Løsningsforslag kjemidel eksamen

IFYKJ Fysikk/kjemi

Vår 2022

Oppgave 1

a) Hvor mange nøytroner er det i $^{234}_{90}\mathrm{Th}$?

$\mathrm{Z} = 90$

$\mathrm{A} = 234$

$\text{Antall nøytroner} = \mathrm{A} - \mathrm{Z} = 234 - 90 = \mathbf{144}$

b) Hvilke(n) av disse er ionisk(e) forbindelse(r)?

$NiCl_2$

NaBr

Xe

CH_4

PCl_5

N_2O_4

Oppgave 2

a) Svovel og fluor reagerer og danner svovelheksafluorid i henhold til følgende reaksjonsligning:

$$S(s) + 3F_2(g) \rightarrow SF_6(g)$$

50,0 g S reagerer med 105 g F_2. Beregn hvor mange gram SF_6 som kan bli dannet.

$$n_S = \frac{m_S}{M_S} = \frac{50\ g}{32{,}06\ g/mol} = 1{,}56\ mol$$

$$n_{F_2} = \frac{m_{F_2}}{M_{F_2}} = \frac{105\ g}{38{,}00\ g/mol} = 2{,}76\ mol$$

Hvis alt S reagerer:

$$\frac{n_{F_2}}{n_S} = \frac{3}{1}$$

$$n_{F_2} = 3n_S = 3 \times 1{,}56\ mol = 4{,}68\ mol$$

Hvis alt S reagerer trengs 4,68 mol F_2.

Hvis alt F_2 reagerer:

$$\frac{n_S}{n_{F_2}} = \frac{1}{3}$$

$$n_S = \frac{1}{3} n_{F_2} = \frac{1}{3} \times 2{,}76\ mol = 0{,}920\ mol$$

Hvis alt F_2 reagerer trengs 0,920 mol S.

F_2 begrensende reaktant.

$$n_{SF_6} = \frac{1}{3} n_{F_2} = \frac{1}{3} \times 2{,}76\ mol = 0{,}920\ mol$$

$$m_{SF_6} = M_{SF_6} \times n_{SF_6} = 146{,}06\ g/mol \times 0{,}92\ mol = \mathbf{134\ g}$$

b) 2,0 g aluminium reagerer med HCl i henhold til følgende ubalanserte reaksjonsligning:

$$Al(s) + HCl(aq) \rightarrow AlCl_3(aq) + H_2(g)$$

Beregn hvor mange liter H_2 som dannes ved 0°C og 1,0 atm.

Balansert reaksjonsligning:

$$2Al(s) + 6HCl(aq) \rightarrow 2AlCl_3(aq) + 3H_2(g)$$

$$n_{Al} = \frac{m_{Al}}{M_{Al}} = \frac{2{,}0}{26{,}98\ \mathrm{g/mol}} = 0{,}0741\ \mathrm{mol}$$

$$\frac{n_{H_2}}{n_{Al}} = \frac{3}{2}$$

$$n_{H_2} = \frac{3}{2} n_{Al} = \frac{3}{2} \times 0{,}07413\ \mathrm{mol} = 0{,}111\ \mathrm{mol}$$

$$pV = nRT$$

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{0{,}111\ \mathrm{mol}\ \times 0{,}082057\ \mathrm{Latm/Kmol} \times 273\ \mathrm{K}}{1{,}0\ \mathrm{atm}} = \mathbf{2{,}5\ L}$$

Oppgave 3

Gitt følgende reversible reaksjon:

$$2SO_2(g) + O_2(g) \leftrightarrow 2SO_3(g)$$

En tom, lukket beholder med volum 30,0 dm^3 tilføres 10,0 mol O_2(g) og 20,0 mol SO_2(g). Temperaturen er 350°C og ved likevekt viser en analyse at det er 8,0 mol SO_2(g) i beholderen.

a) Hva er konsentrasjonen av SO_3 i mol/L ved likevekt?

$$[O_2] = \frac{10{,}0\ \mathrm{mol}}{30{,}0\ \mathrm{L}} = 0{,}333\ \mathrm{mol/L}$$

$$[SO_2] = \frac{20{,}0\ \mathrm{mol}}{30{,}0\ \mathrm{L}} = 0{,}667\ \mathrm{mol/L}$$

	$2SO_2(g)$ +	$O_2(g)$ ↔	$2SO_3(g)$
Ved start	0,667	0,333	0
Endring	-2x	-x	2x
Ved likevekt	0,667-2x	0,333-x	2x

$$[SO_2] = 0{,}667 - 2x = \frac{8{,}0\ \mathrm{mol}}{30{,}0\ \mathrm{L}} = 0{,}267\ \mathrm{mol/L}$$

$$x = \frac{0{,}667 - 0{,}267}{2} = 0{,}200$$

$$[SO_3] = 2x = 2 \times 0{,}200 = \mathbf{0{,}40\ mol/L}$$

b) Hva er likevektskonstanten ved den aktuelle temperaturen?

$$[O_2] = 0{,}333 - x = 0{,}333 - 0{,}2 = 0{,}133 \text{ mol/L}$$

$$K_c = \frac{[SO_3]^2}{[SO_2]^2[O_2]} = \frac{0{,}400^2}{0{,}267^2 \times 0{,}133} = \mathbf{17}$$

Oppgave 4

a) En kolbe med vann er varmet opp til 90°C og tilsatt en mengde $Ag_2SO_4(s)$ slik at alt løses opp. Temperaturen reduseres deretter til 20°C og noe Ag_2SO_4 felles ut. En analyse viser at løsningen inneholder 0,028 M Ag^+-ioner. Beregn K_{sp} for Ag_2SO_4 ved 20°C.

