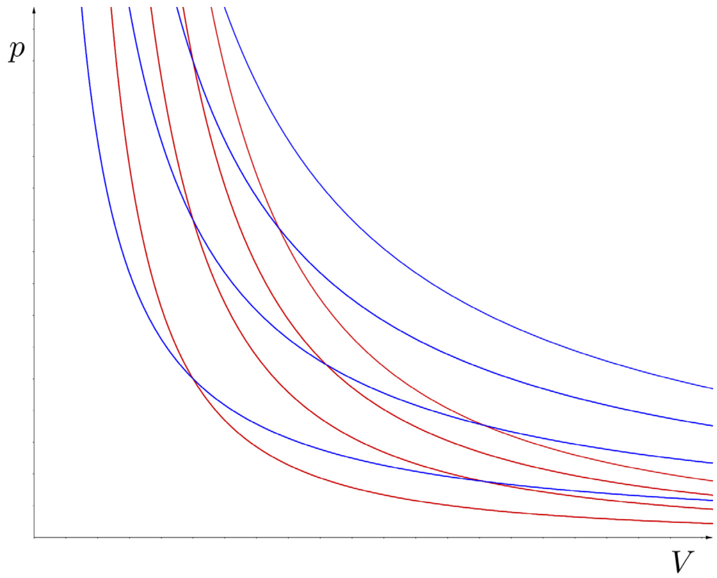
Samlet endring i universet blir da

$$\Delta S = \Delta S_{drikk} + \Delta S_{kjøkken} = 124\ \mathrm{J/K} - 120\ \mathrm{J/K} = 4\ \mathrm{J/K}$$

Altså har den totale entropien økt,- som den skal gjøre.

Oppgave 3 (Vekt: 40 %)

I pV-diagrammet under er det tegnet inn en del adiabater og isotermer. Ta en skjermdump av diagrammet og bruk det ved behov i besvarelsen din. (Alternativ kan du selvfølgelig skissere tilsvarende for hånd.)



a) *Begrunn hvorfor isotermer og adiabater ser ut som de gjør.*

Svar:
Isotermene gjelder for ideelle gasser, dvs. der $pV = nRT$ gjelder.
For en isoterm er temperaturen konstant, dvs. $pV = \text{konstant}$ og dermed ser vi at trykk og temperatur er omvendt proporsjonale størrelser:

$$p = \frac{\text{konstant}}{V}$$

Ulike verdier av *T* gir da ulike verdier for konstanten i uttrykket, og dermed ulike blåe kurver i diagrammet. Disse blå kurvene angir sammenhengen for omvendt proporsjonale størrelser. En høyere verdi for *T* gir en større konstant, og dermed et større trykk. Derfor øker temperaturen for isotermene med avstanden fra origo.

De røde kurvene er adiabater, og der ser vi at temperaturen avtar (vi krysser isotermer) når volumet øker. Grunnen til dette er at i adiabatiske prosesser overføres det ikke varme ($Q = 0$). Volumendring krever arbeid ($W = \int p dV$), og uten tilført varme, må dette arbeidet tas fra (eller tilføres) den indre energien. Fra temofysikkens 1. lov får vi

$$\Delta U = -W$$

Når gassen gjør arbeid på omgivelsene er arbeidet positivt, dvs. at ΔU er negativ og temperaturen avtar.
Vi kan også se på adiabatlikningene som beskriver kurvene:

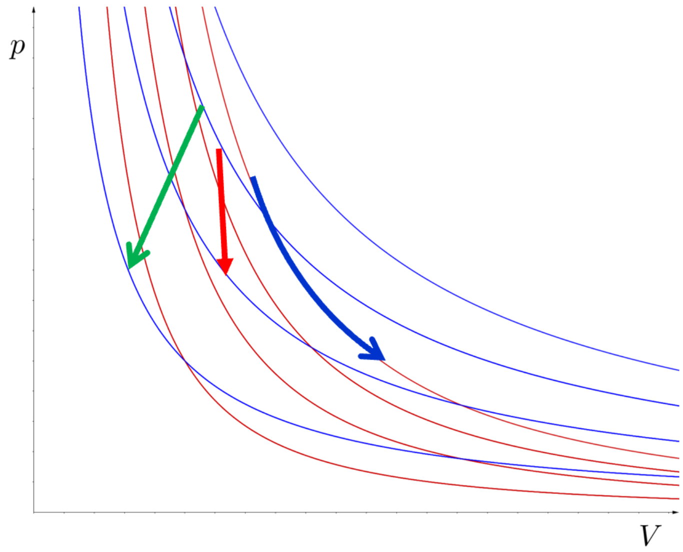
$$pV^{\gamma} = \text{konstant} \quad \Leftrightarrow \quad p = \frac{\text{konstant}}{V^{\gamma}}$$

Siden $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ alltid er større enn 1, vil $V^{\gamma} > V$ og dermed vil *p* avta raskere for en adiabat enn en isoterm.

b) *Under er det gitt tre ulike situasjoner der gasser er involvert:*
1. *Du flytter en heliumballong fra romtemperatur til fryseren*
2. *Du åpner korken på en flaske sprudlevann*
3. *Du er ferdig med malingsarbeidet en varm sommerdag, så du setter på lokket godt på malingsboksen, og setter den tilbake i kjelleren.*

Skisser prosessene i gassene i de tre tilfellene i pV-diagrammet over, og gi og begrunnelse hvorfor du skisserer hver av dem som du gjør.

