Felles mekanikkdel

Oppgave 9

Skal bestemme maks høyde for en stein som kastes loddrett oppover fra bakkenivå med startfart $v_{0y} = 16\,\mathrm{m/s}$ på Månen der tyngdeaks. er $g = -1,6\,\mathrm{m/s^2}$ (med positiv y-retning oppover). Bruker bevegelseslikningen

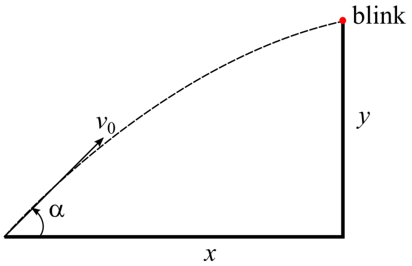
$$v_y^2 - v_{0y}^2 = 2gy \Rightarrow y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2g}$$

I punktet med størst høyde er $y = y_{max}$ og $v_y = 0$:

$$\begin{aligned} y_{max} &= \frac{0 - (16\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot (-1,6\,\mathrm{m/s^2})} \\ &= \underline{\underline{80\,\mathrm{m}}} \end{aligned}$$

Oppgave 10

Skal bestemme startfarten v_0 slik at kula på figuren under treffer midt i blinken, som befinnre seg i horisontal avstand x og vertikal avstand y, og utskytingsvinkelen er α.



Kombinerer bevegelseslikningene

$$\begin{aligned} x &= v_{0x}t = v_0 \cos\alpha t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha} \\ y &= v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin\alpha t - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}$$

Setter inn for t i likningen for y:

$$\begin{aligned} y &= v_0 \sin\alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos\alpha} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)^2 \\ y &= x\tan\alpha - \frac{1}{2}\frac{gx^2}{\cos^2\alpha} \cdot \frac{1}{v_0^2} \\ \frac{1}{2}\frac{gx^2}{\cos^2\alpha} \cdot \frac{1}{v_0^2} &= x\tan\alpha - y \\ v_0 &= \sqrt{\frac{1}{2}\frac{gx^2}{\cos^2\alpha\,(x\tan\alpha - y)}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2}\frac{9,81\,\mathrm{m/s^2} \cdot (10\,\mathrm{m})^2}{\cos^2 40^\circ\,(10\,\mathrm{m}\tan 40^\circ - 5,0\,\mathrm{m})}} \\ &= 15,7\,\mathrm{m} \\ &\approx \underline{\underline{16\,\mathrm{m}}} \end{aligned}$$

Oppgave 11

Bevegelseslikningen for et objekt som kastes ut loddrett fra bakkenivå ($y = 0$) er gitt ved

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2.$$

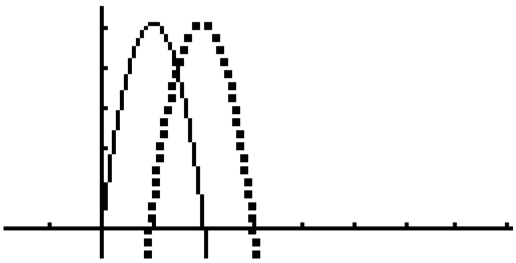
To steiner kastes oppover fra samme starpunkt med samme startfart, men den ene kastes en tid $t_0 = 1,0\,\mathrm{s}$ etter den første. Hvis y_1 og y_2 angir y-koordinaten til hhv. den første og den siste steinen som blir kastet, blir altså bevegelseslikningene (dersom $t = 0$ er tidspunktet der den **første** steinen kastes oppover):

$$\begin{aligned} y_1 &= v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ y_2 &= v_{0y}\left(t - t_0\right) - \frac{1}{2}g\left(t - t_0\right)^2 \end{aligned}$$

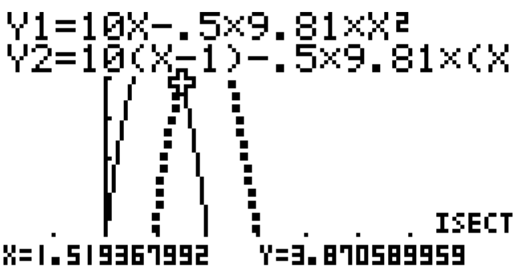
En kjapp løsning her er å tegne grafen til de to parablene og så finne skjæringspunktet. Uten enheter blir funksjonene

$$\begin{aligned} y_1 &= 10t - \frac{1}{2}\cdot 9,81t^2 \\ y_2 &= 10\left(t - 1,0\right) - \frac{1}{2}\cdot 9,81\left(t - 1,0\right)^2 \end{aligned}$$

Grafmodus på kalkulator gir følgede to grafer:



Vi kan lese ut skjæringspunktet direkte (y-koordinaten til skjæringspunktet tilsvarer riktig løsning):

