

Tallverdier benyttet her: $e = 1.60 \cdot 10^{-19}$ C, $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34}$ Js, $h = 2\pi\hbar$, $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, $c = 3.00 \cdot 10^8$ m/s, $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $u = 1.66 \cdot 10^{-27}$ kg, $g = 9.81$ m/s²

1. Midlere de Broglie-bølgelengde for en gass med NaBr-molekyler ved 300 K, der atomære masser er hhv 22.99u og 79.90u, dvs med midlere molekylmasse 102.89u:

$$\lambda = h/\sqrt{3mk_B T} \simeq 14 \text{ pm}$$

2. Hvilke energi for aluminiumkjerne med 27 nukleoner:

$$E_0 = mc^2 = 27u \cdot c^2 = 25 \text{ GeV}$$

3. v/c for kjerne med 90 nukleoner og kinetisk energi $K = 8.0$ GeV:
Fra $E = K + mc^2$ og $E = \gamma mc^2$ følger det at

$$v/c = \sqrt{1 - (mc^2/(K + mc^2))^2},$$

som med $mc^2 = 90u \cdot c^2 = 84$ GeV blir ca 0.41.

4. λ for Kr-atom med masse 84u og kinetisk energi 69.7 meV:

$$\lambda = h/p = h/\sqrt{2mK} = 12 \text{ pm}$$

5. Dette er et hydrogenlignende system, med 1 elektron bundet til en kjerne med 38 protoner. Energi-nivåene skalerer med faktoren $(Z/n)^2$, der Z er atomnummeret og n er hovedkvantetallet, dvs $n = 4$ for 3. eksiterte tilstand. Dermed: E_4 for Sr^{37+} er $-13.6 \text{ eV} \cdot (38/4)^2 = -1227 \text{ eV} = -1.23 \text{ keV}$.

6. λ for overgangen 3p til 1s i Mg^{11+} :

$$\lambda = hc/\Delta E = hc/(E_3 - E_1) = 711 \text{ pm},$$

siden $E_n = -13.6 \text{ eV} \cdot (Z/n)^2$ og $Z = 12$.

7. λ til utsendt foton for overgangen fra 4. eksiterte tilstand ($n = 5$) til grunntilstanden ($n = 1$) i 1D boks med bredde $L = 7.5$ nm (og der aktuell partikkel er et elektron):

$$\lambda = hc/\Delta E = hc \cdot (8m_e L^2/h^2)/(5^2 - 1^1) = m_e c L^2/3h.$$

Med tallverdier innsatt blir dette $7.8 \mu\text{m}$.

- 8.

$$P = \frac{\pi}{2L} \cdot \frac{L}{\pi} \cdot (\sin(\pi/4) - \sin(-\pi/4)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 0.707.$$

9. Forventningsverdien til E/E_1 med $c_1 = 1/9$, $c_2 = 4/9$ og $c_3 = 8/9$:

$$\langle E/E_1 \rangle = 1 \cdot (1/9)^2 + 4 \cdot (4/9)^2 + 9 \cdot (8/9)^2 = 7.91$$

10.

a) Figuren viser en bølgefunksjon $\psi(x)$ som er symmetrisk med 6 nullpunkter. Da er dette 6. eksiterte tilstand. Vi leser av energieigenverdien -10 eV.

b) Med 9 elektroner har vi 2 elektroner i hver av de 4 nederste energinivåene og 1 elektron i energinivå nr 5. Det mest energirike elektronet har da energi ca -52 eV, så fotonet må ha energi minst ca 52 eV for å løsribe et elektron fra atomet.

c) Fra figuren ser vi at $7\lambda/2 = 0.40$ nm, dvs $\lambda = 0.8/7$ nm, som betyr at kinetisk energi er $K = h^2/2m_e\lambda^2 \simeq 114$ eV. Dermed, siden potensialet er $V = -100$ eV, er total energi $E = K + V = 14$ eV.

