NTNU

Kunnskap for en bedre verden

Institutt for lærerutdanning

Eksamensoppgave
FY6016 Mekaniske bølger og eksperimentelt arbeid

Faglig kontakt under eksamen: Astrid Johansen

Tlf.: 918 22 404

Eksamensdato: 20.12.2017

Eksamenstid (fra-til): kl.09.00 – 13.00

Tillatte hjelpemidler: Kalkulator uten nettkontakt eller kommunikasjon, vinkelmåler, linjal, formelvedlegg (vedlagt denne oppgaveteksten)

Annen informasjon: Vurderingskriterier: se s.2

Målform/språk: Bokmål

Antall sider: 12

Antall sider vedlegg:

Kontrollert av:

Dato Sign

Vurderingskriterier

Vurderingen baseres på hvordan du

- viser kunnskap om fysiske fenomener og sammenhenger
- begrunner og formidler resonnementer
- gjør kvalitative vurderinger
- gjør kvantitative beregninger
- presentere besvarelsen

Prosentene på hver oppgave indikerer hvor mye den teller i det endelige resultatet for hele denne eksamensoppgaven.

Oppgave 1 (Vekt: 30%)

En transversell bølge er gitt ved

$$y(x,t) = 2{,}0 \cdot 10^{-2}\text{m} \cdot \sin 2\pi \left[\left(2{,}5\ \text{m}^{-1}\right) x + \left(50\ \text{s}^{-1}\right) t \right]$$

a) Hva er bølgens bølgelengde, periode og fart?

Den ene enden av en horisontal streng er festet til en mekanisk vibrator som svinger med en gitt frekvens. Den andre enden av strengen går over en trinse, og i enden henger et lodd på 5,0 kg. Strengen har en masse per lengdeenhet på 0,018kg/m.

b) Hva er farten til de transverselle bølgene på strengen?

Dersom betingelsene er riktige, kan det oppstå stående bølger på strengen Den stående bølgen y_s kan beskrives matematisk ved $y_s(x,t) = 2A \sin kx \sin \omega t$.

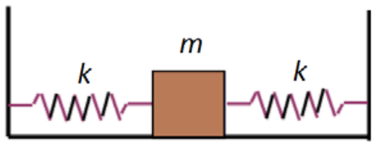
c) Hvordan kan man se karakteristiske trekk til en stående bølge ut fra dette uttrykket?

Lengden til strengen er 65 cm.

d) Finn de laveste tre frekvenser som den mekaniske vibratoren kan ha som vil gi stående bølger på strengen.

Oppgave 2 (Vekt: 30%)

En kloss med masse m kan bevege seg på et horisontalt underlag og er festet mellom to identiske fjærer. Fjærene følger Hookes lov både ved sammenpressing og utstrekning og har fjærkonstant k. Se figuren under.



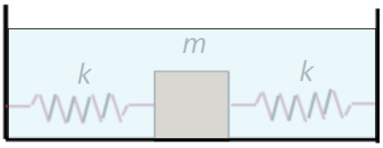
Klossen trekkes ut en avstand x fra likevektsstilling og slippes. Vi ser bort fra friksjon.

a) Begrunn hvorfor vinkelfrekvensen for systemet er gitt som $\omega = \sqrt{\dfrac{2k}{m}}$.

Klossen har masse 1,20 kg og fjærkonstantene er 10,5 N/m. Vi trekker klossen 25,0 cm til høyre for likevektposisjonen og slipper.

b) Bestem den maksimale farten og akselerasjonen klossen får i bevegelsen som oppstår etter at den er sluppet. Hvor skjer dette? Begrunn.

Nå fyller vi vann mellom sideveggene. Når klossen svinger nå, vil den bli utsatt for en bremsende kraft fra vannet. Vi antar at bremsekrafta er proporsjonal med farten, dvs. $R = -bv$.