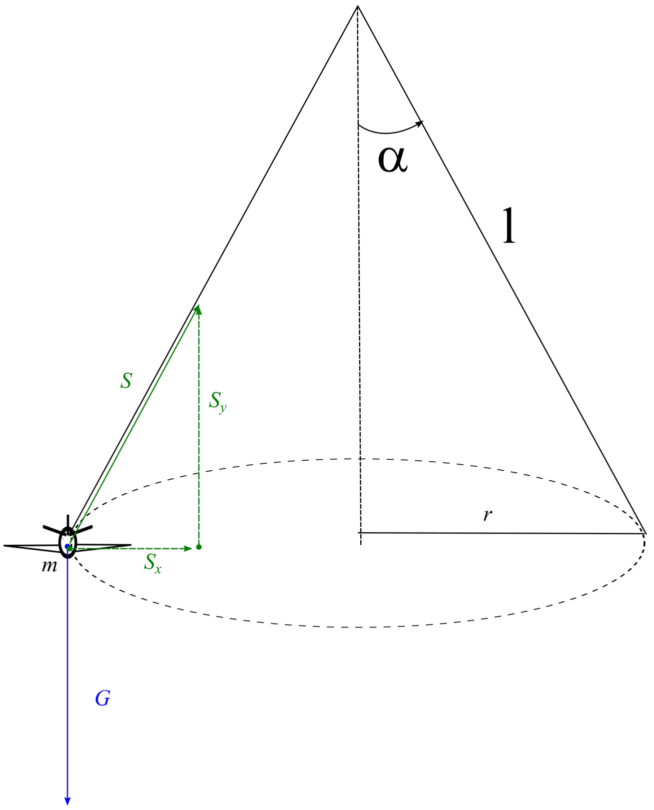


Løsning:

$$\begin{aligned} y &= 3,87\,\mathrm{m} \\ &\approx \underline{\underline{3,9\,\mathrm{m}}} \end{aligned}$$

Oppgave 12

Figuren under viser kreftene som virker på flyet: snorkraften S og tyngden G:



Ettersom flyet ikke beveger seg i y-retningen, er

$$S_y = mg,$$

Newtons 2. lov for sirkelbevegelsen gir (via

$$\sum F_x = ma_x$$
$$S_x = m \cdot \frac{4\pi^2 r}{T^2} \qquad \text{(Formel for sentripetalaks.)}$$

Fra trignometri er dessuten

$$S_x = S_y \tan\alpha = mg\tan\alpha,$$

slik at

$$mg\tan\alpha = m \cdot \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$\tan\alpha = \frac{4\pi^2 r}{gT^2}$$

Fra figurer er radiusen r i sirkelen gitt ved

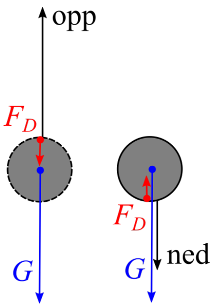
$$r = l\sin\alpha,$$

som gir

$$
\begin{aligned}
\tan\alpha &= \frac{4\pi^2 \cdot l\sin\alpha}{gT^2} \\
\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} &= \frac{4\pi^2 \cdot l\sin\alpha}{gT^2} && \text{(Trig. identitet)} \\
\frac{1}{\cos\alpha} &= \frac{4\pi^2 \cdot l}{gT^2} && \text{(Forkorter)} \\
\cos\alpha &= \frac{gT^2}{4\pi^2 l} \\
\alpha &= \underline{\underline{\arccos\left(\frac{gT^2}{4\pi^2 l}\right)}}
\end{aligned}
$$

Oppgave 13

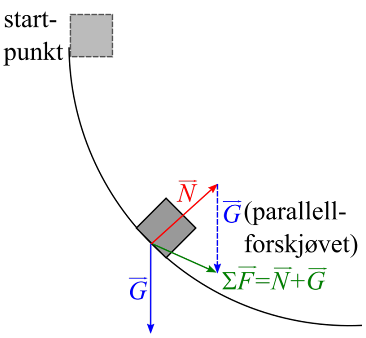
Figuren under viser kretene som virker på steinen under opp- og nedturen: tyngdekraften G og luftmotstanden F_D:



Som figuren viser, er nettokraften/kraftsummen $\sum F$ **størst på vei opp** (G og F_D virker begge nedover); på vei nedover virker G og F_D i motsatt retning. Fordi $\sum F$ er størst på vei opp, er akselerasjonen (oppbremingen) størst på vei opp. Den vil da bruke **kortest tid på vei til toppen**, sammenliknet med tiden fra topp tilbake til utgangspunktet.

Oppgave 14

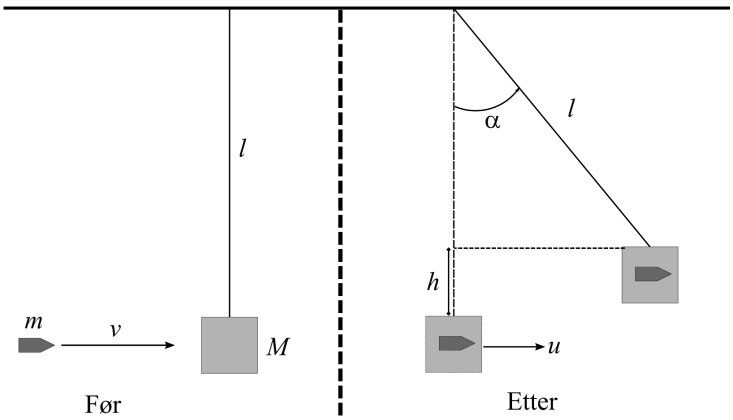
Figuren under viser kreftene som virker på legemet når det sklir ned skråplanet: tyngden $\vec{G}$ og normkraften $\vec{N}$ fra underlaget. Kraftsummen $\sum \vec{F} = \vec{N} + \vec{G}$ er inntegnet.