11. Treghetsmomentet er $I = 2m_C d_C^2 + 2m_H d_H^2$, med tallverdiene $d_C = 60.15$ pm, $d_H = 166.15$ pm, $m_C = 12u$ og $m_H = 1u$. Det gir et treghetsmoment $I = 2.358 \cdot 10^{-46}$ kg m². Rotasjonsenergiene er $K_{\text{rot}} = l(l+1)\hbar^2/2I$. En overgang fra en tilstand med $l = 1$ til en tilstand med $l = 0$ gir da et utsendt foton med energi

$$E = \Delta K_{\text{rot}} = \hbar^2/I = 4.676 \cdot 10^{-23} \text{ J}$$

og dermed en bølgelengde

$$\lambda = hc/E = 4.2 \text{ nm}$$

12.

a) Bånd 1: 0-6 nullpunkter, bånd 2: 7-13 nullpunkter, bånd 3: 14-20 nullpunkter, bånd 4: 21-27 nullpunkter. Her har vi 9 nullpunkter, dvs en tilstand i bånd nr 2.

b) På øyemål anslår vi at energidifferansen mellom bånd nr 1 og 2 er ca 0.05 eV. Fotoner med energi 50 meV har bølgelengde $\lambda = hc/E \simeq 25$ μm .

13.

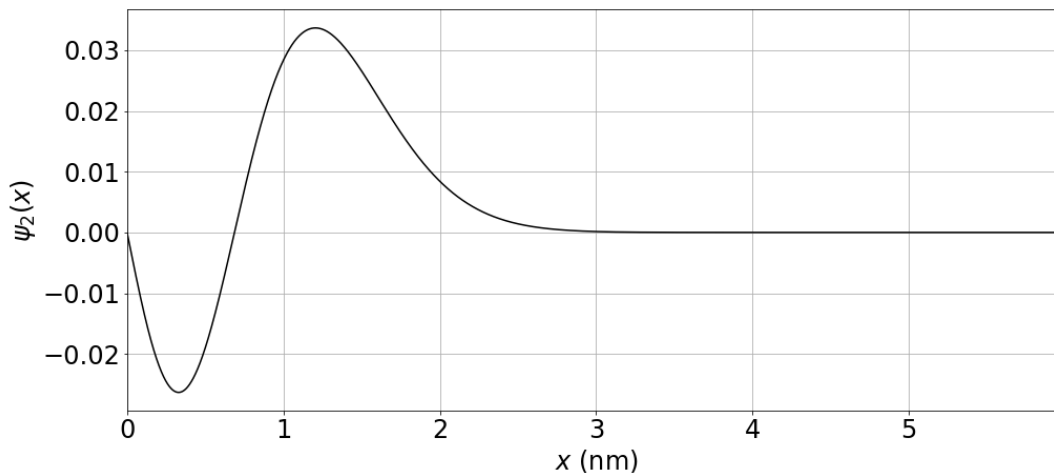
a) Fra figuren ser vi at $E_2 = 1.0$ eV. Vi ser også fra figuren at \tilde{x}_2 ligger litt til høyre for 1.5 nm (skjæringspunktet $V = E_2$). Men her er vi bedt om å *beregne* det klassiske vendepunktet:

$$E_2 = F\tilde{x}_2 \Rightarrow \tilde{x}_2 = E_2/F = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}/1.0 \cdot 10^{-10} \text{ J/m} = 1.6 \text{ nm}.$$

b) Om 1. eksiterte tilstand $\psi_2(x)$ vet vi her dette:

- $\psi_2(0) = 0$ (fordi $V \rightarrow \infty$ her)
- $\psi_2(x)$ har 1 nullpunkt mellom $x = 0$ og $x = \tilde{x}_2$
- $\psi_2(x)$ krummer mot x -aksen til venstre for \tilde{x}_2 (klassisk tillatt område) og bort fra x -aksen til høyre for \tilde{x}_2 (klassisk forbudt område)
- $\psi_2(x)$ avtar eksponentielt mot null for økende verdier av x til høyre for \tilde{x}_2 (klassisk forbudt område)

Det skulle være tilstrekkelig for å skissere noe i retning av dette:



c) I tyngdefeltet ved jordoverflaten er potensiell energi $V(x) = mgx$, med $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ lik tyngdens akselerasjon og x lik høyden over bakken. For et elektron har vi da $F = m_e g = 8.94 \cdot 10^{-30} \text{ N}$ (evt J/m), dvs tyngden av et elektron.