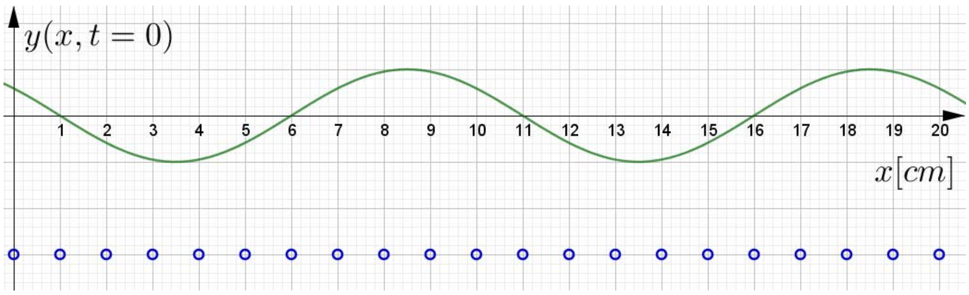


Vi slipper klossen fra samme utgangsposisjon som i b). Når farten til klossen er 0,350 m/s, er den bremsende kraften $R = 1{,}40\ \text{N}$. Se bort fra oppdriften.

c) Hva blir vinkelfrekvensen til svingningene?
d) Hvor lang tid tar det før amplituden er redusert til 20% av den opprinnelige amplituden?

Oppgave 3 (Vekt: 40%)

Figuren under viser partikkelutsvinget til i en lydbølge i luft ved 20°C som funksjon av posisjonen. De små, blå sirklene under grafen illustrerer luftpartikler som ikke er påvirket av lyden.



a) Bruk figuren over til å bestemme hvor lydtrykket er størst og minst. Forklar hvordan du tenker.
b) Begrunn hvorfor det er rimelig at lydtrykket er gitt som $p(x,t) = -B\dfrac{\partial y(x,t)}{\partial x}$.
c) Partikkelutsvinget i figuren er gitt på formen $y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$ der amplituden er $1{,}00 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$. Bestem k og ω. Hva blir frekvensen?

d) Utled et uttrykk for lydtrykket og vis at det maksimale lydtrykket denne lydbølgen har er 8,92 Pa.

Intensiteten er uttrykk for den midlere effekten per arealenhet. Dvs. vi kan skrive

$$I(x,t) = \frac{P(x,t)_{av}}{A} = \left(p(x,t) \cdot v_y(x,t)\right)_{av} .$$

e) Vis at intensiteten kan skrives $I = \dfrac{1}{2} B \omega k A^2$.
f) Hvilket lydnivå har vi i dette tilfellet?

Vedlegg 1:

Formler, noen konstanter, enheter og fysiske størrelser

Noen SI – enheter:

Navn	Enheter	Navn	Enheter	Navn	Enheter
meter	m	**newton**	$N = kg \cdot m/s^2$	**weber**	$Wb = V \cdot s$
kilogram	kg	**joule**	$J = N \cdot m$	**tesla**	$T = Wb \cdot m^{-2}$
sekund	s	**watt**	$W = Js^{-1}$	**ohm**	$\Omega = VA^{-1}$
kelvin	K	**pascal**	$Pa = Nm^{-2}$	**volt**	$V = JC^{-1} = kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
ampere	A	**hertz**	$Hz = s^{-1}$	**coloumb**	$C = A \cdot s$

