

FY6019 Moderne fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Eksamen januar 2021

Det er i alt 25 deloppgaver som alle teller like mye.

Benytt gjerne tre gjeldende siffer for ulike naturkonstanter som inngår: $e = 1.60 \cdot 10^{-19}$ C, $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34}$ Js, $h = 2\pi\hbar$, $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, $c = 3.00 \cdot 10^8$ m/s, $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $u = 1.66 \cdot 10^{-27}$ kg, $g = 9.81$ m/s²

1. Beregn midlere de Broglie – bølgelengde for en gass med toatomige molekyler NaBr ved temperatur 300 K. Angi svaret i et helt antall pm (pikometer).

Midlere atomær masse for natrium og brom er henholdsvis $22.99u$ og $79.90u$.

2. I *the Relativistic Heavy Ion Collider* (RHIC) i USA akselereres ioner slik at de oppnår hastigheter nær lyshastigheten c . I eksperimentene er gjerne samtlige elektroner revet løs fra kjernen. Beregn hvileenergien mc^2 for en Al-kjerne (aluminium) med 27 nukleoner, uttrykt i enheten GeV.

3. Beregn hastigheten til en atomkjerne med 90 nukleoner og kinetisk energi 8.0 GeV. Angi svaret med to desimaler i enheter av lysfarten c i vakuum.

Oppgitt: $E = mc^2 + K = \gamma mc^2$, $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$.

4. Beregn bølgelengden til kryptonatomer (masse $84u$) med kinetisk energi 69.7 meV. Angi svaret med en desimal i pm (pikometer).

5. Beregn energien i 3. eksiterte tilstand til Sr^{37+} . Angi svaret i enheten keV, med 2 desimaler.

6. Et elektron foretar en overgang fra en 3p-tilstand til grunntilstanden i Mg^{11+} . Beregn bølgelengden til det utsendte fotonet. Angi svaret i et helt antall pm (pikometer).

7. Et elektron befinner seg i en endimensjonal og praktisk talt uendelig dyp potensialbrønn med bredde $L = 7.5$ nm. Elektronet foretar en overgang fra 4. eksiterte tilstand til grunntilstanden, under utsendelse av et foton. Beregn bølgelengden til det utsendte fotonet. Angi svaret i mikrometer, med en desimal.

8. Et elektron befinner seg i en endimensjonal og praktisk talt uendelig dyp potensialbrønn som er plassert på intervallet $|x| < L/2$. Anta at elektronet ved tidspunktet $t = 0$ beskrives av den normerte bølgefunksjonen

$$\Psi(x, 0) = \sqrt{\frac{\pi}{2L}} \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right).$$

Regn ut sannsynligheten for at en måling av elektronets posisjon gir en verdi på intervallet $|x| < L/4$.

Dersom du løser oppgaven analytisk, kan det passe å oppgi svaret med tre desimaler. Men brukbar uttelling vil det også kunne gi dersom du på andre velbegrunnede måter kommer fram til et godt estimat!

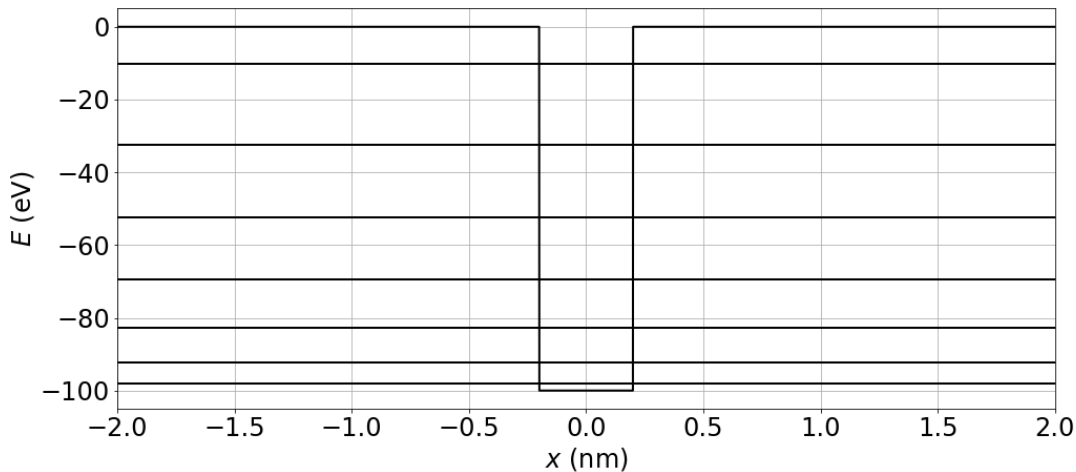
Oppgitt: $\int \cos(\alpha x) dx = \frac{1}{\alpha} \sin(\alpha x)$