$$Ag_2SO_4(s) \leftrightarrow 2Ag^+(aq) + SO_4^{2-}(aq)$$

Antar 1 L løsning

$$n_{Ag^+} = 0{,}028 \text{ mol/L} \times 1\text{L} = 0{,}0280 \text{ mol}$$

$$n_{SO_4^{2-}} = \frac{1}{2} n_{Ag^+} = \frac{1}{2} \times 0{,}028 \text{ mol} = 0{,}0140 \text{ mol}$$

$$K_{sp} = [Ag^+]^2[SO_4^{2-}] = (0{,}0280)^2(0{,}0140) = \mathbf{1{,}1 \times 10^{-5}}$$

b) En $MgSO_4$-løsning blandes med en $BaCl_2$-løsning ved 25°C og det dannes et bunnfall. Bruk vedlagt tabell for å finne ut hva som har blitt utfelt.

Mg^{2+}, SO_4^{2-}, Ba^{2+}, Cl^-

4 kombinasjoner: $MgSO_4$, $MgCl_2$, $BaSO_4$, $BaCl_2$

$BaSO_4$

Oppgave 5

a) Beregn hvor mye vann i mL som må tilsettes for å fortynne 75,0 mL 0,010 M HNO_3 til en løsning med pH på 3,0.

$$[\mathrm{H^+}] = 10^{-\mathrm{pH}} = 10^{-3,0}\ \mathrm{mol/L}$$

$$[\mathrm{HNO_3}] = 10^{-3,0}\ \mathrm{mol/L}$$

$$\mathrm{n_{HNO_3}} = 0{,}010\ \mathrm{mol/L} \times 0{,}0750\ \mathrm{L} = 7{,}5 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol}$$

$$\mathrm{V} = \frac{7{,}5 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol}}{10^{-3}\ \mathrm{mol/L}} = 0{,}75\ \mathrm{L}$$

$$\mathrm{V} = 0{,}75\ \mathrm{L} - 0{,}075\ \mathrm{L} = 0{,}675\ \mathrm{L} = \mathbf{675\ mL}$$

b) Beregn hvor mange gram CH_3CH_2COOH som må løses i 350,0 mL vann for at løsningen skal ha pH = 2,85 ved 25°C.

$K_a(CH_3CH_2COOH) = 1{,}35 \times 10^{-5}$

$$\mathrm{CH_3CH_2COOH(aq) + H_2O(l) \leftrightarrow CH_3CH_2COO^-(aq) + H_3O^+(aq)}$$

$$\mathrm{pH} = 2{,}85$$

$$[\mathrm{H^+}] = 10^{-\mathrm{pH}} = 10^{-2,85} = 0{,}0014125\ \mathrm{mol/L}$$

	$CH_3CH_2COOH(aq)$ +	$H_2O(l)$ ↔	$CH_3CH_2COO^-(aq)$ +	$H_3O^+(aq)$
Ved start	x	-	0	0
Endring	x - 0,0014125	-	0,0014125	0,0014125
Ved likevekt	x - 0,0014125	-	0,0014125	0,0014125

$$\mathrm{K_a} = \frac{[\mathrm{CH_3CH_2COO^-}][\mathrm{H_3O^+}]}{[\mathrm{CH_3CH_2COOH}]} = \frac{0{,}0014125 \times 0{,}0014125}{\mathrm{x} - 0{,}0014125} = 1{,}35 \times 10^{-5}$$

$$[\mathrm{CH_3CH_2COOH}] = \mathrm{x} = 0{,}1492\ \mathrm{mol/L}$$

$$\mathrm{n_{CH_3CH_2COOH}} = \mathrm{c} \times \mathrm{V} = 0{,}1492\ \mathrm{mol/L} \times 0{,}3500\ \mathrm{L} = 0{,}05222\ \mathrm{mol}$$

$$\mathrm{m_{CH_3CH_2COOH}} = \mathrm{M_{CH_3CH_2COOH}} \times \mathrm{n_{CH_3CH_2COOH}} = 74{,}078\ \mathrm{g/mol} \times 0{,}05222\ \mathrm{mol} = \mathbf{3{,}87\ g}$$

Felles mekanikkdel

Oppgave 6

Skal bestemme tiden det tar før en kule som kastes horisontalt ut fra et bord i høyde h, treffer bakken. Med neglisjerbar luftmotstand er akselerasjonen i y-retningen (vertikalretningen) lik g,og med null startfart i y-retning får vi bevegelseslikningen

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

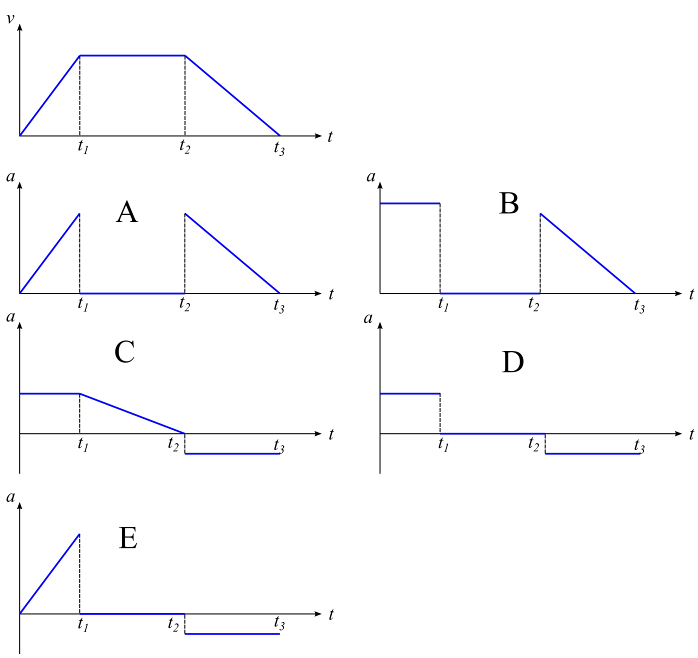
Randomisert oppgave:

Variant	Tallverdi
$h = 1,0\,\mathrm{m}$	$t = 0,45\,\mathrm{s}$
$h = 1,5\,\mathrm{m}$	$t = 0,55\,\mathrm{s}$
$h = 1,9\,\mathrm{m}$	$t = 0,62\,\mathrm{s}$

Oppgave 7

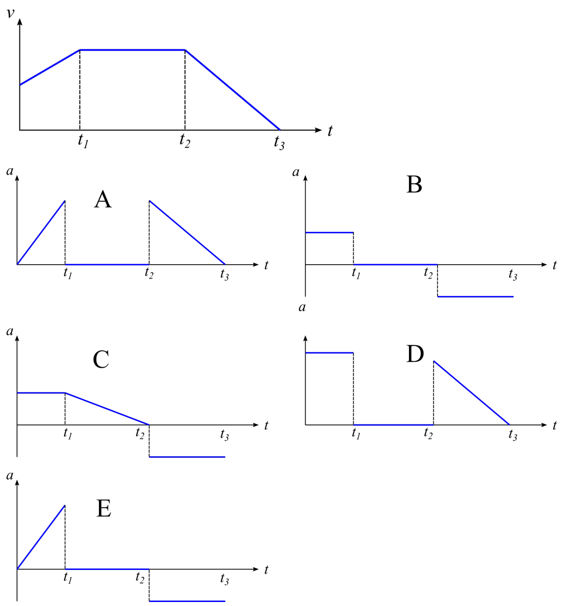
Ettersom $a = dv/dt$, vil akselerasjonsgrafen vise verdien av den deriverte (stigningstallet) til fartsgrafen. Dette er en randomisert oppgave:

Variant 1



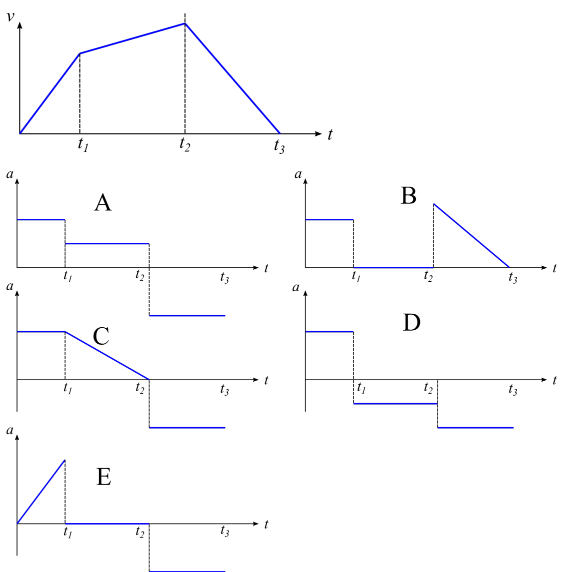
Riktig alternativ: D (jevnt økende fart - konstant fart - jevnt avtakende fart).

Variant 2



Riktig alternativ: B (jevnt økende fart - konstant fart - jevnt avtakende fart).

Variant 3



Riktig alternativ: A (jevnt økende fart - jevnt økende fart - jevnt avtakende fart).

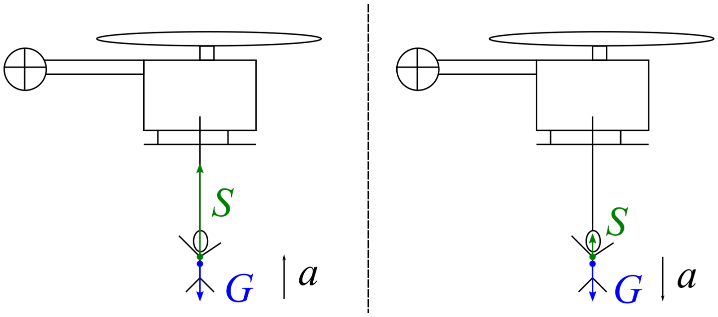
Oppgave 8

Ut i fra uavhengighetsprinsippet, dvs. at bevegelsene i horisontal- og vertikalretningen skjer uavhengig av hverandre, vil de to kulene bruke like lang tid på å falle samme vertikale strekning.

Riktig svar: **Kulene vil treffe underlaget samtidig**.

Oppgave 9

Figuren under viser kreftene som virker på personen (tyngden G og draget S fra kabelen) i to situasjoner: personen akselereres oppover (venstre) og nedover (høyre).



a) Newtons 2. lov på personen ved akselerasjon oppover (som settes som positiv retning):

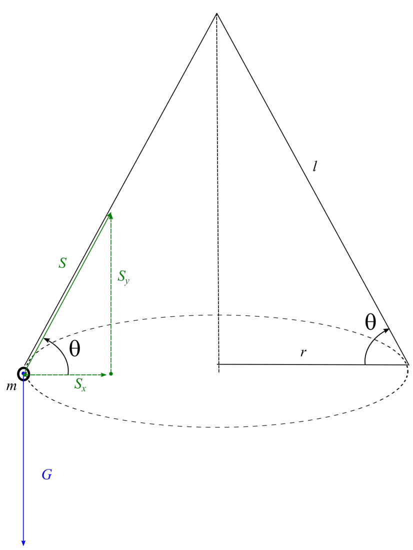
$$\begin{aligned} \sum F &= ma \\ S - mg &= ma \\ S &= m(a+g) \\ &= 60\,\mathrm{kg}\left(5,0\,\mathrm{m/s^2} + 9,81\,\mathrm{m/s^2}\right) \\ &= \underline{\underline{8,9 \cdot 10^2\,\mathrm{N}}} \end{aligned}$$

b) Newtons 2. lov på personen ved akselerasjon nedover (setter positiv retning nedover):

$$\begin{aligned} \sum F &= ma \\ mg - S &= ma \\ S &= m(g-a) \\ &= 60\,\mathrm{kg}\left(9,81\,\mathrm{m/s^2} - 5,0\,\mathrm{m/s^2}\right) \\ &= \underline{\underline{2,9 \cdot 10^2\,\mathrm{N}}} \end{aligned}$$