Noen fysiske størrelser og verdier

Lydfart (omtrentlige verdier)	**Materiale:**	**Symbol: *v***	
	Luft (20°)	343 m/s	
	Vann (20°)	1481 m/s	
	Stål (stainless)	$5{,}8 \cdot 10^3$ m/s	
	Diamant	$12 \cdot 10^3$ m/s	
Bulk modulus (omtrentlige verdier)	**Materiale:**	**Symbol: *B***	
	Glass	$5 \cdot 10^{10}$ Pa	
	Stål	$16 \cdot 10^{10}$ Pa	
	Vann	$2{,}2 \cdot 10^9$ Pa	
	Luft (adiabatisk)	$1{,}42 \cdot 10^5$ Pa	
Youngs modulus (omtrentlige verdier)	**Materiale:**	**Symbol: *Y***	
	Stål	$20 \cdot 10^{10}$ Pa	
	Kobber	$11{,}7 \cdot 10^{10}$ Pa	
Molar varmekapasitet:	**Materiale:**	**Symbol: *C*, enhet: J/mol·K**	
	Is	37,8	
	Vann	75,4	
Smeltevarme:	**Materiale:**	**Symbol: L_f, enhet: J/kg**	
	Vann (ferskvann)	334×10^3	
Fordampningsvarme:	**Materiale:**	**Symbol: L_V, enhet: J/kg**	
	Vann (ferskvann)	2256×10^3	
Tetthet:	**Materiale**	**Symbol: ρ, enhet: kg/m^3**	
	Luft (20°)	1,20	
	Vann (ferskvann)	1000	
Vanndampens metningstrykk:	**Temperatur i °C**	**$P_d(T)$ i Pa**	**Fukt (g/m^3)**
	-10	260	2,14
	20	2335	17,29

Noen fysiske konstanter

Permeabiliteten i vakuum	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Tm/A}$
Permittiviteten i vakuum	$\varepsilon_0 = 8{,}85419 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{C^2/\left(Nm^2\right)}$
Elementærladningen	$e = 1{,}6019 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$
Elektronmassen	$m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Tyngdeakselerasjonens standardverdi	$g = 9{,}807\ \mathrm{m/s^2}$
Gravitasjonskonstanten	$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$
Lysfarten i vakuum	$c = 3{,}00 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}$
Gasskonstanten	$R = 8{,}314\ \ \mathrm{J/(mol \cdot K)}$
Normalt lufttrykk	$p_0 = 1{,}01 \cdot 10^{5}\ \mathrm{Pa}$
Boltzmanns konstant	$k = 1{,}381 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$
Plancks konstant	$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}$
Stefan-Boltzmanns konstant	$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2K^4)}$
Konstanten i Wiens forskyvningslov	$a = 2{,}90 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{mK}$
Solarkonstanten	$S = 1{,}37 \cdot 10^{3}\ \mathrm{W/m^2}$

Dekadiske prefikser

Navn	Prefiks	Verdi	Navn	Prefiks	Verdi
yokto	y	10^{-24}	kilo	k	10^{3}
zepto	z	10^{-21}	mega	M	10^{6}
Atto	a	10^{-18}	giga	G	10^{9}
femto	f	10^{-15}	tera	T	10^{12}
piko	p	10^{-12}	peta	P	10^{15}
nano	n	10^{-9}	exa	E	10^{18}
mikro	μ	10^{-6}	zetta	Z	10^{21}
milli	m	10^{-3}	yotta	Y	10^{24}

Vedlegg 2:

Noen formler i fysikk

Mekanikk

$$v = v_0 + at \qquad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad v^2 = v_0{}^2 + 2a(x - x_0)$$

$$v = r\omega \qquad a_{rad} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \qquad E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$W = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_a^b F_{\parallel}\, dl \qquad P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \qquad \vec{p} = m\vec{v}$$

Mekaniske svingninger og bølger

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \qquad \vec{F} = -k\vec{x} \qquad v = \lambda f \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad \Rightarrow \quad x(t) = A\cos(\omega t) \quad \text{der} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$b > 2\sqrt{km}: \qquad x(t) = C_1 e^{\left(-\frac{b}{2m} - \sqrt{\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \omega^2}\right)\cdot t} + C_2 e^{\left(-\frac{b}{2m} + \sqrt{\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \omega^2}\right)\cdot t}$$

$$b = 2\sqrt{km}: \qquad x(t) = (C_1 t + C_2) \cdot e^{-\frac{b}{2m}\cdot t}$$

$$b < 2\sqrt{km}: \qquad x(t) = Ae^{-\frac{b}{2m}\cdot t}\left(\cos\omega' t + \phi\right) \qquad \text{der} \quad \omega' = \sqrt{\omega^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \qquad E_{tot} = \frac{1}{2}kA^2 \qquad \frac{dE}{dt} = -bv^2$$