9. Et elektron befinner seg i en endimensjonal og praktisk talt uendelig dyp potensialbrønn med bredde L . Anta at elektronet ved tidspunktet $t = 0$ befinner seg i den normerte tilstanden

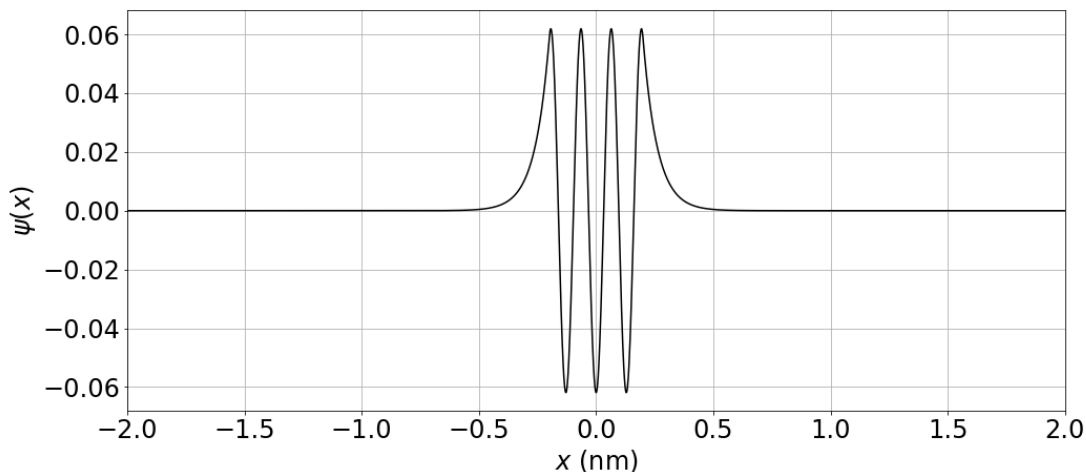
$$\Psi(x, 0) = c_1\psi_1(x) + c_2\psi_2(x) + c_3\psi_3(x),$$

dvs en lineærkombinasjon av grunntilstanden og 1. og 2. eksiterte tilstand, med koeffisienter $c_1 = 1/9$, $c_2 = 4/9$ og $c_3 = 8/9$. Beregn forventningsverdien til elektronets kinetiske energi, målt i enheter av grunntilstandsenergien $E_1 = \pi^2\hbar^2/2m_eL^2$. Oppgi svaret med 2 desimaler.

10. En potensialbrønn med dybde 100 eV og bredde 0.4 nm benyttes som en forenklet endimensjonal modell for et atom. Figuren illustrerer potensialet $V(x)$ og energinivåene E_1, \dots, E_7 for de sju (romlige) bundne energiegtilstandene $\psi_1(x), \dots, \psi_7(x)$:



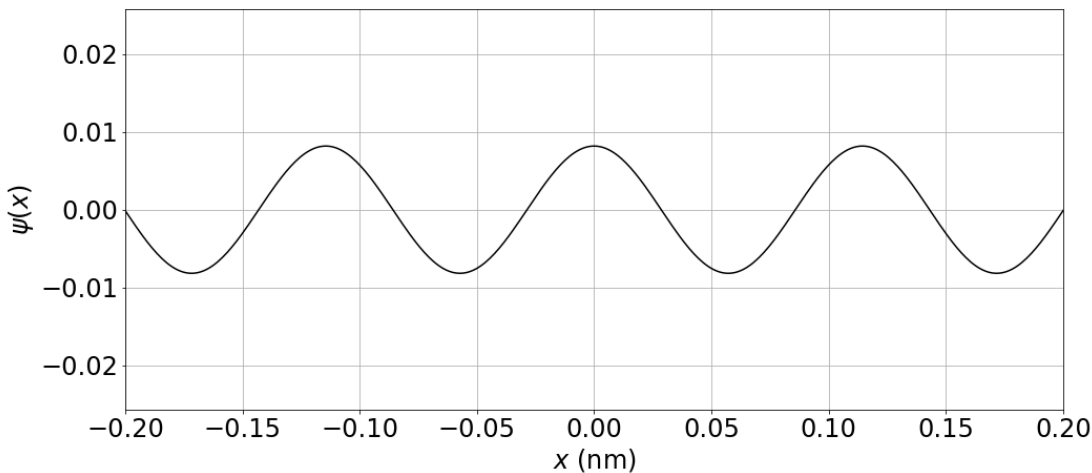
a) Hva er omtrent energieverdien som tilhører bølgefunksjonen vist nedenfor? Begrunn svaret.