14.

a) 1s-orbitalen tilsvarende $n = 1$, $l = 0$ og $m_l = 0$.

b) Energinivåene i hydrogenatomet er $E_n = -13.6 \text{ eV}/n^2$, med $n = 1, 2, \dots$. Energidifferansen mellom 1s-orbitalen og 3p-orbitalene er $\Delta E = E_3 - E_1 = 13.6 \text{ eV} \cdot 8/9$. Et foton med denne energien har bølgelengden $\lambda = hc/\Delta E = 102 \text{ nm}$.

c) Vi har $L = |\mathbf{L}| = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ og $L_z = m_l\hbar$. Med $l = 1$ og $m_l = 1$ blir $L = \sqrt{2}\hbar$ og $L_z = \hbar$. Forholdet L_z/L tilsvarende cosinus til vinkelen mellom vektoren \mathbf{L} og z -aksen, slik at denne vinkelen blir her $\arccos(1/\sqrt{2}) = 45^\circ$.

d) Magnetfeltet resulterer i et energibidrag som avhenger av det magnetiske dipolmomentet, og dermed av dreieimpulsen:

$$V = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = m_l \mu_B B$$

med $\mu_B = e\hbar/2m_e$ (et Bohr magneton). Se forelesningsnotatene for detaljer. Det betyr at det er en energiforskjell $\Delta E = 2\mu_B B$ mellom starttilstanden ψ_{311} og slutt-tilstanden ψ_{31-1} . Et foton med denne energien har en bølgelengde $\lambda = hc/\Delta E = hc/2\mu_B B$, som med $B = 6.0 \text{ T}$ blir 1.8 mm.

15.

a) Maksimalt 10 elektroner i 4d-orbitaler i et gitt atom. Vi har $l = 2$ og dermed $m_l = -2, -1, 0, 1, 2$, i alt 5 ulike romlige tilstander. Hver av disse kan kombineres med 2 ulike spinntilstander, enten "spinn opp" eller "spinn ned". Dermed i alt 10 ulike tilstander, og hver av disse kan okkuperes av inntil 1 elektron, i henhold til Pauliprinsippet.

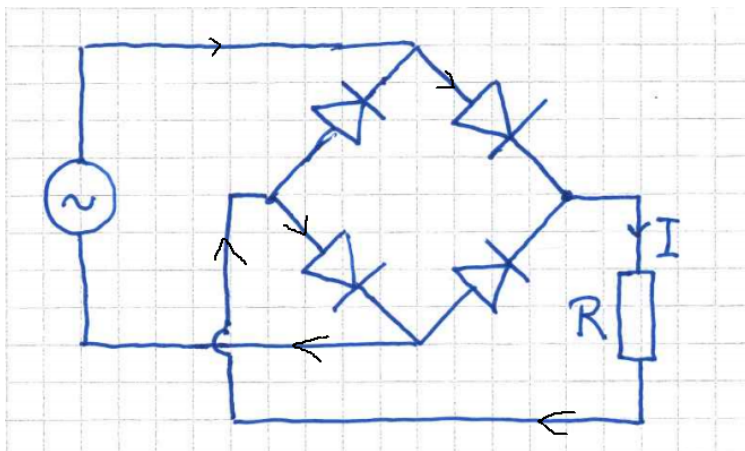
b) Elektronkonfigurasjon for In i grunntilstanden:

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^1$$

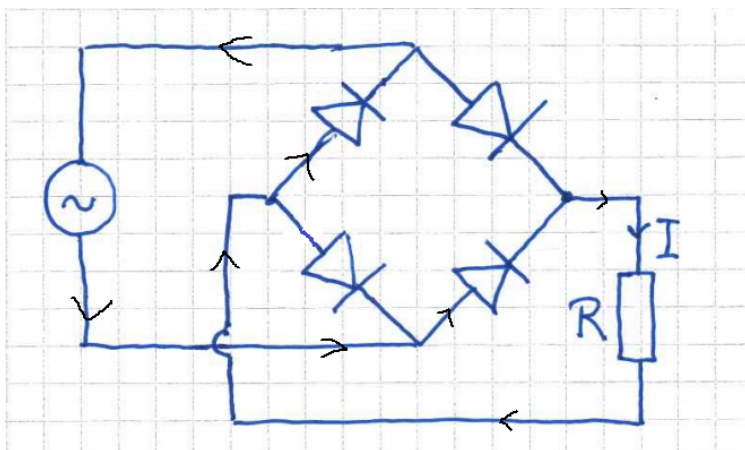
Totalt elektronspinn blir dermed $1/2$ (evt $\hbar/2$).

16.

Ved $t = \pi/2\omega$:



Ved $t = 3\pi/2\omega$:



Strømstyrke ved disse to tidspunktene: $I = U_0/R$.