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t) \qquad v_y(x,t) = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \qquad a_y(x,t) = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = v^2 \cdot \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}$$ $$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$ $$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$ $$B = -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}}$$

$$P(x,t) = -F \cdot \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \cdot \frac{\partial y(x,t)}{\partial t}$$ $$P_{av} = \frac{1}{2}\sqrt{\mu F}\omega^2 A^2$$ $$I(x,t) = \frac{P(x,t)}{A} = p(x,t) \cdot v_y(x,t)$$

$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ der $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

$$f_L = \frac{v + v_L}{v + v_S} \cdot f_S$$

Fluidmekanikk og varmelære

$$p = \frac{dF_\perp}{dA}$$ $$p = p_0 + \rho g h$$

n = antall mol

N = antall molkyler

$$T_F = \frac{9}{5} T_C + 32$$ $$T = 273{,}15 \cdot \frac{p}{p_{trippel}}$$

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$ $$\Delta V = \beta V_0 \Delta T$$ $$pV = nRT = NkT$$

$$K_{tr} = \frac{3}{2} nRT$$ $$v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$ $$\lambda = \frac{V}{4\pi\sqrt{2} r^2 N}$$

$$\left(p + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

$$Q_f = m \cdot L_f$$ $$Q_v = m \cdot L_v$$

$$\Delta W = p\Delta V$$ $$W = \int_1^2 p\,dV$$ $$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

$\gamma = 1{,}67$ for en enatomig ideell gass og $\gamma = 1{,}40$ for en toatomig ideell gass

$$C_p = C_V + R$$ $$\Delta U = Q - W$$ $$Q = mc\Delta T = nC\Delta T$$

$$dU = nC_V\,dT$$ $$pV^\gamma = konst$$ $$TV^{\gamma-1} = konst$$

$$p^{1-\gamma} T^\gamma = konst$$

$e = \frac{W}{Q_H}$ Carnot: $e = 1 - \frac{T_C}{T_H}$

$K = \left|\frac{Q_C}{W}\right|$ Carnot: $K = \frac{T_C}{T_H - T_C}$ Entropi: $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$

Damptrykksformelen: $p(T) = p_0 e^{\frac{L_m}{R}\left(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T}\right)}$

Relativ fuktighet: $\varphi = \frac{p_{H_2O}}{p_d(T)} \cdot 100\%$

Fouriers lov: $\Phi(x) = -\kappa A \frac{dT}{dt}$

Varmemotstanden: $R = \frac{L}{\kappa \cdot A}$

Konveksjon: $\Phi = hA(T_v - T_l)$

Stefan – Boltzmanns lov: $j_S = \sigma T^4$

Plancks fordelingslov: $F(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$

Wiens forskyvningslov: $\lambda_{maks} \cdot T = a$

Elektromagnetisme

Coulombs lov: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$ $\quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$

Elektrisk dipolmoment: $\vec{p} = q\vec{d}$ (fra – til +)

Dreiemoment på en elektrisk dipol: $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

Potensiell energi til en elektrisk dipol: $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$

Elektrisk fluks: $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$

Elektrisk potensiell energi: $U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qq_0}{r}$

Elektrik potensial fra en punktladning: $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}$

Potensialforskjellen mellom to punkter: $V_a - V_b = \int \vec{E} \cdot \vec{dl}$

Kraft på en ladning i bevegelse: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Magnetisk kraft på en strømførende leder: $\vec{F} = I\vec{dl} \times \vec{B}$

Dreiemoment på ei strømsløyfe: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

Potensiell energi til en magnetisk dipol: $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

Hall – effekten: $nq = \frac{-J_x B_y}{E_z}$

Magnetfelt fra punktladning m/ konstant fart: $\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{q\vec{v}\times\hat{r}}{r^2}$