Svar:

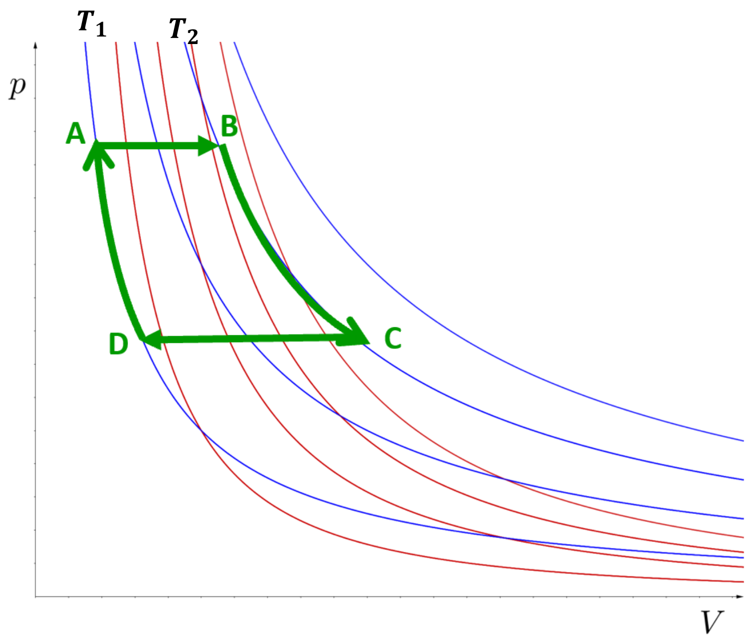


1. Grønn pil: Her avtar temperaturen fra romtemperatur til frysertemperatur. Dette vil gjøre at både trykket og volumet til ballongen avtar.
2. Blå pil: Her utvider gassen i toppen av sprudlevannflaska seg så raskt at varme ikke rekker å utveksles. Altså er det en adiabatisk prosess.
3. Rød pil: Her avtar temperaturen uten at volumet endres (evt. en bitteliten reduksjon), og dermed avtar trykket i malingsboksen.

c) *En syklisk prosess med n mol ideell gass skal gå mellom to temperaturer T_1 og T_2 gjennom isoterme og isobare prosesser.*

1. *Tegn den sykliske prosessen inn i diagrammet over og gjør rede for hvilken retning varme transporteres i de ulike delprosessene.*

   Svar:
   En syklus med isobare prosesser mellom isotermene kan f.eks. se sånn ut:



I den isoterme utvidelsen tilføres en riktig varmemengde samtidig som gassen utvider seg. Hvis tilført varme er like stor som arbeidet gassen gjør på omgivelsene, vil ikke den indre energien endres, og temperaturen holder seg konstant.

I den isoterme kompresjonen presses gassen sakte sammen samtidig med at varme avgis til omgivelsene.

I den isobare utvidelsen tilføres varme samtidig som gassen har mulighet til å endre volumet på en slik måte at trykket hele tida holdes konstant.

I den isobare kompresjonen må varme avgis for at temperatur skal falle og dermed sørge for at volumet reduseres.

Oppsummert:
I delprosessene A → B og B → C tilføres varme til systemet.
I delprosessene C → D og D → A avgir systemet varme til omgivelsene.

2. *Vi setter $T_1 = 250\ K$ og $T_2 = 350\ K$. trykket ved den isobare utvidelsen er 210 kPa og trykker ved den isobare kompresjonen er 100 kPa. Volumet rett før ekspansjonen starter er 1,00 dm^3, og vi ser på 1,00 mol enatomig gass.*
Beregn hvor mye arbeid den sykliske prosessen yter eller krever.

Svar:
Her er det greit å først få en oversikt over temperatur, trykk og volum i hver av tilstandene A, B, C og D:

Tilstand A:
$p_A = p_{høy} = 210\ \mathrm{kPa},$ $\qquad T_A = T_1 = 250\ \mathrm{K},$ $\qquad V_A = 1{,}00\ \mathrm{dm}^3$

Tilstand B:
$p_B = p_{høy} = 210\ \mathrm{kPa}, \qquad T_B = T_2 = 350\ \mathrm{K},$
$V_B = \frac{T_2}{T_1} \cdot V_A = \frac{350}{250} \cdot 1{,}00\ \mathrm{dm}^3 = 1{,}40\ \mathrm{dm}^3$