Fra Newtons 2. lov peker akselerasjonen **langs kraftsummen** $\sum \vec{F}$.

Oppgave 15

Figuren under viser situasjonen der kula treffer klossen i et fullstendig uelastisk støt. Like etter støtet har felleslegemet en fart u og svinger ut til et maksimalt vinkelutslag α, og massesenteret hever seg en høyde h fra laveste punkt like etter støtet.



I støtet er bevegelsesmengde bevart:

$$\sum p_{f\o r} = \sum p_{etter}$$
$$mv = (M+m)\,u$$
$$\underline{v = \frac{M+m}{m}u}$$

Uttrykker u ved vinkelutslaget α ved hjelp av energibevaring for felleslegemet:

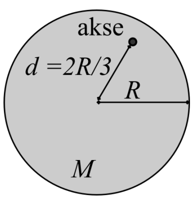
$$\frac{1}{2}(M+m)\,u^2 = (M+m)\,gh$$
$$u^2 = 2gh$$
$$= 2g\,(l - l\cos\alpha) \qquad \text{(Trigonometri fra figuren)}$$
$$= \underline{2gl\,(1-\cos\alpha)}$$

Dette gir for farten v til kula før støtet:

$$v = \frac{M+m}{m}u$$
$$= \underline{\underline{\frac{M+m}{m}\sqrt{2gl\,(1-\cos\alpha)}}}$$

Oppgave 16

Vi skal bestemme treghetsmomentet til skiva på figuren under om den angitte aksen:

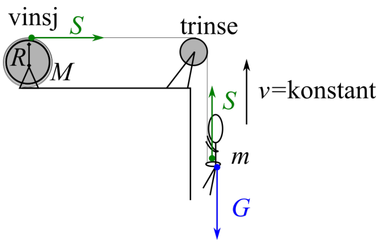


Ettersom aksen er parallell med en vertikal akse gjennom massesenteret (sentrum av skiva), kan vi bruke Steiners sats/parallellakse-teoremet: hvis I er treghetsmomentet om den oppgitte aksen, er

$$\begin{aligned}
I &= I_{CM} + Md^2 \\
&= \frac{1}{2}MR^2 + M\left(\frac{2R}{3}\right)^2 && \text{(Finner } I_{CM} \text{fra formelark)} \\
&= \frac{1}{2}MR^2 + M \cdot \frac{4}{9}R^2 \\
&= \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{9}\right)MR^2 \\
&= \underline{\underline{\frac{17}{18}MR^2}}
\end{aligned}$$

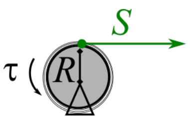
Oppgave 17

i) Figuren under viser kreftene som virker på stuntmannen når han heises oppover med konstant fart: tyngden G og snordraget S, som er like store fra Newtons 1. lov:



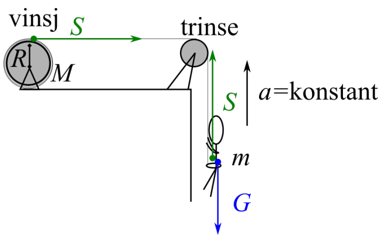
I tillegg er snordraget i hver ende av snora det samme, ettersom trinsa er friksjonsfri og snora er masseløs.

ii) For at vinsjen skal rotere med konstant vinkelfart, må summen av alle dreiemoment på vinsjen være null. Motoen må yte et dreiemoment τ for å motvirke dreiemomentet fra snordraget S, som vist på figuren under:

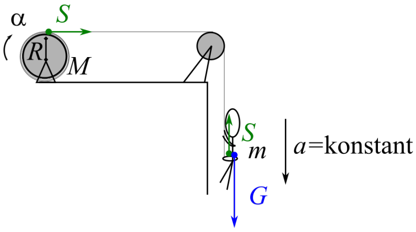


$$\begin{aligned}
\sum \tau &= 0 \\
\tau - S \cdot R &= 0 \\
\tau &= S \cdot R \\
&= mg \cdot R && (S = mg \text{ fra forrige oppgave}) \\
&= mgR \\
&= 80\,\text{kg} \cdot 9,81\,\text{m/s}^2 \cdot 0,60\,\text{m} \\
&= 471\,\text{Nm} \\
&\approx \underline{\underline{0,47\,\text{kNm}}}
\end{aligned}$$

iii) Figuren under viser situasjonen der stuntmannen heises oppover med konstant akselerasjon $a > 0$, der $S > G$ slik at kraftsummen og akselersjonen er rettet oppover:



iv) Dersom vinsjmotoren plutselig svikter slik at snora løper av sylinderen uten å gli, blir situasjonen som vist på figuren under:



For stuntmannen gir Newtons 2. lov at

$$\begin{aligned}\sum F &= ma\\ G - S &= ma\end{aligned}$$

For sylinderen gir Newtons 2. lov for rotasjon at

$$\begin{aligned}\sum \tau &= I\alpha\\ S \cdot R &= I\alpha\end{aligned}$$

Fordi snora løper av uten å gli mot sylinderen, har sylinderen samme tangentielle akselerasjon som stuntmannen, slik at

$$\alpha = \frac{a}{R}$$

Dette gir sammen med uttrykket for treghetsmoment for en sylinder:

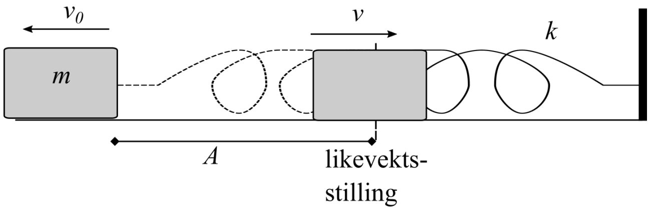
$$\begin{aligned}S \cdot R &= I\alpha\\ S \cdot R &= \frac{1}{2}MR^2 \cdot \frac{a}{R}\\ S &= \underline{\frac{1}{2}Ma}\end{aligned}$$

Setter inn i Newtons 2. lov for stuntmannen:

$$\begin{aligned}G - S &= ma\\ mg - \frac{1}{2}Ma &= ma\\ a\left(m + \frac{1}{2}M\right) &= mg\\ a &= \frac{m}{m + \frac{1}{2}M}g\\ &= \frac{80\,\mathrm{kg}}{80\,\mathrm{kg} + \frac{1}{2}\cdot 40\,\mathrm{kg}} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}\\ &\approx \underline{\underline{7{,}8\,\mathrm{m/s^2}}}\end{aligned}$$

Oppgave 18

Figuren under viser klossen som slippes fra startpunktet en avstand A fra likevektsstillingen med startfart v_0, og passerer likevektsstilliingen med fart v. Ettersom mekanisk energi er bevart er farten størst i likevektspunktet, der minst mulig energi er "bundet" som potensiell energi i fjæra.

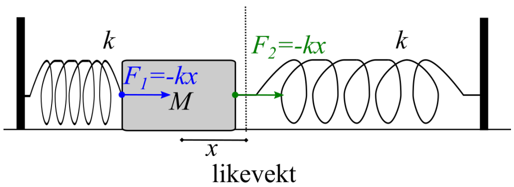


Energibevaring mellom startpunkt og likevektsstilling:

$$\frac{1}{2}kA^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2$$
$$v^2 = v_0^2 + \frac{k}{m}A^2 \qquad \text{(Forkorter)}$$
$$v = \underline{\underline{\sqrt{v_0^2 + \frac{k}{m}A^2}}}$$

Oppgave 19

Figuren under viser situasjonen der klossen er trukket en strekning x mot venstre (negativ x-retning). To krefter F_1 og F_2 virker, begge mot høyre (ettersom x selv er negativ, får begge kreftene negative fortegn slik at begge virker i positiv x-retning mot høyre):



Newtons 2. lov på klossen gir

$$\sum F = ma_x$$
$$F_1 + F_2 = ma_x$$
$$-kx - kx = ma_x$$
$$-2kx = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \qquad \text{(Def. av akselerasjon)}$$
$$\frac{d^2x}{dt^2} = -2\frac{k}{m}x \equiv -\omega_0^2 x,$$

der $\omega_0^2 = 2\frac{k}{m}$. Dette er en likningen for en harmonisk svingning med vinkelfrekvens

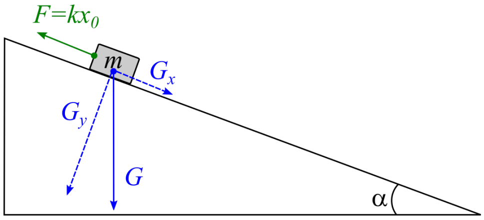
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}.$$

Dette tilsvarer en frekvens

$$f = \frac{\omega_0}{2\pi} = \underline{\underline{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{m}}}}$$

Oppgave 20

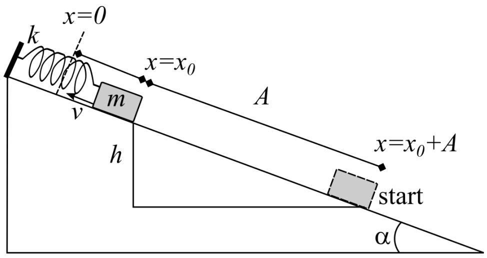
i) Figuren under viser kreftene som virker på klossen i likevektsposisjonen, idet den befinner seg i en avstand $x_0$under punktet der fjæra er slapp (normalkraften fra underlaget er ikke inntegnet):



ii) Newtons 1. lov anvendt på situasjonen over gir

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0\\ kx_0 &= G_x\\ kx_0 &= mg\sin\alpha\\ x_0 &= \underline{\frac{mg}{k}\sin\alpha}\end{aligned}$$

iii) Figuren under viser situasjonen der klossen starter ved maks. utslag A med null startfart, og beveger seg opp til likevektsposisjonen en høyde h over startpunktet, der farten er v:



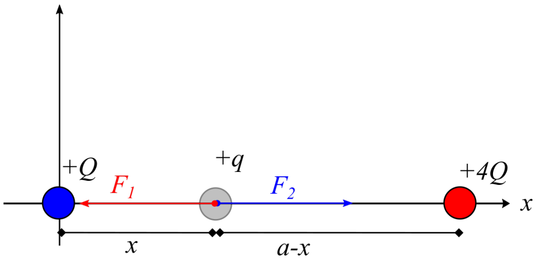
Klossen dras så ned til startpunktet, og slippes. Energibevaring gir, med nullnivå for potensiell energi i tyngdefeltet i startpunktet (potensiell energi i fjæra går over til kinetisk energi + potensiell energi i tyngde + potensiell energi i fjæra):

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}k\left(x_0+A\right)^2 &= \frac{1}{2}mv^2+mgh+\frac{1}{2}kx_0^2\\ \frac{1}{2}k\left(x_0^2+2x_0A+A^2\right) &= \frac{1}{2}mv^2+mgh+\frac{1}{2}kx_0^2\\ \frac{1}{2}kx_0^2+kx_0A+\frac{1}{2}kA^2 &= \frac{1}{2}mv^2+mgh+\frac{1}{2}kx_0^2\\ kx_0A+\frac{1}{2}kA^2 &= \frac{1}{2}mv^2+mg\cdot A\sin\alpha\\ k\cdot\frac{mg}{k}\sin\alpha\cdot A+\frac{1}{2}kA^2 &= \frac{1}{2}mv^2+mgA\sin\alpha \qquad \text{(Setter inn for } x_0\text{)}\\ \frac{1}{2}kA^2 &= \frac{1}{2}mv^2 \qquad \text{(Stryker to ledd mot hverandre)}\\ v &= \underline{\underline{\sqrt{\frac{k}{m}A^2}}}\end{aligned}$$

Elektromagnetisme-del

Oppgave 21

Figuren under viser en positiv testladning q plassert midt mellom de to ladningene Q i $(0,0)$og $4Q$ i $(0,a)$:



Skal bestemme x for det punktet mellom ladningene der det elektriske feltet er null - dvs. de elektriske kreftene fra de to ladningene Q og $4Q$ må være null. Coulombs lov gir da:

$$\begin{aligned} F_1 &= F_2 \\ k\frac{Qq}{x^2} &= k\cdot\frac{4Qq}{(a-x)^2} \\ \frac{1}{x^2} &= \frac{4}{(a-x)^2} && \text{(Forkorter)} \\ (a-x)^2 &= 4x^2 \\ a^2-2ax+x^2 &= 4x^2 \\ 3x^2+2ax-a^2 &= 0 \end{aligned}$$

Her kan man enten sette $a=1$ og løse likningen på kalkulator - svaret som kommer ut, blir da i enheter på a, eller bruke andregradsformelen:

$$x=\frac{a}{3}\vee x=-a$$

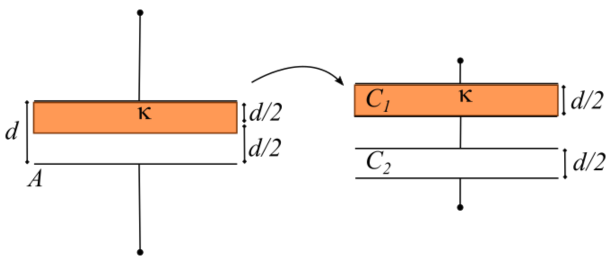
Den eneste akseptable løsningen her er $x=\frac{a}{3}$ (løsningen $x=-a$ ligger ikke mellom de to ladningene, og gir heller ikke null felt, da begge ladningene bidrar med et felt mot venstre, dvs. frastøtende krefter).

Punktet mellom ladningene med null felt er altså

$$x=\underline{\underline{\frac{a}{3}}}$$

Oppgave 22

I hintet oppgis det at dette kan ansees som en seriekobling av to kondensatorer: én fylt med isolatoren med dielektrisitetskonstant κ og plategap $d_1=d/2$, og én luftfylt kondensator med plategap $d_2=d/2$. Dette er illustrert på figuren under:



Vi starter med å finne kapasitansen C_1 for platekondensatoren fylt med isolatoren; denne er gitt ved

$$\begin{aligned} C_1 &= \kappa \cdot \varepsilon_0 \frac{A}{d_1} \\ &= \kappa \cdot \varepsilon_0 \frac{A}{\frac{d}{2}} \\ &= \underline{2\kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d}} \end{aligned}$$

Den luftfylte platekondensatoren har kapasitans C_2 gitt ved

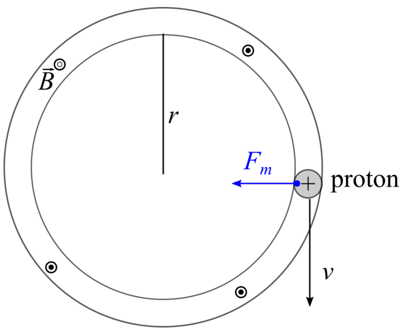
$$\begin{aligned} C_2 &= \varepsilon_0 \frac{A}{d_2} \\ &= \varepsilon_0 \frac{A}{\frac{d}{2}} \\ &= \underline{2\varepsilon_0 \frac{A}{d}} \end{aligned}$$