Biot – Savarts lov: $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$

Magnetisk fluks: $\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A}$

Faradays lov: $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$

Indusert ems i en lukket strømsløyfe som beveger seg i et magnetfelt: $\varepsilon = \oint (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

Maxwells likninger

1. Gauss lov for $\vec{E}$: $\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \dfrac{Q_{encl}}{\varepsilon_0}$
2. Gauss lov for $\vec{B}$: $\oint \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0$
3. Amperes lov: $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\left(i_C + \varepsilon_0\dfrac{d\Phi_E}{dt}\right)_{encl}$
4. Faradays lov: $\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$

Elektromagnetiske bølger, lys og optikk

$E_{\max} = cB_{\max}$

Farten i vakuum: $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$

Poynting vektor: $\vec{S} = \dfrac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}$

Intensiteten: $I = \dfrac{E_{\max}\cdot B_{ax}}{2\mu_0}$

Brytningsindeksen: $n = \dfrac{c}{v}$

Snells lov: $n_a \sin\theta_a = n_b \sin\theta_b$

Malus's lov: $I = I_{\max}\cos^2\phi$

Brewsters lov: $\tan\theta_p = \dfrac{n_b}{n_a}$

Speilformelen for sfæriske speil: $\dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{2}{R} = \dfrac{1}{f}$

Brytning i sfærisk flate: $\dfrac{n_a}{s} + \dfrac{n_b}{s'} = \dfrac{n_b - n_a}{R}$

Lateral forstørrelse: $m = \dfrac{y'}{y}$

Linseformelen: $\dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{1}{f}$

Linsemakerens formel: $\dfrac{1}{f} = (n-1)\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)$

Intensitet i interferens fra to spalter: $I = I_0 \cos^2\dfrac{\phi}{2}$ hvor $\phi = \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$

Konstruktiv refleksjon fra tynn film, ingen relative faseskift: $2t = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, ...)$

Intensitet fra diffraksjon i enkeltspalt: $I = I_0 \left\{\dfrac{\sin\beta/2}{\beta/2}\right\}^2$ hvor $\beta = \dfrac{2\pi}{\lambda} a\sin\theta$

Intensitetsmaksima fra mange spalter: $d\sin\theta = m\lambda \quad (m = 0, \pm1, \pm2, \pm3, ...)$

Kromatisk oppløsning: $R = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$

Braggs betingelse for konstruktiv interferens: $2d\sin\theta = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, ...)$

Vedlegg 3:

Noen formler fra matematikk

Potensregning

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$

$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

Integrasjon

$\int axdx = a\int xdx$

$\int x^r dx = \frac{1}{r+1}x^{r+1} + C, \quad r \neq -1$

$\int e^{kx} dx = \frac{1}{k}e^{kx} + C$

$\int \frac{1}{x}dx = \ln x + C, \quad x > 0$

Derivasjon

$f(x) = a \Rightarrow f'(x) = 0$

$f(x) = ax + b \Rightarrow f'(x) = a$

$f(x) = ax^r \Rightarrow f'(x) = a \cdot r \cdot x^{r-1}$

$f(x) = \sin(ax) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = a\cos(ax)$

$f(x) = \cos(ax) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -a\sin(ax)$

$f(x) = a \cdot e^{kx} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = a \cdot ke^{kx}$

$f(x) = f(u(x)) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = f'(u) \cdot u'(x)$

Vektorregning

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\angle\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ der

$\vec{a}$, $\vec{b}$ og $\vec{c}$ danner et høyrehåndssystem

$\left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\angle\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

Trigonometri

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\sin(u \pm v) = \sin u \cos v \pm \sin v \cos u$

$\cos(u \pm v) = \cos u \cos v \mp \sin u \sin v$

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Logaritmer

$a = \log x \quad \Leftrightarrow \quad x = 10^a$

$\log a^x = x \log a$

$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$

$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$