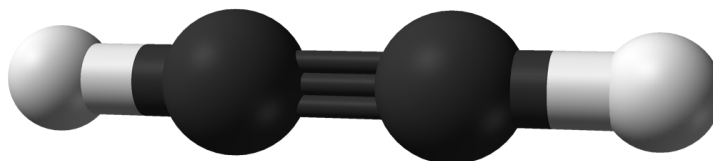
b) Potensialbrønnen benyttes som modell for et atom med 9 elektroner. Et innkommende foton kan absorberes og rive et elektron løs fra atomet. Hva er (omtrent) minste fotonenergi som skal til for å løsrive et av atomets elektroner? Bruk enheten eV.

Vi minner om at elektroner er fermioner som adlyder Pauliprinsippet.

c) Figuren nedenfor viser en ubundet tilstand i brønnområdet $-0.2 \text{ nm} < x < 0.2 \text{ nm}$, dvs der potensialet er -100 eV . Hva er omtrentlig tilhørende energieigenverdi E ? Rund av ditt estimat til et helt antall eV.

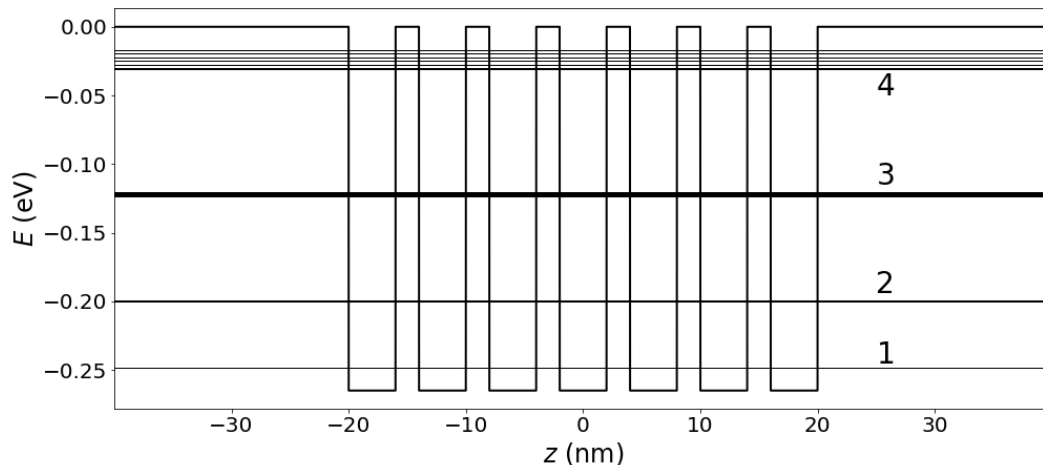


11. Acetylen (C_2H_2) er et lineært molekyl:

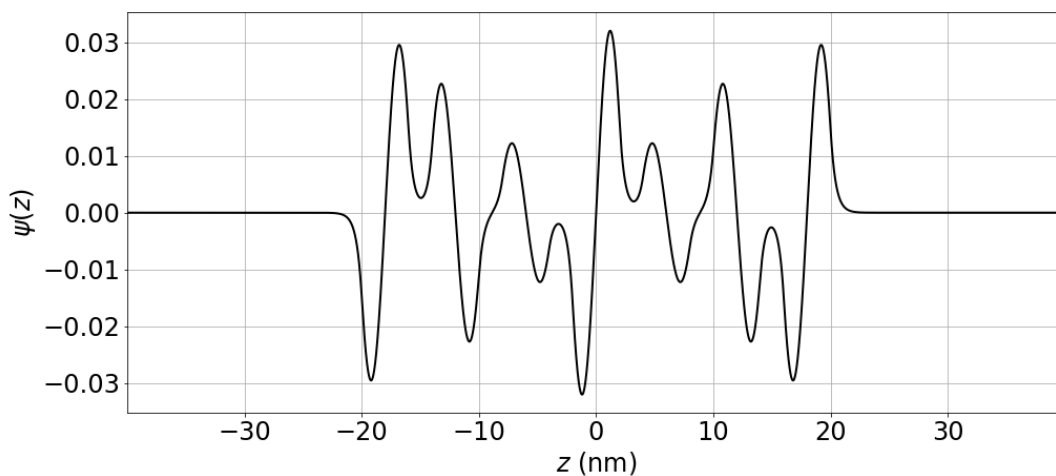


Bindingslengden mellom C-atomene (grå) er 120.3 pm . Bindingslengden mellom C og H (hvit) er 106.0 pm . Massen til et C-atom er $12u$. Massen til et H-atom er $1u$. Vi betrakter her molekylet som et stivt legeme. Et acetylenmolekyl gjennomgår en strålingsovergang fra nest laveste til laveste rotasjonsnivå, dvs fra en rotasjonstilstand med dreieimpulsquantetall $l = 1$ til en rotasjonstilstand med $l = 0$. Beregn bølglengden til det utsendte fotonet. Bruk millimeter som enhet og en desimal.

12. En lagdelt struktur med vekselvis InGaAs og InAlGaAs gir opphav til et "supergitter" bestående av 7 potensialbrønner (InGaAs; bredde 4 nm; $V = -0.265$ eV) adskilt med tynne barrierer (InAlGaAs; bredde 2 nm; $V = 0$):

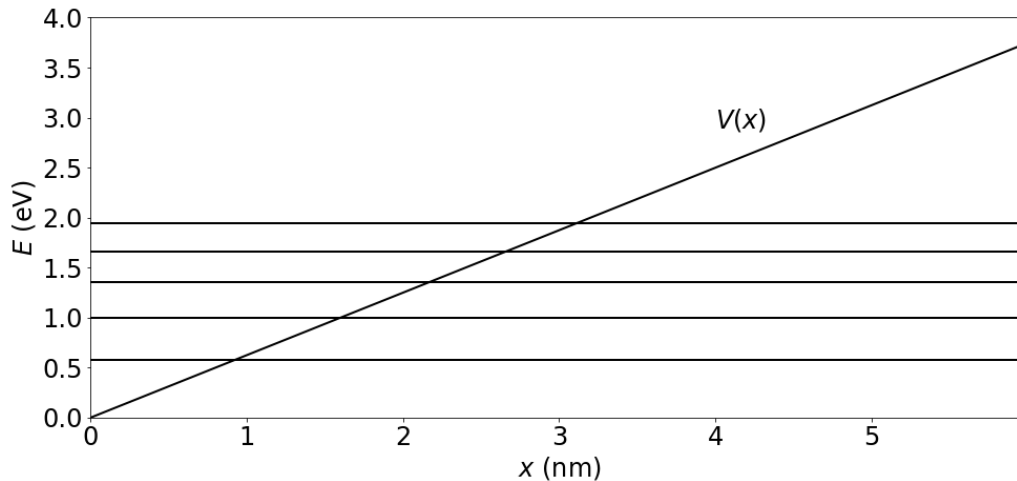