Den totale kapasitansen C_{tot} for den opprinnelige kondensatoren blir gitt ved (seriekobling av to platekondensatorer)

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_{tot}} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} && \text{(Ganger teller/nevner med } C_1C_2\text{)} \\ C_{tot} &= \frac{2\kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d} \cdot 2\varepsilon_0 \frac{A}{d}}{2\kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d} + 2\varepsilon_0 \frac{A}{d}} \\ &= \frac{4\kappa}{2\kappa + 2} \varepsilon_0 \frac{A}{d} && \text{(Forkorter faktor } \varepsilon_0 \tfrac{A}{d}\text{)} \\ & \underline{\underline{\frac{2\kappa}{\kappa + 1} \varepsilon_0 \frac{A}{d}}} && \text{(Forkorter)} \end{aligned}$$

Oppgave 23

Figuren under viser magnetkraften F_m på et proton med ladning q, banefart v og rundetid T i sirkelbane i et homogent magnetfelt med feltstyrke/flukstetthet B:

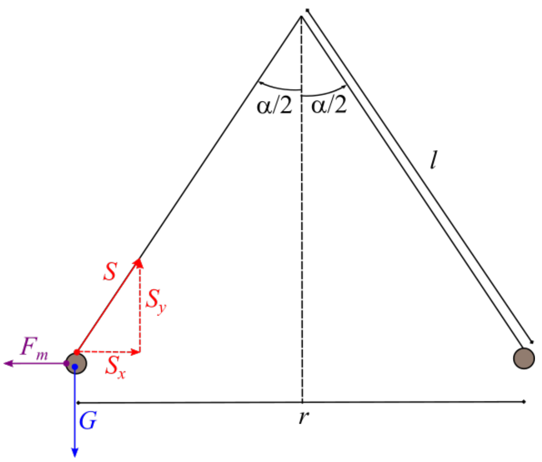


Newtons 2. lov ved sirkelbevegelse gir

$$\begin{aligned}
\sum F &= ma = m \cdot \frac{v^2}{r} \\
F_m &= m \cdot \frac{v^2}{r} \\
qvB &= m \cdot \frac{v^2}{r} && \text{(Formel for magnetkraft på ladning)} \\
B &= \frac{mv}{qr} \\
&= \frac{m \cdot \frac{2\pi r}{T}}{qr} && \text{(Def. av banefart)} \\
&= 2\pi \frac{m}{qT} \\
&= 2\pi \cdot \frac{1,67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}{1,60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 0,28 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}} \\
&= 2,34 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T} \\
&\approx \underline{\underline{0,23\,\mathrm{mT}}}
\end{aligned}$$

Oppgave 24

Figuren under viser kreftene som virker på de to parallelle lederne: tyngden G, snordraget S og en magnetkraft F_m mellom de to lederne (et tilsvarende sett krefter virker på den andre lederen, men dette er ikke inntegnet). Ettersom vinkelen mellom lederne er α, er vinkelen mellom hver snor og vertikalen lik $\alpha/2$. Se figuren under.



Ettersom hver leder henger i ro, må $\sum \vec{F} = \vec{0}$, slik at

$$\begin{aligned}
S_y &= mg \\
F_m &= S_x
\end{aligned}$$

Ettersom $S_x = S_y \tan \frac{\alpha}{2}$, gir dette:

$$F_m = S_x = mg \tan \frac{\alpha}{2}$$

Den magnetiske kraften per lengdeenhet mellom to parallelle ledere er gitt fra formelarket:

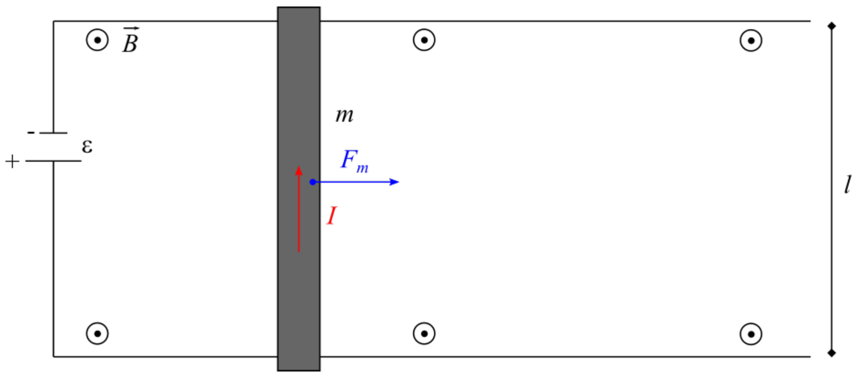
$$\frac{F_m}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi r},$$

der I er strømmen i hver leder og r er avstanden imellom de. Dette gir:

$$
\begin{aligned}
\frac{F_m}{l} &= \frac{mg\tan\frac{\alpha}{2}}{l} && \text{(Deler likning med } l\text{)}\\
\frac{\mu_0 I^2}{2\pi r} &= \frac{mg\tan\alpha}{l} && \text{(Setter inn for magnetkraft)}\\
I &= \sqrt{\frac{2\pi r}{\mu_0}\cdot\frac{mg\tan\frac{\alpha}{2}}{l}}\\
&= \sqrt{\frac{2\pi\cdot 2l\sin\frac{\alpha}{2}}{\mu_0}\cdot\frac{mg\tan\frac{\alpha}{2}}{l}} && \text{(Setter inn for avstanden } r\text{)}\\
&= \sqrt{\frac{4\pi}{\mu_0}\cdot l\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{m}{l}\cdot g\tan\frac{\alpha}{2}}\\
&= \sqrt{\frac{4\pi}{4\pi\cdot 10^{-7}\,\mathrm{Tm/A}}\cdot 0,10\,\mathrm{m}\cdot\sin\frac{20^\circ}{2}\cdot 0,20\,\mathrm{kg/m}\cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2}\cdot\tan\frac{20^\circ}{2}}\\
&= \sqrt{10^7\,\mathrm{A/Tm}\cdot 0,10\,\mathrm{m}\cdot\sin 10^\circ\cdot\tan 10^\circ\cdot 0,20\,\mathrm{kg/m}\cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2}}\\
&= 245\,\mathrm{A}\\
&\approx \underline{\underline{0,25\,\mathrm{kA}}}
\end{aligned}
$$

Oppgave 25

i) Figuren under viser magnetkraften F_m som er den eneste horisontale kraften som virker på staven når den befinner seg i det homogene magnetfeltet.



ii) Ved $t = 0$ er spenningen mellom endene av staven lik ε, slik at strømmen er

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R},$$

og magnetkraften er da gitt ved

$$
\begin{aligned}
F_m &= I_0 lB\\
&= \underline{\frac{\varepsilon}{R}lB}
\end{aligned}
$$

Ved Newtons 2. lov er da akselerasjonen lik

$$\begin{aligned}
\sum F &= ma \\
F_m &= ma \\
a &= \frac{F_m}{m} \\
&= \frac{1}{m}\frac{\varepsilon}{R}lB \\
&= \frac{\varepsilon lB}{mR} \\
&= \frac{12\,\mathrm{V}\cdot 2,0\,\mathrm{m}\cdot 0,50\,\mathrm{T}}{1,0\,\mathrm{kg}\cdot 0,25\,\Omega} \\
&= \underline{\underline{48\,\mathrm{m/s^2}}}
\end{aligned}$$

iii) Når stanga har fått en fart v, er den induserte spenningen ε_{ind} mellom endene av stanga gitt fra formelarket:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{ind} &= vBl \\
&= 2,0\,\mathrm{m/s}\cdot 0,50\,\mathrm{T}\cdot 2,0\,\mathrm{m} \\
&= \underline{\underline{2,0\,\mathrm{V}}}
\end{aligned}$$

Ettersom batteriet gir en konstant ems, blir nettospenningen mellom endene av stanga lik

$$\varepsilon - \varepsilon_{ind} = 12\,\mathrm{V} - 2,0\,\mathrm{V} = \underline{\underline{10\,\mathrm{V}}}$$

iv) Ved et tidspunkt t er magnetkraften F_m fortsatt den eneste horisontale kraften, så vi får samme form på Newtons 2. lov som i oppgave ii):

$$\begin{aligned}
\sum F &= ma \\
F_m &= m\frac{dv}{dt}
\end{aligned}$$

Magnetkraften F_m er imidlertid tidsavhengig, ettersom spenningen over stanga er $\varepsilon - \varepsilon_{ind}$ der ε_{ind} varierer med farten/tiden. Da er også I gjennom stanga tidsvariabel:

$$F_m = IlB,$$

der den tidsavhengige strømmen er gitt ved Ohms lov:

$$\begin{aligned}
I &= \frac{\varepsilon - \varepsilon_{ind}}{R} \\
&= \frac{\varepsilon}{R} - \frac{\varepsilon_{ind}}{R} \\
&= \underline{\frac{\varepsilon}{R} - \frac{vBl}{R}}
\end{aligned}$$

Altså er den tidsavhengige magnetkraften gitt ved

$$\begin{aligned}
F_m &= IlB \\
&= \underline{\left(\frac{\varepsilon}{R} - \frac{vBl}{R}\right)lB}
\end{aligned}$$

Innsatt i Newtons 2. lov:

$$F_m = m\frac{dv}{dt}$$
$$\left(\frac{\varepsilon}{R} - \frac{vBl}{R}\right) lB = m\frac{dv}{dt}$$