Oppgave 10

a) Figuren under viser kreftene som virker på steinen når den svinges rundt i en horisontal sirkel i en snor med lengde l som danner en vinkel θ med horisontalplanet:



Ettersom steinen ikke beveger seg i y-retningen, er

$$S_y = mg,$$

Newtons 2. lov for sirkelbevegelsen gir:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_x \\ S_x &= m \cdot \frac{v^2}{r} \qquad \text{(Formel for sentripetalaks.)}\end{aligned}$$

Fra trignometri er dessuten

$$S_y = S_x \tan\theta = mg \tan\theta \Rightarrow S_x = \frac{mg}{\tan\theta},$$

slik at

$$\begin{aligned}\frac{mg}{\tan\theta} &= m \cdot \frac{v^2}{r} \\ v &= \sqrt{\frac{gr}{\tan\theta}}\end{aligned}$$

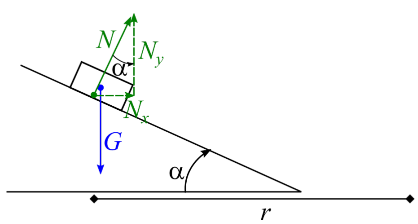
Fra figurer er radiusen r i sirkelen gitt ved

$$r = l\cos\theta,$$

som gir

$$\begin{aligned}v &= \sqrt{\frac{gr}{\tan\theta}} \\ &= \sqrt{\frac{gl\cos\theta}{\tan\theta}} \\ &= \sqrt{\frac{9,81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1,3\,\mathrm{m} \cdot \cos 30^\circ}{\tan 30^\circ}} \\ &= 4,37\,\mathrm{m/s} \\ &\approx \underline{\underline{4,4\,\mathrm{m/s}}}\end{aligned}$$

b) Figuren viser kreftene som virker på bilen: normalkraften N og tyngden G (det er ingen friksjon):



Newtons 1. lov i y-retningen gir

$$N_y = mg$$

Det er x-komponenten av normalkrafta som har retning inn mot sentrum av sirkelen, og som gir bilen en sentripetalakselerasjon:

$$N_x = \frac{mv^2}{r}$$

Videre er

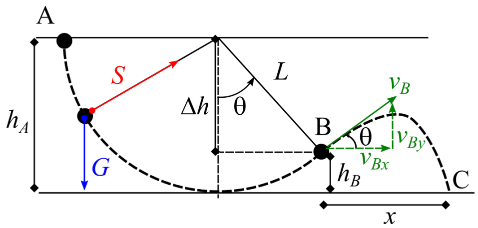
$$N_x = N_y \tan\alpha = mg\tan\alpha,$$

slik at

$$mg\tan\alpha = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \underline{\underline{\sqrt{gr\tan\alpha}}}$$

Oppgave 11

a) Figuren under viser bevegelsen til legemet fra snora slippes i A til snora ryker i punkt B.



Ettersom snordraget S hele tiden står vinkelrett på farten til legemet, gjør ikke S noe arbeid - dvs. kun tyngden virker, og mekanisk energi er bevart. Det gir følgende energiregnskap fra A til B når kula slippes fra ro i A, og nullnivå for potensiell energi velges på bakkenivå (punkt C):

$$\begin{aligned} mgh_A &= \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \\ gh_A &= \frac{1}{2}v_B^2 + gh_B \\ v_B &= \sqrt{2g\left(h_A - h_B\right)} \end{aligned}$$

Ut i fra figuren er høydeforskjellen mellom A og B lik

$$\begin{aligned} \Delta h &= h_A - h_B \\ &= \underline{L\cos\theta} \end{aligned}$$

Det gir at

$$\begin{aligned} v_B &= \sqrt{2g\Delta h} \\ &= \sqrt{2gL\cos\theta} \\ &= \sqrt{2\cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 3,5\,\mathrm{m}\cdot\cos 50^\circ} \\ &= 6,63\,\mathrm{m/s} \\ &\approx \underline{\underline{6,6\,\mathrm{m/s}}} \end{aligned}$$

b) Skal finne den horisontale avstanden mellom B og C, dvs. lengden x på figuren. Etter at snora er røket, vil legemet følge en vanlig kasteparabel, der bevegelseslikningene for horisontal- og vertikalretningen er gitt ved (pos. retning hhv. mot høyre og oppover)

$$x = v_{0x}t,\ y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2,$$

der startfartskomponentene er

$$v_{0x} = v_{Bx} = v_B\cos\theta,\ v_{0y} = v_{By} = v_B\sin\theta.$$

Finner falltiden t (ettersom pos. retning er oppover, er $y = -1,3\,\mathrm{m}$ i punkt C):

$$\begin{aligned} y &= v_B\sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2 \\ -1,3 &= 6,63\sin 50^\circ - \frac{1}{2}\cdot 9,81\cdot t^2 \qquad \text{(Setter inn tall uten enheter)} \end{aligned}$$

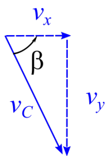
Får at

$$t = 1,25\,\mathrm{s},$$

som gir at

$$\begin{aligned} x &= v_B \cos\theta \cdot t \\ &= 6,63\,\mathrm{m/s} \cdot \cos 50^\circ \cdot 1,25\,\mathrm{s} \\ &= 5,33\,\mathrm{m} \\ &\approx \underline{\underline{5,3\,\mathrm{m}}} \end{aligned}$$

c) Vi kan bestemme komponentene til fartsvektoren $\vec{v}_C = [v_x, v_y]$ i punkt C ut fra bevegelseslikningene for farten. x-komponenten til farten er konstant (lik verdien i B), mens farten i y-retning er gitt fra likninga med konstant akselerasjon. Fartsvektoren ved nedslaget er illustrert på figuren under:



$$v_x = v_{Bx} = v_B \cos\theta,\ v_y = v_{By} - gt = v_B \sin\theta - gt$$

Verdien til farten er gitt ved

$$\begin{aligned} v_C &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ &= \sqrt{(v_B\cos\theta)^2 + (v_B \sin\theta - gt)^2} \\ &= \sqrt{(6,63\,\mathrm{m/s}\cos 50^\circ)^2 + (6,63\,\mathrm{m/s}\sin 50^\circ - 9,81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 1,25\,\mathrm{s})^2} \\ &= 8,35\,\mathrm{m/s} \\ &\approx \underline{\underline{8,4\,\mathrm{m/s}}} \end{aligned}$$

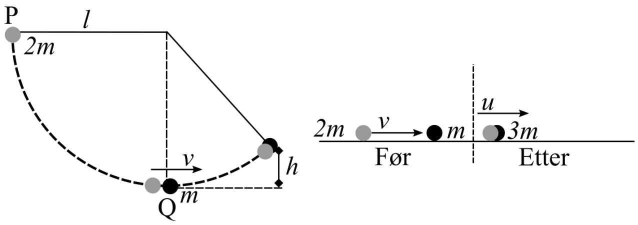
Vinkelen β mellom fartsvektoren og horisontalretningen:

$$\begin{aligned} \tan\beta &= \left|\frac{v_y}{v_x}\right| \\ &= \left|\frac{6,63\,\mathrm{m/s}\sin 50^\circ - 9,81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 1,25\,\mathrm{s}}{6,63\,\mathrm{m/s}\cos 50^\circ}\right| \\ &= 1,69 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= \tan^{-1} 1,69 = 59,4^\circ \\ \beta &\approx \underline{\underline{59^\circ}} \end{aligned}$$

Oppgave 12

Kule P har masse $2m$ og slippes fra horisontal stilling til den treffer kule Q med masse m. De støter sammen i et fullstendig uelastisk støt og blir hengende sammen som et felleslegeme med masse $3m$ etter støtet. De når en maksimal høyde h over kollisjonspunktet som skal bestemmes. Situasjonen er illustrert på figuren under:



Kule P sin mekaniske energi er konstant i løpet av halvsirkelen før den treffer Q med (den horisontale) farten v:

$$2mgl = \frac{1}{2} \cdot 2mv^2 \Rightarrow v = \underline{\sqrt{2gl}}$$

Bevaring av bevegelsesmengde i støtøyeblikket:

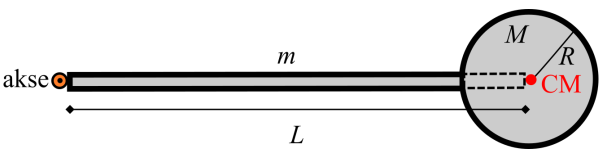
$$\begin{aligned}
\sum_{\text{før}} p &= \sum_{\text{etter}} p \\
2m \cdot v + 0 &= 3m \cdot u \\
u &= \underline{\frac{2}{3}v}
\end{aligned}$$

Mekanisk energi for felleslegemet er igjen bevart idet det svinger opp til en maksimal høyde h (velger nullnivå for pot. energi i kollisjonspunktet:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \cdot 3m \cdot u^2 &= 3m \cdot gh \\
h &= \frac{1}{2}\frac{u^2}{g} \\
&= \frac{1}{2g} \cdot \left(\frac{2}{3}v\right)^2 \\
&= \frac{1}{2g} \cdot \frac{4}{9} \cdot v^2 \\
&= \frac{1}{2g} \cdot \frac{4}{9} \cdot 2gl \\
&= \underline{\underline{\frac{4}{9}l}}
\end{aligned}$$

Oppgave 13

Figuren under viser et stivt legeme bestående av en stiv stang med lengde L og masse m, og en kule med masse M og radius R med sentrum i den ene enden av stanga. Vi skal bestemme treghetsmomentet om en akse gjennom den andre enden av stanga, slik figuren under viser:



Det totale treghetsmomentet til stanga er

$$I = I_{\text{stang}} + I_{\text{kule}},$$

der $I_{\text{stang}} = \frac{1}{3}mL^2$ og I_{kule} finnes fra Steiners sats:

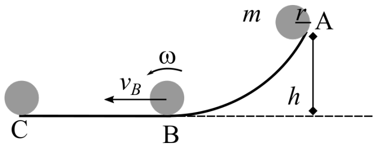
$$\begin{aligned}
I_{\text{kule}} &= I_{CM} + ML^2 \\
&= \underline{\frac{2}{5}MR^2 + ML^2}
\end{aligned}$$

Vi får

$$\begin{aligned}
I &= I_{\text{stang}} + I_{\text{kule}} \\
&= \frac{1}{3}mL^2 + \frac{2}{5}MR^2 + ML^2 \\
&= \frac{1}{3} \cdot 2,30\,\text{kg} \cdot (0,800\,\text{m})^2 + \frac{2}{5} \cdot 1,5\,\text{kg} \cdot (0,100\,\text{m})^2 + 1,5\,\text{kg} \cdot (0,800\,\text{m})^2 \\
&= 1,457\,\text{kgm}^2 \\
&\approx \underline{\underline{1,46\,\text{kgm}^2}}
\end{aligned}$$