a) Potensialet gir opphav til 28 bundne tilstander med tilhørende energier fordelt på fire "bånd" (merket 1, 2, 3 og 4) med 7 tettliggende energiverdier i hvert bånd (horisontale linjer i figuren over). Figuren nedenfor viser en av disse bundne tilstandene. Hvilket energibånd tilhører denne tilstanden? Begrunn svaret.



b) Denne halvlederstrukturen kan brukes til å lage en laser basert på strålingsoverganger fra tilstander i energibånd nr 2 til tilstander i energibånd nr 1 (se nummerering i figuren ovenfor). Bestem denne laserens bølgelengde. (Dvs, bestem bølgelengden til de emitterte fotonene.)

13. Et elektron befinner seg i et endimensjonalt potensial $V(x) = Fx$ med $x \geq 0$. I området $x < 0$ er $V = \infty$. Verdien av konstanten F er $1.0 \cdot 10^{-10}$ J/m. Figuren nedenfor illustrerer potensialet $V(x)$ samt energieigenverdiene E_1, \dots, E_5 (de fem horisontale linjene) for grunntilstanden ψ_1 og 1. til 4. eksiterte tilstand.



a) Les av E_2 fra figuren og beregn det klassiske vendepunktet \tilde{x}_2 for 1. eksiterte tilstand ψ_2 , definert ved $E_2 = V(\tilde{x}_2)$, dvs den posisjonen som markerer grensen mellom det klassisk tillatte og det klassisk forbudte området dersom elektronet befinner seg i tilstanden ψ_2 .

b) Tegn en kvalitativ skisse av 1. eksiterte tilstand $\psi_2(x)$. Begrunn kort hva som ligger til grunn for din skisse.

c) Hva ville verdien av F ha vært dersom $V(x)$ skulle representere den potensielle energien til et elektron i tyngdefeltet på jordoverflaten?

14. Løsningene av den tidsuavhengige Schrödingerligningen for hydrogenatomet er energiegentilstandene $\psi_{nlm_l}(r, \theta, \phi)$ med tilhørende energieigenverdier $E_n \simeq -13.6 \text{ eV}/n^2$. Her er r, θ, ϕ kulekoordinater, som innført i forelesningene.

a) I atomets grunntilstand befinner elektronet seg i den såkalte 1s-orbitalen. Hvilke verdier har de tre kvantetallene n, l og m_l i grunntilstanden?

b) Et hydrogenatom kan eksiteres fra grunntilstanden til ulike 3p-orbitaler ved å absorbere et innkommende foton. Bestem fotonets bølgelengde.

c) Anta at elektronet nå befinner seg i tilstanden ψ_{311} . Elektronets dreieimpuls \mathbf{L} danner da en vinkel med z -aksen. Bestem denne vinkelen.

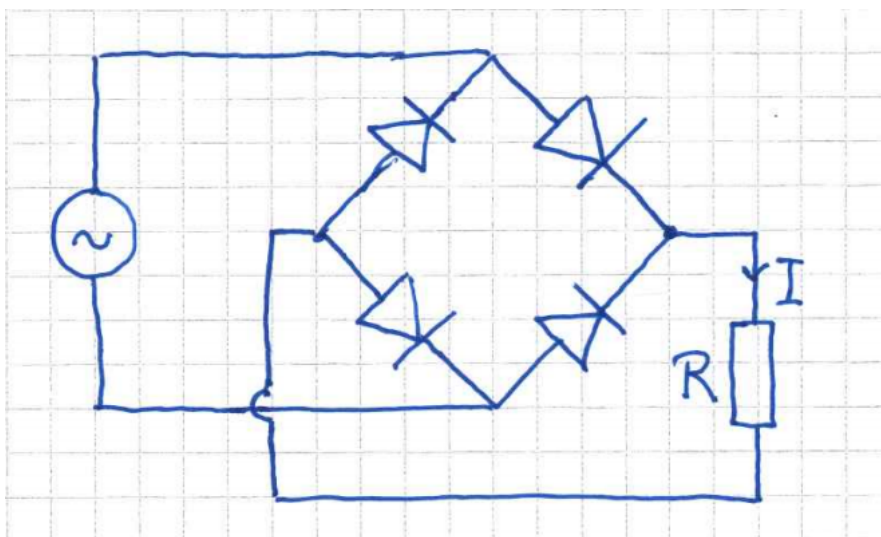
d) Et slik eksitert hydrogenatom, med elektronet i tilstanden ψ_{311} kommer inn i et homogent magnetfelt med retning langs positiv z -akse, og med magnetisk feltstyrke 6.0 T. Elektronet kan nå foreta en spontan overgang til tilstanden ψ_{31-1} , under emisjon av et foton. Bestem fotonets bølgelengde.

15. I de fleste atomer med mange elektroner øker orbitalenes energiverdier i denne rekkefølgen: 1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, 3d, 4p, 5s, 4d, 5p, 6s, 4f, 5d, ...

a) Hvor mange elektroner kan vi maksimalt ha i 4d-orbitaler i et gitt atom? Begrunn svaret.

b) Skriv ned elektronkonfigurasjonen til et indiumatom (In, atomnummer 49) i grunntilstanden. Hva er elektronenes totale spinn i et indiumatom i grunntilstanden?

16. En vekselspenningskilde $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$ kobles til fire dioder og en motstand R , som vist i figuren nedenfor:



Diodene har fullstendig idealiserte strøm-spenningskarakteristikker, dvs null strøm med negativ påtrykt spenning og null spenning når $I > 0$.

Tegn opp kretsen to ganger.

Angi i den ene figuren hvilken vei strømmen går ved tidspunktet $t = \pi/2\omega$.

Angi i den andre figuren hvilken vei strømmen går ved tidspunktet $t = 3\pi/2\omega$.

Hva er strømstyrken I ved disse to tidspunktene?