Tilstand D:
$p_D = p_{lav} = 100\ \mathrm{kPa}, \qquad T_D = T_1 = 250\ \mathrm{K},$
$V_D = \frac{p_a}{p_d} \cdot V_A = \frac{p_{høy}}{p_{lav}} \cdot V_A = \frac{210}{100} \cdot 1{,}00\ \mathrm{dm}^3 = 2{,}10\ \mathrm{dm}^3$

Tilstand C:
$p_C = p_{lav} = 100\ \mathrm{kPa}, \qquad T_C = T_2 = 350\ \mathrm{K},$
$V_C = \frac{T_C}{T_D} \cdot V_D = \frac{T_2}{T_1} \cdot V_D = \frac{350}{250} \cdot 2{,}10\ \mathrm{dm}^3 = 2{,}94\ \mathrm{dm}^3$

Arbeid i hver av delprosessene:

A → B:
Isobar prosess. Dvs. at trykket er konstant, og arbeidet som gassen gjør er

$$W_{AB} = p_{høy}(V_B - V_A)$$

B → C:
Isoterm prosess, dvs. *T* er konstant.
Arbeidet:

$$W_{BC} = \int_{V_B}^{V_C} p dV = nRT_2 \int_{V_B}^{V_C} \frac{dV}{V} = nRT_2 \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right)$$

C → D:
Isobar prosess der temperaturen avtar fra T_2 til T_1. Arbeidet gassen gjør er

$$W_{CD} = p_{lav}(V_D - V_C)$$

D → A:
Isoterm prosess, dvs. *T* er konstant.
Arbeidet:

$$W_{DA} = \int_{V_D}^{A} p dV = nRT_1 \int_{V_D}^{V_A} \frac{dV}{V} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_A}{V_D}\right)$$

Hele syklusen:
$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$
$= p_{høy}(V_B - V_A) + nRT_2 \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) + p_{lav}(V_D - V_C) + nRT_1 \ln\left(\frac{V_A}{V_D}\right)$

$$W = 210\ \text{kPa} \cdot 0{,}40 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3 + 8{,}31\ \text{J/K} \cdot 350\ \text{K} \cdot \ln\left(\frac{2{,}94}{1{,}40}\right)$$
$$+100\ \text{kPa} \cdot (-0{,}84 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3) + 8{,}31\ \text{J/K} \cdot 250\ \text{K} \cdot \ln\left(\frac{1{,}00}{2{,}10}\right)$$

$$\Rightarrow \ W = 84{,}0\ \text{J} + 2158\ \text{J} - 84{,}0\ \text{J} - 1541\ \text{J} = 617\ \text{J}$$

3. *Hvis denne sykliske prosessen skal være en varmemaskin: Hvor stor virkningsgrad vil den ha? Forklar hvordan du tenker.*

Svar:
Virkningsgraden for en varmekraftmaskin angir hvor mye nyttig arbeid W vi får i forhold til mengden varme vi har tilført, $Q_{tilført}$

$$e = \frac{W}{Q_{tilført}}$$

Vi har allerede funnet at arbeidet prosessen yter per syklus er $W = 617$ J.

For å finne total tilført varme, må vi finne ut i hvilke delprosesser det tilføres varme. Fra termofysikkens 1.lov har vi at

$$Q = \Delta U + W$$

A → B:

Vi har allerede at $W_{AB} = 84{,}0$ J.

Siden vi får en temperaturøkning i den isobare prosessen får vi en økning i indre energi

$$\Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nR\Delta T = \frac{3}{2} \cdot 1{,}00\ \text{mol} \cdot 8{,}31\ \text{J/molK} \cdot (350 - 250)\ \text{K} = 1247\ \text{K}$$

Tilført varme i denne delprosessen er dermed

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} = 1247\ \text{J} + 84{,}0\ \text{J} = 1331\ \text{J}$$

B → C:

For en isoterm prosess har vi ingen temperaturendring og dermed er $\Delta U_{BC} = 0$.

Da får vi at $\quad Q_{BC} = W_{BC} = 2158\ \text{J}$

C → D:

Her avtar temperaturen, dvs. at endringen i indre energi er negativ. I tillegg fant vi i forrige oppgave at arbeidet i denne delprosessen er negativ. Da må varmen i denne delprosessen også være negativ. Altså avgir, og ikke tilfører, denne delprosessen varme.

D → A:

Igjen har vi en isoterm prosess, slik at $Q_{DA} = W_{DA}$. I forrige oppgave fant vi at dette arbeidet er negativt ($W_{DA} = -1541$ J), og avgir også denne delprosessen varme

Totalt tilført varme per syklus:

$$Q_{tilført} = Q_{AB} + Q_{BC} = 1331 \text{ J} + 2158 \text{ J} = 3489 \text{ J}$$

Virkningsgraden blir

$$e = \frac{W}{Q_{tilført}} = \frac{617 \text{ J}}{3489 \text{ J}} = 0{,}177 = 17{,}7~\%$$