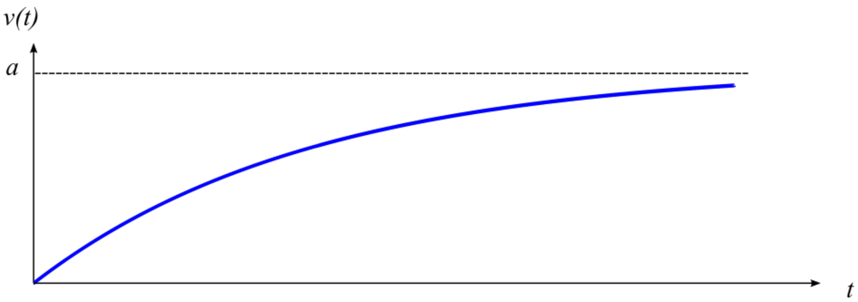
Differensiallikninen for stangas fart $v(t)$ blir altså

$$\underline{\underline{m\frac{dv}{dt} = \frac{\varepsilon lB}{R} - \frac{B^2l^2}{R} \cdot v}}$$

v) Vi får oppgitt at differensiallikningen har løsningen

$$v(t) = a\left(1 - e^{-\frac{t}{b}}\right),$$

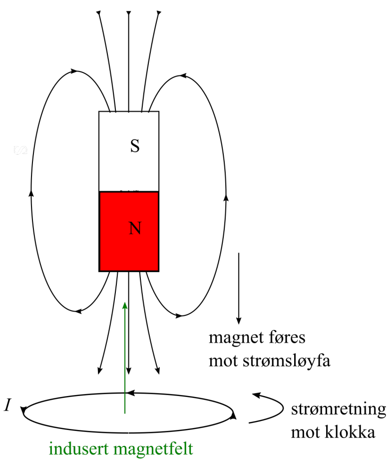
der a og b er konstanten. Skisserer grafen til $v(t)$:



Konstanten a tilsvarer den konstante verdien som farten til stanga nærmer seg når $t \to \infty$. Konstanten b er et mål på hvor "raskt" kurven stiger før den flater ut.

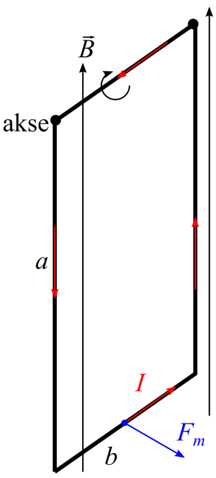
Oppgave 26

Når stavmagneten føres mot strømsløyfa, tilsier Lenz' regel at det induseres en strøm i sløyfa som prøver å motvirke fluksendringen. Det induserte magnetfeltet vil altså ha retning vertikalt oppover, og ved høyrehåndsregelen for retningen til magnetfelt fra en strømsløyfe, blir strømretningen **mot klokka**. Se figuren under.



Oppgave 27

Figuren under viser strømsløyfa som fører en strøm I (strømretningen er tilfeldig valgt). Det virker magnetkrefter på de to sidekantene med lengde b (på kantene med lengde a er strøm og magnetfelt parallelle, slik at magnetkrafta $\vec{F_m} = I\vec{l} \times \vec{B} = \vec{0}$, men kun kraften på den nederste kanten bidrar med et dreiemoment om den angitte aksen. Se figuren under.



Dreiemomentet τ blir ut i fra definisjonen av dreiemoment lik

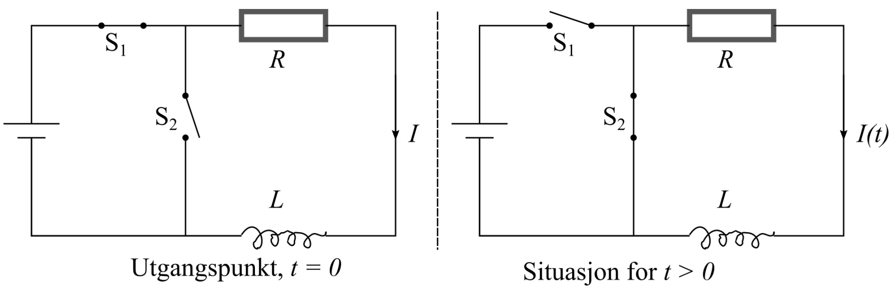
$$\begin{aligned}\tau &= F_m \cdot a \\ &= IbB \cdot a \\ &= \underline{\underline{IabB}}\end{aligned}$$

Kommentar: kan ogås bruke formelen for dreiemoment på strømsløyfe med areal $A = ab$ fra formelark:

$$\begin{aligned}\tau &= IAB \\ &= \underline{\underline{IabB}}\end{aligned}$$

Oppgave 28

Figuren under viser kretsen i utgangspunktet ved $t = 0$ (venstre), samt situasjonen for $t > 0$:



Utelukkende ved å bruke kvalitativ kunnskap om selvinduktans i en spole skal vi resonnere oss fram til hvordan grafen for strømmen $I\,(t)$ i kretsen blir seende ut.

Når S_1 brytes og S_2 åpnes ved $t = 0$, avtar strømmen i kretsen. Da vil spolen indusere en strøm som forsøker å motvirke fluksendringen, dvs. den vil forsøke å “hindre” strømreduksjonen i kretsen. Selvinduktansen i spolen gjør altså at strømmen ikke brått reduseres til $I = 0$, istedet vil den falle **kontinuerlig** fra starverdien til $I = 0$ i løpet av noe tid.

Det er kun én av de oppgitte grafene som er i samsvar med et slikt bilde: