

Løsningsforslag eksamen

TALM1002/1013 mai 2018

Oppgave 1

a)

Kation	Anion	Kjemisk formel	Systematisk navn	Type forbindelse (kovalent eller ionisk)
Fe^{2+}	PO_4^{3-}	$\text{Fe}_3(\text{PO}_4)_2$	Jern(II)fosfat	Ionisk
-	-	SF_6	Svovelheksafluorid	Kovalent
NH_4^+	Cl^-	NH_4Cl	Ammoniumklorid	Ionisk
Ti^{4+}	O^{2-}	TiO_2	Titan(IV)oksid	Ionisk
-	-	CS_2	Karbondisulfid	Kovalent
-	-	Cl_2O_7	Diklorheptaoksid	Kovalent
Na^+	CO_3^{2-}	Na_2CO_3	Natriumkarbonat	Ionisk
Ca^{2+}	NO_3^-	$\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$	Kalsiumnitrat	Ionisk
-	-	PBr_5	Fosforpentabromid	Kovalent
Al^{3+}	OH^-	$\text{Al}(\text{OH})_3$	Aluminiumhydroksid	Ionisk

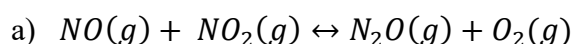
b) De tre sterke atombindingene heter metallbindinger, ionebindinger og kovalente bindinger.

Metallbindinger finner vi mellom metallatomer. Her er atomene ordnet tett i tett og lagvis, med valenselektronene ordnet i en elektronsky/sjø rundt. De delokaliserte valenselektronene gjør at metaller kan lede strøm, og de tett plasserte atomene gjør det mulig å forskyve metallatomene i henhold til hverandre under kraftpåføring. Metallbindinger finner vi i rene metaller og i legeringer.

Ionebindinger er bindinger mellom et metallatom og et ikke-metallatom, hvorpå det er stor forskjell i elektronegativtetsverdiene mellom de ($\Delta EN \geq 2.0$). Pga denne forskjellen i elektronegativitet vil atomene trekke svært ulikt på elektronene, slik at vi får en nærmest fullstendig elektronoverføring fra kationet (metallionet) til anionet (ikke-metallet). Ionebindinger finner vi i ioniske forbindelser, altså salter.

Kovalente bindinger er atombindinger mellom to ikke-metaller. Her er differansen i elektronegativitet lavere enn 2.0, hvorpå elektronene deles omtrentlig likt (upolar kovalent) eller ulikt og danner ulike poler i molekylet (polar kovalent). En kovalent binding kan enten være enkel-, dobbel- eller trippel, avhengig av hvor mange elektronpar som er delt mellom atomene. Kovalente bindinger finner vi i både organiske og uorganiske forbindelser.

Oppgave 2



Fyller en tom beholder med 0,500 mol $\text{NO}_2(g)$ og 0,500 mol $\text{NO}(g)$. Volumet er 5 liter. Kan beregne konsentrasjonen av disse komponentene ved start:

$$[\text{NO}_2] = [\text{NO}] = \frac{n}{V} = \frac{0,500 \text{ mol}}{5 \text{ liter}} = 0,10 \text{ M}$$

Uttrykket for likevektskonstanten er gitt ved:

$$K_c = \frac{[\text{O}_2][\text{N}_2\text{O}]}{[\text{NO}_2][\text{NO}]} = 0,914$$

Setter opp tabell over konsentrasjonen til komponentene ved start og ved likevekt:

	NO (g)	NO₂(g)	N₂O(g)	O₂(g)
Ved start	0,10 M	0,10 M	0	0
Endring	-x	-x	+x	+x
Ved likevekt	0,10- x	0,10- x	x	x

Setter inn i likevektsuttrykket:

$$K_c = \frac{x * x}{(0,1 - x)(0,1 - x)} = 0,914$$

Ordner uttrykket med hensyn på x og får:

$$0,086x^2 + 0,1828x - 0,00914 = 0$$

Løser med hensyn på x, og får:

$$x = \mathbf{0,0489 \text{ M}}$$

Likevektskonsentrasjonene blir da:

$$[\text{NO}_2] = [\text{NO}] = \mathbf{0,10 \text{ M} - 0,0489\text{M} = 0,051 \text{ M}}$$

$$[\text{N}_2\text{O}] = [\text{O}_2] = x = \mathbf{0,0489 \text{ M}}$$

b)

i) Øker temperaturen i beholderen: likevekt forskyves mot venstre for å senke temperaturen.

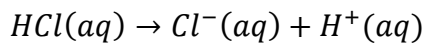
ii) Øker beholderens volum: ingen endring i likevekten, fordi det er to gassmolekyler på hver side av likevektspilen.

iii) Tilfører katalysator til beholderen: ingen endring i likevekten. En katalysator øker kun reaksjonshastigheten, men deltar ikke i selve reaksjonen.

iv) Tilfører mer nitrogendioksid til beholderen: likevekten forskyves mot høyre, for å redusere konsentrasjonen av $\text{NO}_2(\text{g})$.

Oppgave 3

- 0,20 M HCl-løsning. HCl er ei sterk syre, og dissosierer derfor fullstendig i vannløsning.



$$[\text{H}^+] = [\text{HCl}] = \mathbf{0,20 \text{ M}}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{0,20} = \mathbf{5 * 10^{-1} \text{ M}}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(0,20) = \mathbf{0,70}$$

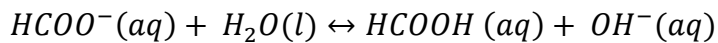
$$\text{pOH} = 14 - \text{pH} = 14 - 0,70 = \mathbf{13,3}$$

- 0,0010 M NaHCOO

NaHCOO er et lettløselig salt, som dissosierer fullstendig i vannløsning:



HCOO^- er en svak base.



Setter opp uttrykket for basekonstanten:

$$K_b = \frac{[\text{OH}^-][\text{HCOOH}]}{[\text{HCOO}^-]} = \frac{10^{-14}}{K_a, \text{HCOOH}} = \frac{10^{-14}}{1,6 * 10^{-4}} = 6,25 * 10^{-11}$$

	$\text{HCOO}^-(\text{aq})$	$\text{HCOOH}(\text{aq})$	$\text{OH}^-(\text{aq})$
Ved start	0,0010 M	0	0
Endring	-x	+x	+x
Ved likevekt	0,0010- x	x	x

$$\frac{x * x}{0,0010 - x} = 6,25 * 10^{-11}$$

Ordner uttrykket med hensyn på x og får:

$$x^2 + 6,25 * 10^{-11}x - 6,25 * 10^{-14} = 0$$

Løser med hensyn på x og får:

$$x = 2,5 * 10^{-7} \text{ M}$$

$$[OH^-] = 2,5 * 10^{-7} \text{ M}$$

$$[H^+] = \frac{10^{-14}}{2,5 * 10^{-7}} = 4 * 10^{-8} \text{ M}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(4 * 10^{-8}) = 7,4$$

$$pOH = 14 - pH = 14 - 7,4 = 6,6$$

b) I 150 mL vann kan vi maksimalt få løst opp av $MgCO_3$:



1 : 1 : 1 – molforhold

Setter opp uttrykket for K_{sp} og beregner x:

$$\begin{aligned} K_{sp} &= [Mg^{2+}] * [CO_3^{2-}] = x * x = 1,0 * 10^{-5} \\ &= \sqrt{x^2} = \sqrt{1,0 * 10^{-5}} = 3,16 * 10^{-3} \text{ M} = [MgCO_3] \end{aligned}$$

Beregner massen fra stoffmengden dette tilsvarer

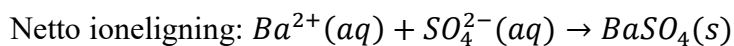
$$n = 3,16 * 10^{-3} \text{ M} * 0,150 \text{ L} = 4,74 * 10^{-4} \text{ mol}$$

$$M_{MgCO_3} = 24,305 + 12,01 + (3 * 16,00) = 84,315 \text{ g/mol}$$

$$m = n * M_m = 0,03997 \text{ g} \approx \underline{\underline{40,0 \text{ mg.}}}$$

c) 200 ml 0,050 M $BaCl_2$ + 500 ml 0,025 M $Na_2SO_4 \rightarrow$ Felling??

Vi har følgende ioner i løsningen: Na^+ , Ba^{2+} , Cl^- , SO_4^{2-} . Det er kun $BaSO_4$ som er et tungtløselig salt.



$$K_{sp} = 1,0 * 10^{-10}$$

$$\text{Må beregne reaksjonskvotienten: } Q = [Ba^{2+}][SO_4^{2-}]$$

Finner konsentrasjonen av ionene etter blanding:

$$[Ba^{2+}] = \frac{[BaCl_2] * V}{V_{tot}} = \frac{0,050M * 200 ml}{(200 + 500)ml} = 0,0143 mol/l$$

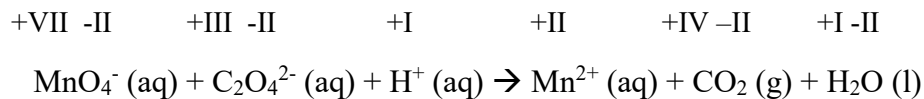
$$[SO_4^{2-}] = \frac{[Na_2SO_4] * V}{V_{tot}} = \frac{0,025 M * 500 ml}{(200 + 500)ml} = 0,0179 mol/l$$

$$Q = 0,0143 * 0,0179 = 2,55 * 10^{-4}$$

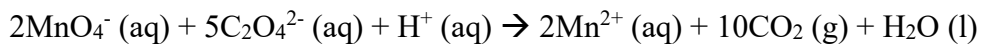
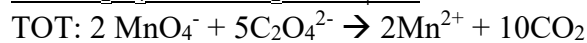
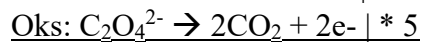
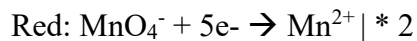
Q > K_{sp} og vi har derfor en overmettet løsning → utfelling.

Oppgave 4

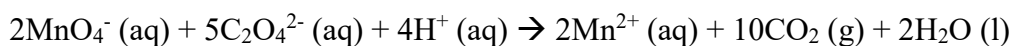
a) Redoksreaksjonens oksidasjonstall blir:



Fremgangsmåte for balansering:



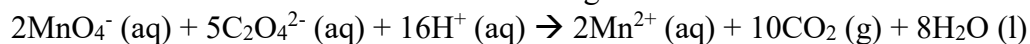
Balanserer i henhold til masse:



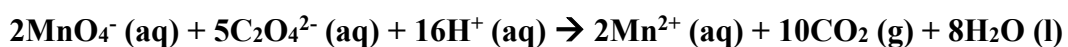
Sjekker ladningsbalansen:

$$\begin{array}{ccccccc}
 -2 & & -10 & & +4 & = & 4+ \\
 -8 & & & & & = & 4+
 \end{array}$$

Må dermed balansere med henhold til ladning:

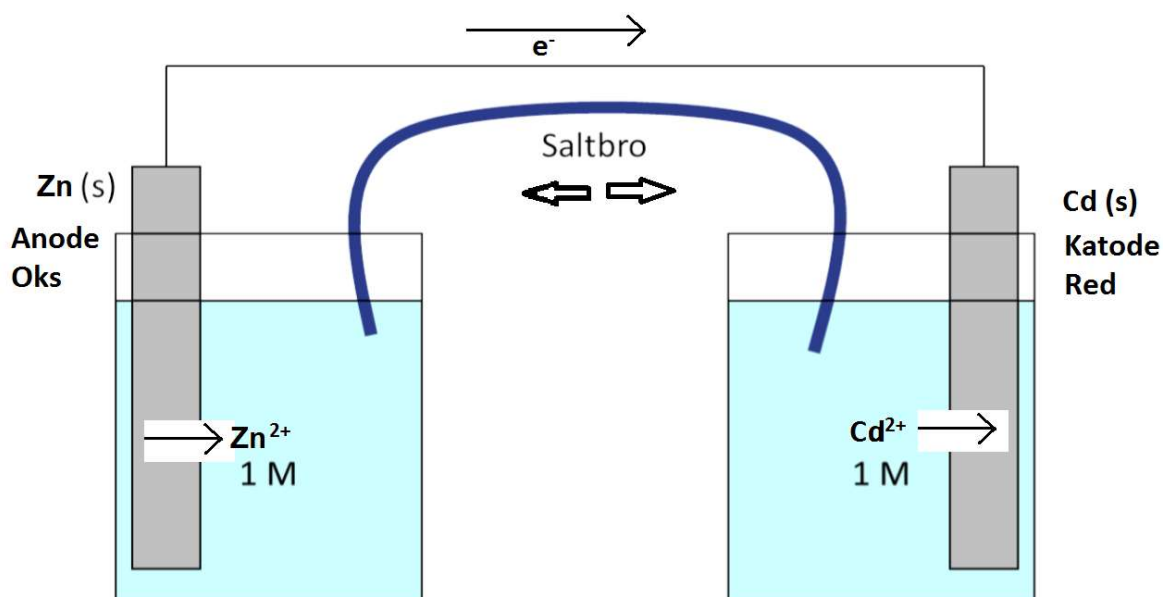


Balansert reaksjonsligning blir derav:



b) Galvanisk celle:

i) Skisserer opp cellen:

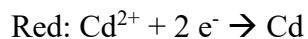


ii) Ser nærmere på cellen og finner:

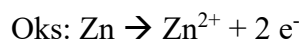
Anode: Sink-elektroden

Katode: kadmium-elektroden

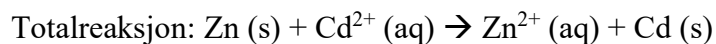
Setter opp halvreaksjoner med halvcellepotensialer:



$$E^\circ_{\text{red}} = -0,40 \text{ V}$$



$$E^\circ_{\text{oks}} = -E^\circ_{\text{red}} = +0,76 \text{ V}$$



iii) Finner cellepotensialet til denne cellen ved 25 °C:

$$E^\circ_{\text{celle}} = E^\circ_{\text{red}} + E^\circ_{\text{oks}} = -0,40 \text{ V} + 0,76 \text{ V} = \underline{0,36 \text{ V}}$$

Bruker Nernst ligning til å finne cellepotensialet ved ikke-standard betingelser:

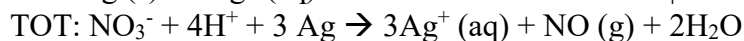
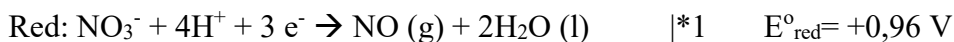
$$E = E^\circ - \frac{0,059 \text{ V}}{n e^-} \log Q = 0,36 \text{ V} - \frac{0,059 \text{ V}}{2} \log \frac{0,0020 \text{ M Zn}^{2+}}{0,10 \text{ M Cd}^{2+}} = \underline{0,41 \text{ V}}$$

c) Metallisk sølv (Ag (s)) løser seg i salpetersyre (HNO₃):

Salpetersyre er en sterk syre som vil gi en fullstendig protolyse:



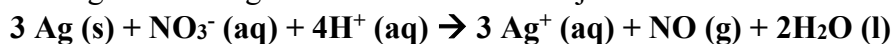
For at sølv skal løse seg opp må vi få dannet sølvioner når sølv reagerer med H⁺ og/eller NO₃⁻. Dette krever en oksidasjon av sølvet som gir følgende halvreaksjoner:



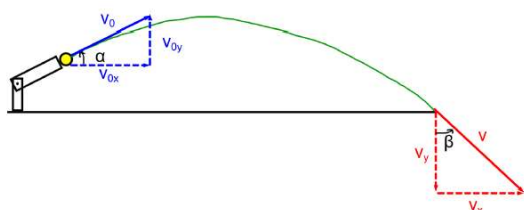
$$E^\circ_{\text{celle}} = E^\circ_{\text{red}} + E^\circ_{\text{oks}} = +0,96 \text{ V} + (-0,80 \text{ V}) = +0,16 \text{ V}$$

$E^\circ > 0$, ergo vil dette være en spontan reaksjon, og metallisk sølv vil altså kunne løse seg i salpetersyre ved 25 °C ved standard betingelser.

Dette gir derav følgende balansert totalreaksjon:



Oppgave 5



a) Vi skal bestemme hvor langt unna utgangspunktet kula lander. Vi har følgende bevegelseslikninger for x - og y -retningen:

$$x = v_{0x}t = v_0 \cos \alpha t$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

Bestemmer falltiden/svevetiden (med dette valget av positiv retning, er posisjonen negativ idet kula treffer bakken) ved å løse andregradslikningen med innsatte tall $v_0 = 10 \text{ m/s}$ og $\alpha = 30^\circ$:

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$-0,35 = 10 \sin 30^\circ \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2$$

Løser denne på kalkulator og får

$$t = 1,09 \text{ s} \vee t = -0,065 \text{ s}$$

Her er det kun den positive løsningen som er av interesse. Avstanden fra utgangspunktet blir altså

$$\begin{aligned}x &= v_0 \cos \alpha t \\&= 10 \text{ m/s} \cdot \cos 30^\circ \cdot 1,09 \text{ s} \\&= \underline{\underline{9,4 \text{ m}}}\end{aligned}$$

b) Vi bestemmer slutfarten v , verdi og retning (angitt ved vinkelen β på figuren). Fartskomponentene er gitt ved (konstant fart i x -retning; konstant akselerasjon i y -retning):

$$\begin{aligned}v_x &= v_{0x} = 10 \text{ m/s} \cos 30^\circ = \underline{8,66 \text{ m/s}} \\v_y &= v_{0y} - gt = 10 \text{ m/s} \sin 30^\circ - 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1,09 \text{ s} = \underline{\underline{-5,69 \text{ m/s}}}\end{aligned}$$

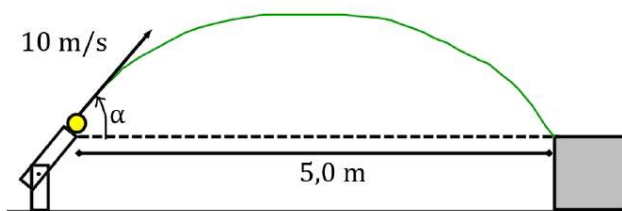
Farten blir

$$\begin{aligned}v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\&= \sqrt{(8,66 \text{ m/s})^2 + (-5,69 \text{ m/s})^2} \\&= 10,4 \text{ m/s} \\&\approx \underline{\underline{10 \text{ m/s}}}\end{aligned}$$

Vi finner vinkelen β :

$$\tan \beta = \left| \frac{v_x}{v_y} \right| = \frac{8,66}{5,69} \Rightarrow \beta = 57^\circ$$

c) Vi skal bestemme startvinkelen α som gjør at ei kule med startfart $v_0 = 10 \text{ m/s}$ akkurat treffer oppi en eske som er plassert i en avstand $x = 5,0 \text{ m}$ fra kulas utgangspunkt. Se figuren under.



Etttersom eskas overkant ligger i samme høyde som ballens utgangspunkt, er $y = 0$ idet den treffer eska. Vi skal altså løse likningene

$$x = v_{0x}t = v_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0t \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

med $x = 5,0 \text{ m}$ og $y = 0$. Vi får:

$$y = 0$$

$$t \left(v_0 \sin \alpha - \frac{1}{2} g t \right) = 0$$

Den interessante løsningen er da

$$v_0 \sin \alpha - \frac{1}{2} g t = 0 \Rightarrow t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

Innsatt i likningen for x -retningen får vi da

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

For å bestemme α skal vi altså løse likningen $x = 5,0$ m. Her kan vi f.eks. benytte oss av følgende trigonometriske identitet:

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha,$$

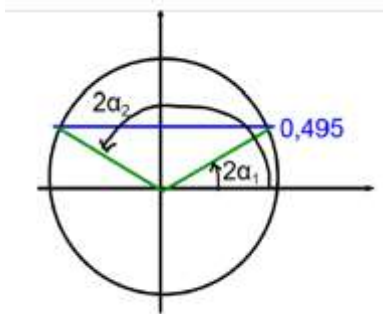
slik at likninga kan skrives

$$x = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{xg}{v_0^2}$$

Med innsatte tall blir likningen

$$\sin 2\alpha = \frac{5,0 \text{ m} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{(10 \text{ m/s})^2} = 0,4905$$

Vi løser likningen fra enhetssirkelen (vi får to løsninger):



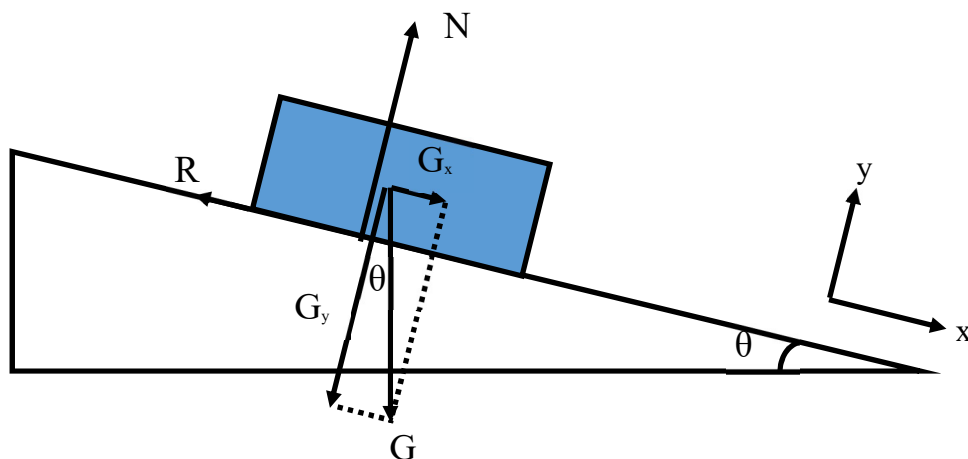
$$2\alpha_1 = \arcsin(0,4905) = 29,37^\circ \Rightarrow \alpha_1 = \frac{1}{2} \cdot 29,37^\circ = 14,69^\circ \approx 14,7^\circ$$

$$2\alpha_2 = 180^\circ - 29,37^\circ = 150,63^\circ \Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{2} \cdot 150,63^\circ = 75,31^\circ \approx 75,3^\circ$$

Skriv inn formel her.

Oppgave 6

Oppgave 6



Friksjonskoeffisienten finnes fra: $R = \mu N$

Vi legger koordinatsystemet som vist på figuren.

Vi finner kraftsummen langs aksene:

$$\sum F_y = N - G_y = N - mg \cos \theta$$

$$\sum F_x = G_x - R = mg \sin \theta - \mu N$$

Siden farten er konstant må vi ha

$$(1) \quad \sum F_y = 0$$

$$(2) \quad \sum F_x = 0$$

Fra (1) får vi at $N = mg \cos \theta$

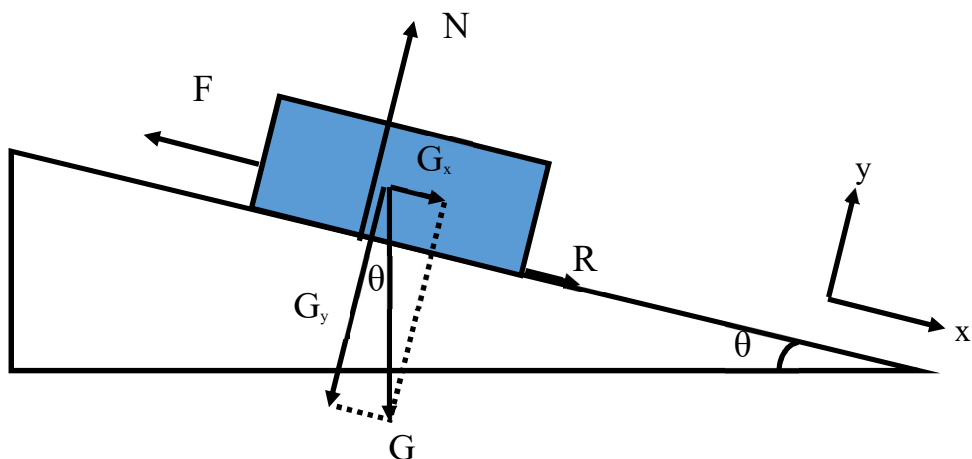
Vi setter (1) inn i (2):

$$mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta = 0$$

$$\mu mg \cos \theta = mg \sin \theta$$

$$\mu = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta = \tan 14^\circ = 0,25$$

b)



Newtons 2. lov gir nå:

$$\sum F_x = ma$$

Når bevegelsen er rettet oppover langs skråplanet vil friksjonen virke nedover.

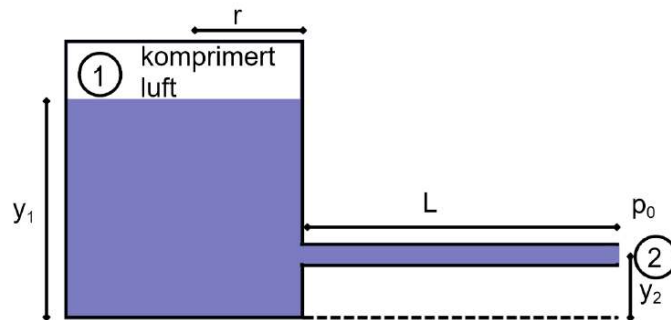
$$a = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{G_x + R - F}{m} = \frac{mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta - F}{m} = g(\sin \theta + \mu \cos \theta) - \frac{F}{m}$$

$$a = 9,81$$

$$a = 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot (\sin 35^\circ + 0,25 \cdot \cos 35^\circ) - 15 N = -3,9 \frac{m}{s^2}$$

Oppgave 7

a) Gitt situasjonen på figuren:



Vi skal bestemme volumstrømmen ut av røret, dersom vi neglisjerer alle former for tap. Bernoulli likning uten tap mellom punkt 1 (vannspeilet) og 2 (rørutløpet):

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Forholdet mellom tverrsnittet av røret og tanken er

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2}{\pi r^2} = \frac{\left(\frac{0,50 \text{ m}}{2}\right)^2}{(5,0 \text{ m})^2} = \underline{0,0025}$$

Ettersom rørtverrsnittet er mye mindre enn tankens, kan vi med god tilnærming sette $v_1 = 0$, ettersom vannspeilet, ut i fra kontinuitetslikninga, derfor synker svært langsomt. Vi får:

$$\begin{aligned} p_1 + \rho g y_1 &= p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \\ \frac{1}{2}\rho v_2^2 &= p_1 - p_2 + \rho g (y_1 - y_2) \\ v_2 &= \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_1 - p_2 + \rho g (y_1 - y_2))} \end{aligned}$$

Setter inn kjente størrelser:

$$\begin{aligned}v_2 &= \sqrt{\frac{2}{1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3} (400 \cdot 10^3 \text{ Pa} - 101 \cdot 10^3 \text{ Pa} + 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 (9,0 \text{ m} - 1,0 \text{ m}))} \\ &= \underline{27,5 \text{ m/s}}\end{aligned}$$

Volumstrømmen gjennom røret blir da

$$\begin{aligned}q &= A_2 v_2 \\ &= \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot v_2 \\ &= \pi \left(\frac{0,50 \text{ m}}{2}\right)^2 \cdot 27,5 \text{ m/s} \\ &= \underline{5,4 \text{ m}^3/\text{s}}\end{aligned}$$

b) Vi skal bestemme rørets friksjonsfaktor når den målte, faktiske volumstrømmen er $q = 4,0 \text{ m}^3/\text{s}$. Vi starter med å beregne væskefarten:

$$\begin{aligned}q &= A_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{q}{A_2} \\ v_2 &= \frac{4,0 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \left(\frac{0,50 \text{ m}}{2}\right)^2} \\ &= \underline{20,37 \text{ m/s}}\end{aligned}$$

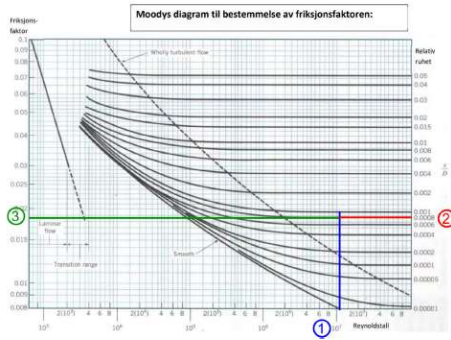
Vi finner Reynoldstallet:

$$\begin{aligned}N_R &= \frac{\rho v_2 D}{\eta} \\ &= \frac{1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 20,37 \text{ m/s} \cdot 0,50 \text{ m}}{8,99 \cdot 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}} \\ &= \underline{1,1 \cdot 10^7}\end{aligned}$$

Den relative ruheten for røret er

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,40 \text{ mm}}{0,50 \text{ m}} = \frac{0,40 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{0,50 \text{ m}} = \underline{8,0 \cdot 10^{-4}}$$

Vi markerer 1) Reynoldstallet og 2) relativ ruhet i Moodys diagram og leser ut 3) friksjonsfaktoren f på y -aksen:



$$f \approx \underline{\underline{0,019}}$$

c) Vi skal bestemme hva trykket måtte ha vært for å gi en volumstrøm lik verdien uten noen former for tap. Vi setter opp Bernoullis likning med tapsledd mellom de samme to punktene som i a), dvs. mellom vannspeilet og utløpet:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g} + y_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} + y_2 + h_f + h_e,$$

der h_f og h_e er tapshøydene for hhv. rørfriksjon og enkeltmotstanden i innløpet. Disse er gitt ved

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g}, \quad h_e = \zeta \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g}$$

Vi kan gjøre de samme forenklingene som i a): $v_1 \approx 0$ fordi rørtverrsnittet er mye mindre enn tankens; nullnivå i bunnen av tanken gir

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{\rho g} + y_1 &= \frac{p_2}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} + y_2 + f \frac{L}{D} \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} + \zeta \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} \\ \frac{p_1}{\rho g} + y_1 &= \frac{p_2}{\rho g} + y_2 + \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} \left(1 + f \frac{L}{D} + \zeta \right) \\ p_1 &= \rho g \left(\frac{p_2}{\rho g} + y_2 - y_1 + \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} \left(1 + f \frac{L}{D} + \zeta \right) \right) \end{aligned}$$

Setter inn tallverdier:

$$\begin{aligned} p_1 &= 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot \\ &\left(\frac{101 \cdot 10^3 \text{ Pa}}{1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} + 1,0 \text{ m} - 9,0 \text{ m} + \frac{1}{2} \frac{(20,37 \text{ m/s})^2}{9,81 \text{ m/s}^2} \left(1 + 0,019 \cdot \frac{10 \text{ m}}{0,50 \text{ m}} + 0,50 \right) \right) \\ &= 4,13 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ &= \underline{\underline{413 \text{ kPa}}} \end{aligned}$$

$$p_1 = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(\frac{101 \cdot 10^3 \text{ Pa}}{1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 1,0 \text{ m} - 9,0 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot \frac{(20,37 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 0,019 * \frac{10 \text{ m}}{0,50 \text{ m}} + 0,50 \right) = 7,33 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 733 \text{ kPa}$$

Oppgave 8

a)

i) Vi skal bestemme hvor lang tid det tar å omdanne $m = 1,0 \text{ kg}$ is til vann ved 96°C ved å varme opp isen i en stålekjele over en ovn som avgir en konstant varmeeffekt $P = 3,0 \text{ kW}$. Vi må utføre følgende tre prosesser:

1) Varme opp isen fra $-5,0^\circ\text{C}$ til 0°C slik at $\Delta T_{is} = 5,0 \text{ K}$. Is har varmekapasitet $c_{is} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ J/kgK}$

2) Smelte isen, som har smeltevarme $L_{is} = 3,33 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$. Under denne delen av prosessen er temperaturen konstant til all isen har smeltet.

3) Varme opp det som nå er vann fra 0°C til 96°C , slik at $\Delta T_v = 96 \text{ K}$. Vann har varmekapasitet $c_v = 4,18 \cdot 10^3 \text{ J/kgK}$.

Vi får følgende likning for tiden t som det vil ta å utføre hele prosessen:

varme avgitt = varme mottatt

$$P \cdot t = mc_{is}\Delta T_{is} + L_{is}m + mc_v\Delta T_v$$

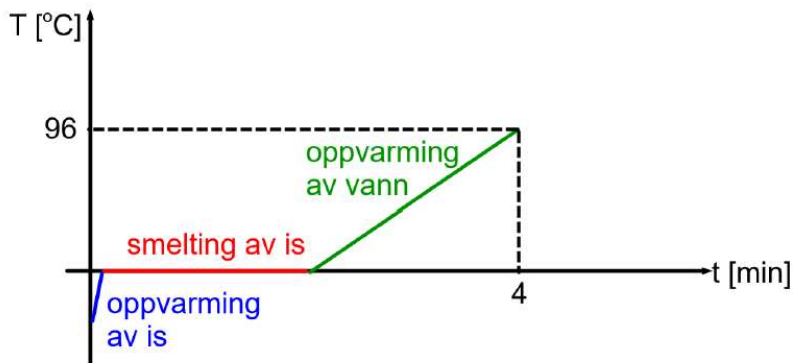
$$t = \frac{mc_{is}\Delta T_{is} + L_{is}m + mc_v\Delta T_v}{P}$$

$$= \frac{1,0 \text{ kg} \cdot 2,1 \cdot 10^3 \text{ J/kgK} \cdot 5,0 \text{ K} + 3,33 \cdot 10^5 \text{ J/kg} \cdot 1,0 \text{ kg} + 1,0 \text{ kg} \cdot 4,18 \cdot 10^3 \text{ J/kgK} \cdot 96 \text{ K}}{3,0 \cdot 10^3 \text{ J/s}}$$

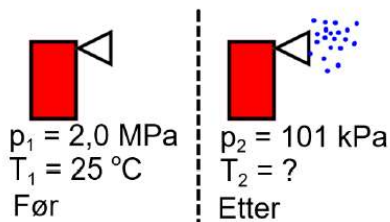
$$= 248 \text{ s}$$

$$\approx \underline{\underline{4 \text{ min } 8 \text{ s}}}$$

ii) Figuren under viser en skisse av temperaturen som funksjon av tid:



b) Figuren under viser situasjonen før og etter at CO_2 -gassen er tømt fra beholderen:



Ettersom prosessen antas adiabatisk, har vi følgende sammenheng mellom trykk og volum:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma,$$

der CO₂-gassen har adiabatkonstant $\gamma = 1,28$. Vi kjenner her start- og sluttemperaturene, slik at vi kan kombinere adiabatlikningen med tilstandslikningen for ideell gass for å eliminere volumet:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1}$$

Setter inn i adiabatlikningen:

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{p_2} &= \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma \\ \frac{p_1}{p_2} &= \left(\frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} \right)^\gamma \\ \frac{p_1}{p_2} &= \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^\gamma \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^\gamma \end{aligned}$$

Løser med hensyn på sluttemperaturen T_2 :

$$\begin{aligned} \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^\gamma &= \frac{p_1}{p_2} \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{-\gamma} \\ \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^\gamma &= \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1-\gamma} \\ \frac{T_2}{T_1} &= \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \\ T_2 &= \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \cdot T_1 \\ &= \left(\frac{2,0 \cdot 10^6 \text{ Pa}}{101 \cdot 10^3 \text{ Pa}} \right)^{\frac{1-1,28}{1,28}} \cdot 298 \text{ K} \\ &= 155 \text{ K} \\ &= \underline{\underline{-118 \text{ }^\circ\text{C}}} \end{aligned}$$