

Oppgave 1–3: Stråling.

1) Wiens forskyvningslov uttrykker sammenhengen mellom et legemes temperatur T og bølgelengden λ hvor $dj/d\lambda$ har sin maksimale verdi. Resultatet $\lambda \cdot T = 0.00290 \text{ m}\cdot\text{K}$ utledes ved å sette $d(dj/d\lambda)/d\lambda = 0$ og løse den transcendent ligningen $z = 5 - 5e^{-z}$ for den dimensjonsløse størrelsen $z = hc/k_B T \lambda$.
Hvilken verdi av z gir samsvar med Wiens forskyvningslov?

2) Ligningen $z = 5 - 5e^{-z}$ kan løses iterativt, dvs $z_{i+1} = 5 - 5e^{-z_i}$, for eksempel med startverdi $z_0 = 1$ på høyre side.
Hvor mange ganger må høyre side beregnes for å få verdien av z med 4 gjeldende sifre?

3) Anta at jorda er ei svart kule med radius 6371 km og overflatetemperatur 287 K.
Hva er omtrent total emittert effekt?

4) Ikke-relativistisk bindingsenergi i grunntilstanden for ett elektron bundet til en kjerne med Z protoner er $Z^2 \cdot 13.6 \text{ eV}$.
Hvor stor må Z minst være for at denne energien skal overstige 1% av elektronets hvileenergi $m_e c^2$?

Oppgave 5–8: Partikkel i boks.

Et elektron er begrenset til å bevege seg i en dimensjon, mellom $x = 0$ og $x = L = 2.0 \text{ nm}$. Potensialet er $V = 0$ for $0 < x < L$ og $V = \infty$ ellers.

5) **Hva er elektronets fart i grunntilstanden?**

6) **Hva er bølgelengden til et foton som eksiterer elektronet fra grunntilstanden til 1. eksiterte tilstand?**

7) Anta at elektronet ved tidspunktet $t = 0$ er preparert i en starttilstand beskrevet ved den normerte bølgefunksjonen

$$\Psi(x, 0) = \sqrt{\frac{4}{L}} \sin(2\pi x/L)$$

i boksens venstre halvdel $0 < x < L/2$ og $\Psi(x, 0) = 0$ i boksens høyre halvdel $L/2 < x < L$.
Hva er sannsynligheten for at en måling av elektronets energi gir verdien E_2 ?

Oppgitt: $\int \sin^2 z \, dz = \frac{1}{2}(z - \sin z \cos z)$

8) Anta nå at elektronet beskrives av den ikke-stasjonære (men normerte) bølgefunksjonen

$$\Psi(x, t) = \sum_{n=1}^4 c_n \psi_n(x) e^{-iE_n t/\hbar} \quad \text{med} \quad c_1 = c_4 = \frac{1}{\sqrt{6}}, \quad c_2 = c_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Hva er forventningsverdien $\langle E \rangle$ av partikkelens energi?

Oppgave 9–12: Harmonisk oscillator.

Ikkevekselvirkende elektroner med spinn $1/2$ og masse m_e adlyder Pauliprinsippet. Sju elektroner befinner seg i potensialet $V(x) = kx^2/2$, der $k = 1.25 \text{ eV/nm}^2$. Temperaturen er lav slik at termisk energi $k_B T$ er mye mindre enn avstanden mellom de kvantiserte energinivåene.

9) Hva er total utstrekning på det klassisk tillatte området for et elektron som befinner seg i grunntilstanden?

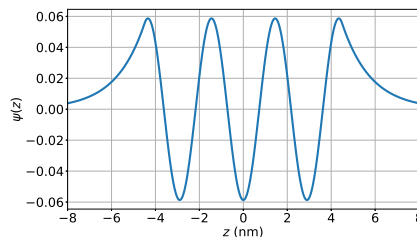
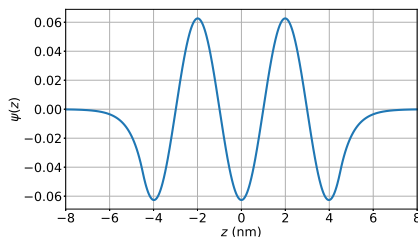
10) Anta at strålingsoverganger bare kan skje mellom naborivåer med energi E_n og $E_{n\pm 1}$. Hva er bølglengden til et emittert eller absorbert foton i en slik prosess?

11) Hva er de sju elektronenes totale spinn?

12) Hva er de sju elektronenes totale energi?

Oppgave 13–14: Endelig potensialbrønn.

I en potensialbrønn ($-4.50 \text{ nm} < z < 4.50 \text{ nm}$) er potensialet $V(z) = -200 \text{ meV}$. På hver side av brønnen er det et område med bredde 45.50 nm og potensial $V(z) = 0$. Utenfor dette er $V(z) \simeq \infty$.



13) Et elektron befinner seg i tilstanden som vises i figuren til venstre. Så lenge elektronet er i det klassisk tillatte brønnområdet,

hva er omtrent absoluttverdien av farten v ?

14) Figuren til høyre viser den av potensialbrønnens bundne tilstander som har høyest energi.

Hvor mange bundne tilstander er det i denne potensialbrønnen?

Oppgave 15–17: Tredimensjonal boks.

Energivåene for elektroner (fermioner; to spinntilstander for hver romlige orbital) i en tredimensjonal kubisk boks med sidekanter L er

$$E = E_0 (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2).$$

Her er $E_0 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_e L^2}$, og kvantetallene n_x, n_y, n_z er positive heltall.

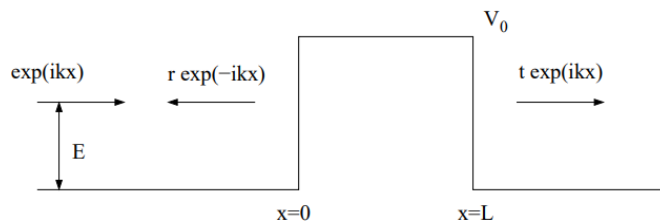
15) Hva er total degenerasjonsgrad (inklusive spindegenerasjon) til energivået $14E_0$?

16) Tillatte energier mindre enn $14E_0$ er $3E_0, 6E_0, 9E_0, 11E_0, 12E_0$. Hvor mange elektroner med energi mindre enn $14E_0$ kan vi ha i denne boksen?

17) Anta at boksen har sidekanter $L = 5.00$ nm og inneholder 13 ikkevekselvirkende elektroner. Hva er disse elektronenes totale energi når systemet er i sin grunntilstand?

18) Elektronet i hydrogenatomet befinner seg i bundne tilstander ψ_{nlm} . Hvis elektronet gjennomgår en strålingsovergang fra ψ_{322} til ψ_{211} , hva er bølgelengden til det emitterte fotonet?

Oppgave 19: Potensialbarriere.



Et elektron kommer inn fra venstre og møter en potensialbarriere med høyde V_0 og bredde L . Elektronet har veldefinert impuls $p_i = \hbar k$ og (kinetisk) energi $E(k) = \hbar^2 k^2 / 2m_e$. Innkommende bølge er $\psi_i(x) = \exp(ikx)$, reflektert bølge er $\psi_r(x) = r \exp(-ikx)$ og transmittert bølge er $\psi_t(x) = t \exp(ikx)$. Det oppgis at transmisjonssannsynligheten er

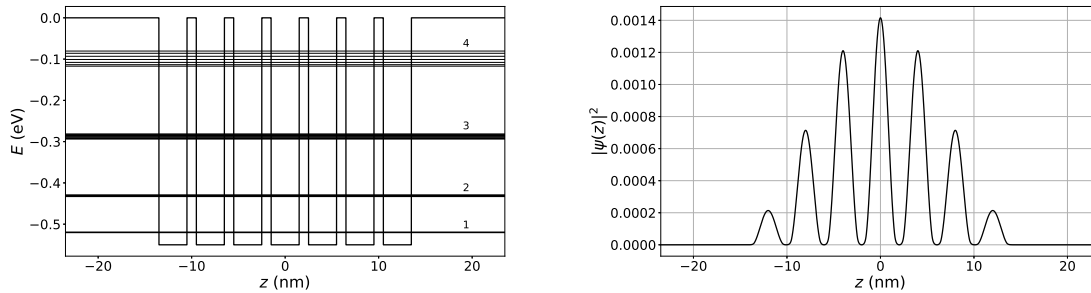
$$T(E \leq V_0) = \left[1 + \frac{\sinh^2 \left(k_0 L \sqrt{1 - E/V_0} \right)}{4(1 - E/V_0) E/V_0} \right]^{-1} \quad T(E > V_0) = \left[1 + \frac{\sin^2 \left(k_0 L \sqrt{E/V_0 - 1} \right)}{4(E/V_0 - 1) E/V_0} \right]^{-1}.$$

Her er $k_0 = \sqrt{2m_e V_0} / \hbar$.

19) Hva er minste verdi for forholdet E/V_0 som gir $T = 1$?

Oppgave 20–21: Supergitter.

En lagdelt halvlederstruktur er opphav til 7 potensialbrønner adskilt av 6 barrierer. Potensialet i brønnene er -550 meV. Potensialet i barrierene er null, det samme som til venstre og til høyre for de 7 brønnene. Hver brønn har bredde 3.00 nm, hver barriere har bredde 1.00 nm. Systemet har 28 bundne (romlige) tilstander $\psi_0(z), \psi_1(z), \dots, \psi_{27}(z)$ fordelt med like mange på 4 energibånd, nummerert og vist med horisontale linjer i figuren til venstre.



20) Figuren til høyre viser sannsynlighetstettheten for en av systemets bundne tilstander. Hva er (omtrent) tilhørende energieverdi?

21) Strukturen kan fungere som en laser ved at elektroner i bånd nr 2 emitterer fotoner og havner i tilstander i bånd nr 1.

Hva er (omtrent) bølgelengden til disse fotonene?

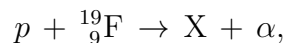
Oppgave 22–25: Kjernefysikk.

22) Klokket 10:00 mandag måler du en aktivitet $500 \mu\text{Ci}$ for en radioaktiv prøve. Deretter måler du daglig kl 10:00 resten av uka aktivitetene $429, 368, 316$ og $271 \mu\text{Ci}$.

Hva er prøvens halveringstid $T_{1/2}$?

Passende enheter her vil være døgn eller timer.

23) I kjernereaksjonen



hvilken isotop er X?

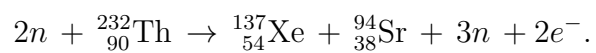
Forklar hvordan du kom fram til svaret.

24) Det oppgis at isotopen X i forrige oppgave har masse $15.994915u$.

Bestem frigjort kinetisk energi Q i reaksjonen i forrige oppgave.

Oppgitt: $1uc^2 = 931.494 \text{ MeV}$

25) Fisjon med thorium som utgangspunkt kan beskrives med følgende kjernereaksjon:



Bestem frigjort kinetisk energi Q i denne reaksjonen.

Masser (i enheten u):

p (proton): 1.007825

n (nøytron): 1.008665

α (${}_{2}^{4}\text{He}$): 4.002603

${}_{9}^{19}\text{F}$: 18.998403

${}_{90}^{232}\text{Th}$: 232.038055

${}_{54}^{137}\text{Xe}$: 136.911562

${}_{38}^{94}\text{Sr}$: 93.915361