Oppgave 14

a) Figuren under viser kula som ruller uten å bli fra A til B og videre langs et horisontalt underlag til C:



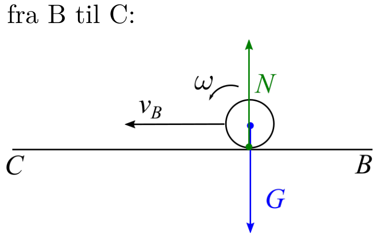
Ettersom kula ruller uten å gli fra A til B, er mekanisk energi besvart, og vi har rullebetingelsen $v = \omega r$. Med nullnivå i punkt B blir energiregnskapet (potensiell energi går over til kinetisk energi i form av translasjon og rotasjon):

$$
\begin{aligned}
mgh &= \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \\
mgh &= \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}mr^2\cdot\left(\frac{v_B}{r}\right)^2 \\
gh &= \frac{1}{2}v_B^2 + \frac{1}{5}v_B^2 \\
\frac{7}{10}v_B^2 &= gh \\
v_B &= \sqrt{\frac{10}{7}gh} \\
&= \sqrt{\frac{10}{7}\cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 2,5\,\mathrm{m}} \\
&= 5,92\,\mathrm{m/s} \\
&\approx \underline{\underline{5,9\,\mathrm{m/s}}}
\end{aligned}
$$

b) Kulas vinkelhastighet i punkt B er ut fra rullebetingelsen gitt ved

$$
\begin{aligned}
\omega &= \frac{v_B}{r} \\
&= \frac{5,92\,\mathrm{m/s}}{0,20\,\mathrm{m}} \\
&= 29,6\,\mathrm{rad/s} \\
&\approx \underline{\underline{30\,\mathrm{rad/s}}}
\end{aligned}
$$

c) Figuren under viser kreftene som virker på kula når den ruller på det horisontale, friksjonsfrie underlaget fra B til C:



De to kreftene som virker, tyngden G og normalkrafta N, har begge angrepslinjer gjennom kulas sentrum, og gir derfor null dreiemoment om massesenteret. Ved Newtons 2. lov for rotasjon, $\sum\tau = I\alpha = 0$, vil altså vinkelakselerasjonen $\alpha = 0$ og kula ruller med konstant vinkelfart.

d) Ettersom kula ruller med konstant vinkelfart (og fart v_B) på det horisontale underlaget mellom B og C, har vi følgende sammenheng mellom rotert vinkel θ og vinkelfarten:

$$\begin{aligned}
\theta &= \omega t \\
&= \omega \cdot \frac{s}{v_B} && \text{(Ved konstant fart er } t = s/v_B\text{)} \\
&= 29,6\,\mathrm{rad/s} \cdot \frac{2,52\,\mathrm{m}}{5,92\,\mathrm{m/s}} \\
&= \underline{12,6\,\mathrm{rad}}
\end{aligned}$$

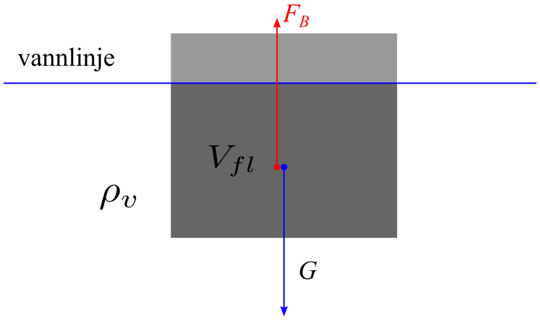
Ettersom én hel omdreining tilsvarer en rotert vinkel lik 2π rad, blir antall hele omdreininger fra B til C da lik

$$\frac{12,6\,\mathrm{rad}}{2\pi\,\mathrm{rad}} = \underline{\underline{2,0}}$$

Fluidmekanikk/bølgefysikk

Oppgave 15

a) Figuren under viser kreftene som virker på terningen når den ligger i ro i væska med tetthet ρ_v: tyngden G og oppdriften F_B.



Oppdrifta er gitt fra Arkimedes' lov:

$$F_B = \rho_v V_{fl} g,$$

der V_{fl} er det fortrengte væskevolumet, dvs. volumet av legemet som ligger under væskeoverflaten. Fra Newtons 1. lov er

$$\begin{aligned} F_B &= G \\ \rho_v V_{fl} g &= mg \end{aligned}$$

70 % av terningens volum ligger under vann når terningen flyter i vann. Når terningen så flyttes til en væske med **lavere** massetetthet, dvs. ρ_v **avtar**, må det fortrengte væskevolumet V_{fl} **øke** for at terningen fortsatt skal flyte.

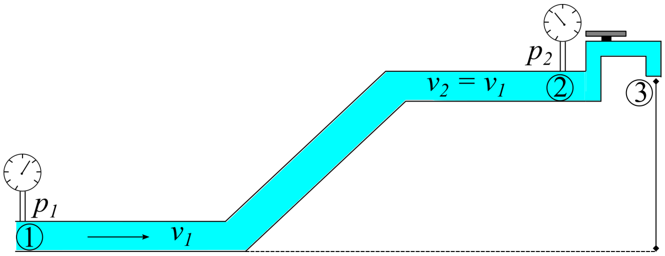
Riktig alternativ: Mer enn 70 % av terningen ligger under væskeoverflata.

b) Når et prismeformet legeme med masse m,volum V og massetetthet $\rho = m/V$ flyter i en væske med tetthet ρ_v, gir resonnementet over:

$$\begin{aligned} \rho_v V_{fl} g &= mg \\ \rho_v V_{fl} g &= \rho V g \\ \frac{V_{fl}}{V} &= \frac{\rho}{\rho_v} \\ &= \frac{30\,\mathrm{kg/m^3}}{1,0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}} \\ &= 0,03 \\ &= \underline{\underline{3,0\,\%}} \end{aligned}$$

Oppgave 16

a) Figuren under viser væskestrømmen mellom punkt 1 og 2, der 1 er vanninntaket i kjelleren og punkt 2 er vannrøret i 2. etasje (før kranen):



Bernoullis likning uten tapsledd mellom punkt 1 og 2:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Ettersom røret har konstant tverrsnitt, er $v_1 = v_2$. Hvis vi setter $y_1 = 0$ og $y_2 = h$, forenkles likninga:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 + \rho g y_2 \\ p_2 &= p_1 - \rho g y_2 \\ &= 3,0 \cdot 10^5\,\text{Pa} - 1,0 \cdot 10^3\,\text{kg/m}^3 \cdot 9,81\,\text{m/s}^2 \cdot 5,0\,\text{m} \\ &= 2,51 \cdot 10^5\,\text{Pa} \\ &\approx \underline{\underline{2,5\,\text{bar}}} \end{aligned}$$

b) Kontinuitetslikingen tilsier at volumstrømmen Q i punkt 2 er den samme som i punkt 3. Hvis A_2 er rørtverrsnittet i punkt 2, får vi:

$$\begin{aligned} A_2 v_2 = Q \Rightarrow v_2 &= \frac{Q}{A_2} \\ v_2 &= \frac{0,12 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3/\text{s}}{\pi \cdot \left(\frac{16 \cdot 10^{-3}\,\text{m}}{2}\right)^2} \\ &= 0,596\,\text{m/s} \\ &\approx \underline{\underline{0,60\,\text{m/s}}} \end{aligned}$$

c) Reynoldstallet:

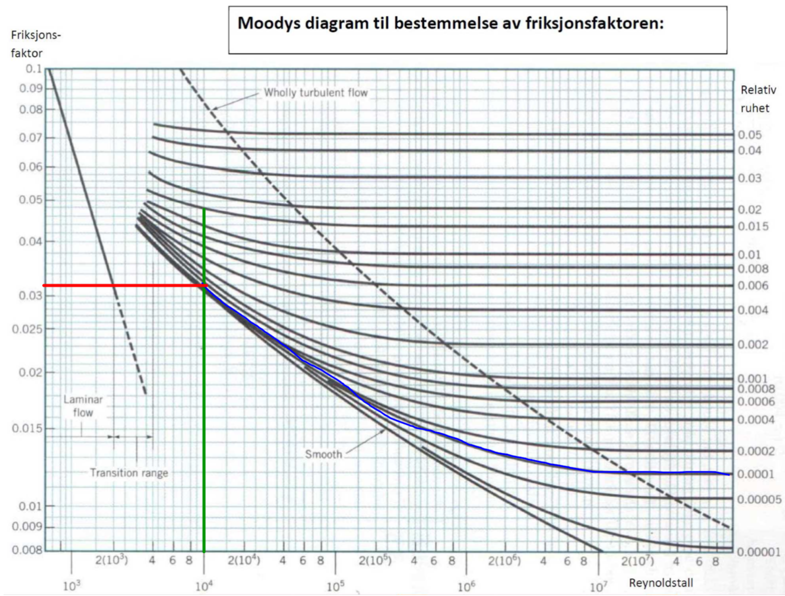
$$\begin{aligned} N_R &= \frac{\rho v_2 D}{\eta} \\ &= \frac{1,0 \cdot 10^3\,\text{kg/m}^3 \cdot 0,60\,\text{m/s} \cdot 16 \cdot 10^{-3}\,\text{m}}{8,90 \cdot 10^{-4}\,\text{Pa} \cdot \text{s}} \\ &= 1,08 \cdot 10^4 \\ &\approx \underline{\underline{1,1 \cdot 10^4}} \end{aligned}$$

Ettersom $N_R > 3000$, er denne væskestrømmen turbulent.

d) Tapshøydene for hhv. rørfriksjon og enkeltmotstander (3 stk.) er gitt ved

$$\begin{aligned} h_f &= f\frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g} \\ h_e &= (\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3) \cdot \frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g}. \end{aligned}$$

Vi bestemmer friksjonsfaktoren f fra Moodys diagram, med Reynoldstallet $N_R = 1,1 \cdot 10^4$ og relativ ruhet $\epsilon/D = \frac{0,0016\,\text{mm}}{16\,\text{mm}} = 1 \cdot 10^{-4}$:



Leser av:

$$f \approx 0,032.$$

Den totale tapshøyden blir da, med $v_2 = 0,60\,\mathrm{m/s}$:

$$\begin{aligned}
h_f + h_e &= f\frac{L}{D}\cdot\frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g} + (\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3)\cdot\frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g} \\
&= 0,032\cdot\frac{16\,\mathrm{m}}{16\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{(0,60\,\mathrm{m/s})^2}{9,81\,\mathrm{m/s^2}} + (0,35+0,35+0,90)\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{(0,60\,\mathrm{m/s})^2}{9,81\,\mathrm{m/s^2}} \\
&= 0,617\,\mathrm{m} \\
&\approx \underline{\underline{0,62\,\mathrm{m}}}
\end{aligned}$$

Oppgave 17

a) Ettersom en Foucaultpendel består av en punktmasse som svinger i enden av en masseløs snor, er svingetiden/perioden gitt fra formelarket:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = \underline{\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\cdot\sqrt{L}}.$$

Dette viser at perioden er proporsjonal med $\sqrt{L}$, ettersom $T = \text{konstant}\cdot\sqrt{L}$.

Riktig alternativ: Pendelens periode er proporsjonal med $\sqrt{L}$.

b) Skal bestemme lengden l av en fysisk pendel, i form av en tynn stang med masse m som svinger om den ene enden, for at den skal få samme svingetid som en matematisk pendel i form av en punktmasse m som svinger i en snor med lengde L. Begge pendlene svinger med små utslag, dvs. de tilnærmede formlene for svingetid fra formelarket gjelder.

Svingetiden T for en matematisk pendel med lengde L ved små utslag er

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}},$$

mens svingetiden T' for en fysisk pendel er gitt ved

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}.$$

For en tynn stang med masse m og lengde l som svinger om den ene enden er treghetsmomentet om aksen lik $I = \frac{1}{3}ml^2$. Ettersom tyngdepunktet (CM) ligger midt på stanga, er $h = l/2$, slik at

$$\begin{aligned} T' &= 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}ml^2}{mg \cdot \frac{l}{2}}} \\ &= 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}\frac{l}{g}}. \end{aligned}$$

For at svingetidene T og T' skal være like, må

$$\begin{aligned} 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}\frac{l}{g}} &= 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \\ \frac{2}{3}l &= L \\ l &= \underline{\underline{\frac{3}{2}L}} \end{aligned}$$

Oppgave 18

Svingetiden til en torsjonspendel er

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}},$$

der $I = \frac{1}{2}MR^2$ er treghetsmomentet for skiva som henger i kabelen, og κ er kabelens torsjonskonstant. Vi får at

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}MR^2}{\kappa}} \\ &= \underline{2\pi\sqrt{\frac{1}{2\kappa}}\sqrt{M} \cdot R} \end{aligned}$$

Dette uttrykket viser at svingetiden er proporsjonal med skiveradien R.

Riktig alternativ: Svingetiden er proporsjonal med radiusen R.

Oppgave 19

a) Skal finne resulterende bølgeutslag $y(x,t)$ av to identiske bølger som har en faseforskyvning $\phi = 2\pi/3$. Fra formelarket:

$$\begin{aligned} y_1(x,t) &= y_1(x,t) + y_2(x,t) \\ &= 2A\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right), \end{aligned}$$

dvs. amplituden for resultantbølgen er

$$\begin{aligned} 2A\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) &= 2A\cos\left(\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\right) \\ &= 2A\cos\frac{\pi}{3} \\ &= 2A \cdot \frac{1}{2} \\ &= \underline{\underline{A}} \end{aligned}$$

b) Når to identiske bølger med motsatt fartsretning møtes, vil det oppstå stående bølger. Resultantbølgen er gitt ved

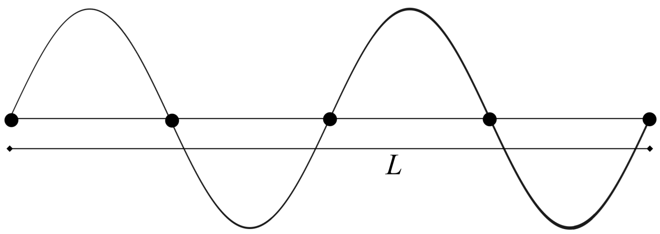
$$y(x,t) = 2A \sin kx \cos \omega t,$$

der bølgetallet for de identiske bølgene er $k = 2\pi/\lambda$. Hvis vi tar et øyeblikksbilde (fast tid t) av bølgen, viser uttrykket for resultantbølgen at vi får en sinusbølge med bølgetall k - dvs. samme som hver bølge. Ettersom bølgetallet bestemmer bølgelengden, har den stående bølgen samme bølgelengde som hver av bølgene, dvs. λ.

Riktig alternativ: Det resulterende bølgemønsteret blir en stående bølge med bølgelengde lik λ.

Oppgave 20

a) Gitt bølgemønsteret på figuren under:



Ettersom det er fem knuter, tilsvarer dette ordenstallet $n = 4$ (det er alltid én mer knute enn ordenstallet; du har to knuter for $n = 1$ osv.). Da er bølgelengden gitt ved ved formelen $\lambda_n = 2L/n$ med $n = 4$:

$$\begin{aligned} \lambda_4 &= \frac{2}{4}L. \\ &= \frac{1}{2}L \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1,0\,\mathrm{m} \\ &= \underline{\underline{0,50\,\mathrm{m}}} \end{aligned}$$

Man kan også se fra figuren at vi har 2 hele bølgelengden fordelt over strengelengden L,slik at bølgelengden må være $L/2$.

b) Sammenhengen mellom snorstrammingen ("tension") F_T, bølgefarten v og massetettheten μ til strengen er gitt ved

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow F_T = \underline{\mu v^2}$$

Ettersom strengen med gitt lengde L skal ha en bestemt frekvens f_1 i grunntilstanden (tilsvarende $n = 1$), har vi sammenhengen

$$\begin{aligned} f_n &= \frac{n}{2L}v \Rightarrow v = \frac{2L}{n}f_n \\ v &= \frac{2L}{1}f_1 = \underline{2Lf_1} \end{aligned}$$

Dette gir da at

$$\begin{aligned} F_T &= \mu v^2 \\ &= \mu\,(2Lf_1)^2 \\ &= \frac{4,6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}}{0,70\,\mathrm{m}}\,(2 \cdot 0,70\,\mathrm{m} \cdot 92,5\,\mathrm{Hz})^2 \\ &= 110\,\mathrm{N} \\ &\approx \underline{\underline{1,1 \cdot 10^2\,\mathrm{N}}} \end{aligned}$$