FY6019 Moderne fysikk Løsningsforslag 15. desember 2022

1) $z = 2\pi \cdot 1.05 \cdot 10^{-34} \cdot 3.00 \cdot 10^8/1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 0.00290 = 4.95 \simeq 5$

2) $z_1 = 3.1606$, $z_2 = 4.7880$, $z_3 = 4.9584$, $z_4 = 4.9649$, $z_5 = 4.9651$, $z_6 = 4.9651$. Vi ser at 4 beregninger av høyre side gir z med 4 gjeldende sifre.

3) $P = j \cdot A = \sigma T^4 \cdot 4\pi r^2$. Med oppgitte tall: $P = 1.96 \cdot 10^{17}$ W

4) Fra formelvedlegget: $m_e c^2/100 = 5.11$ keV. Dermed: $Z > \sqrt{5110/13.6} = 19.4$, dvs $Z \geq 20$

5) $E_1 = K_1 = m_e v_1^2/2 = \pi^2\hbar^2/2m_e L^2$ gir $v_1 = \pi\hbar/m_e L \simeq 181$ km/s

6) $\lambda = 2\pi\hbar c/(E_2 - E_1) = 2\pi\hbar c/(3\pi^2\hbar^2/2m_e L^2) = 4m_e L^2 c/3\pi\hbar = 4.4\,\mu$m

7) $P_2 = |c_2|^2$ med $c_2 = (2\sqrt{2}/L)\int_0^{L/2} \sin^2(2\pi x/L)\,dx = (\sqrt{2}/\pi)\int_0^{\pi} \sin^2 z\,dz = (\sqrt{2}/\pi)\cdot(\pi/2) = 1/\sqrt{2}$. Dermed: $P_2 = 1/2 = 0.50$

8) $\langle E\rangle = (E_1+E_4)/6+(E_2+E_3)/3 = E_1\cdot(1/6+16/6+4/3+9/3) = 43E_1/6$, med $E_1 = \pi^2\hbar^2/2m_e L^2$. Innsetting av tallverdier gir 0.67 eV.

9) $E_n = (n+1/2)\hbar\omega = (n+1/2)\hbar\sqrt{k/m_e}$ slik at de klassiske vendepunktene i grunntilstanden ψ_0, bestemt av $E_0 = kx_0^2/2$, dvs av $\hbar\sqrt{k/m_e}/2 = kx_0^2/2$, blir $x_0 = \pm\sqrt{\hbar}/(km_e)^{1/4} = 4.96$ Å. Det klassisk tillatte området har dermed utstrekning 9.9 Å.

10) $\lambda = 2\pi\hbar c/\hbar\sqrt{k/m_e} = 2\pi c/\sqrt{k/m_e} = 4.0\ \mu$m

11) Tre par elektroner med motsatt rettet spinn bidrar med null spinn. Dermed er $S = \sqrt{3}\hbar/2$

12) $E = 2(E_0 + E_1 + E_2) + E_3 = 2(E_0 + 3E_0 + 5E_0) + 7E_0 = 25E_0$. Her er $E_0 = \hbar\sqrt{k/m_e}/2$, og i SI-enheter er $k = 0.2$ J/m^2 (evt N/m). Det gir $E_0 = 0.154$ eV og total energi for de 7 elektronene $E = 3.8$ eV.

13) Fra figuren er $\lambda = 4.0$ nm, slik at $v = h/\lambda m_e \simeq 18$ mil/s

14) Pga 6 nullpunkter er dette 6. eksiterte tilstand. Dermed i alt 7 bundne tilstander.

15) Når $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 14$, er de tre kvantetallene 1, 2 og 3. Dette kan oppnås på 6 ulike måter, som kombinert med spinndegenerasjon 2 for hver orbital gir total degenerasjonsgrad 12.

16) Mulighetene for $(n_x\, n_y\, n_z)$, med hhv 3 eller 6 ulike permutasjoner (ombytter) hvis 2 eller 3 kvantetall er ulike, er $(111), (211), (221), (311), (222)$. Tilhørende energier er hhv $3, 6, 9, 11, 12$ i enheten E_0. Maksimalt antall elektroner i disse tilstandene er $2, 6, 6, 6, 2$ nå vi tar hensyn til permutasjoner av kvantetallene og spinndegenerasjon 2 for hver orbital. Summen er 22.

17) $E = E_0 \cdot (2\cdot 3 + 6\cdot 6 + 5\cdot 9) = 87E_0 = 1.3$ eV

18) Dette er den røde linjen i Balmerserien, med bølgelengde 656 nm. (Utregning med $\lambda = hc/\Delta E$ gir samme svar.)

19) Første forekomst av $T = 1$ når $k_0 L\sqrt{E/V_0 - 1} = \pi$, dvs når $E/V_0 = 1 + (\pi/4)^2 = 1.617$

20) Dette ser ut til å være $|\psi_6(z)|^2$, med 6 nullpunkter. (Alternativt er det sannsynlighetstettheten for ψ_0, ψ_2 eller ψ_4, som alle er symmetriske og med lavere energi, men svaret blir det samme siden alle tilhører bånd nr 1.) Energien er da omtrent -0.52 eV.

21) $\lambda = hc/E$ med (ca) $E = 0.09$ eV gir $\lambda \simeq 14\,\mu$m

22) Her har vi mer informasjon enn vi trenger. Vi trenger bare aktiviteten $A(t)$ ved to tidspunkter for å bestemme halveringstiden. Vi har $A(t) = A(0)\exp(-\lambda t)$ som gir (med $t = 24$ h) $\lambda = (1/24)\ln(500/429) = 6.38 \cdot 10^{-3}$ pr time og deretter $T_{1/2} = (1/\lambda)\ln 2 = 109$ timer.

23) Vi har ladning $+10e$ og 20 nukleoner på venstre side. α-partikkelen har ladning $+2e$ og 4 nukleoner. Da må X være isotopen ${}^{16}_{8}\mathrm{O}$.

24) $Q = (m_p + m_\mathrm{F} - m_\mathrm{X} - m_\alpha) \cdot c^2$ som med oppgitte tallverdier gir $Q = 8.11$ MeV.

25) $Q = (m_\mathrm{Th} - m_\mathrm{Xe} - m_\mathrm{Sr} - m_n) \cdot c^2$ som med oppgitte tallverdier gir $Q = 189$ MeV.