

# Løsningsforslag eksamen

## TALM1008/1013 mai 2018

### Oppgave 1

a)

Kation	Anion	Kjemisk formel	Systematisk navn	Type forbindelse (kovalent eller ionisk)
$\text{Fe}^{2+}$	$\text{PO}_4^{3-}$	$\text{Fe}_3(\text{PO}_4)_2$	Jern(II)fosfat	Ionisk
-	-	$\text{SF}_6$	Svovelheksafluorid	Kovalent
$\text{NH}_4^+$	$\text{Cl}^-$	$\text{NH}_4\text{Cl}$	Ammoniumklorid	Ionisk
$\text{Ti}^{4+}$	$\text{O}^{2-}$	$\text{TiO}_2$	Titan(IV)oksid	Ionisk
-	-	$\text{CS}_2$	Karbondisulfid	Kovalent
-	-	$\text{Cl}_2\text{O}_7$	Diklorheptaoksid	Kovalent
$\text{Na}^+$	$\text{CO}_3^{2-}$	$\text{Na}_2\text{CO}_3$	Natriumkarbonat	Ionisk
$\text{Ca}^{2+}$	$\text{NO}_3^-$	$\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$	Kalsiumnitrat	Ionisk
-	-	$\text{PBr}_5$	Fosforpentabromid	Kovalent
$\text{Al}^{3+}$	$\text{OH}^-$	$\text{Al}(\text{OH})_3$	Aluminiumhydroksid	Ionisk

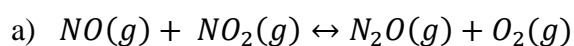
b) De tre sterke atombindingene er metallbindinger, ionebindinger og kovalente bindinger.

Metallbindinger finner vi mellom metallatomer. Her er atomene ordnet tett i tett og lagvis, med valenselektronene ordnet i en elektronsky/sjø rundt. De delokaliserte valenselektronene gjør at metaller kan lede strøm, og de tett plasserte atomene gjør det mulig å forskyve metallatomene i henhold til hverandre under kraftpåføring. Metallbindinger finner vi i rene metaller og i legeringer.

Ionebindinger er bindinger mellom et metallatom og et ikke-metallatom, hvorpå det er stor forskjell i elektronegativtetsverdiene mellom de ( $\Delta EN \geq 2.0$ ). Pga denne forskjellen i elektronegativitet vil atomene trekke svært ulikt på elektronene, slik at vi får en nærmest fullstendig elektronoverføring fra kationet (metallionet) til anionet (ikke-metallet). Ionebindinger finner vi i ioniske forbindelser, altså salter.

Kovalente bindinger er atombindinger mellom to ikke-metaller. Her er differansen i elektronegativitet lavere enn 2.0, hvorpå elektronene deles omtrentlig likt (upolar kovalent) eller ulikt og danner ulike poler i molekylet (polar kovalent). En kovalent binding kan enten være enkel-, dobbel- eller trippel, avhengig av hvor mange elektronpar som er delt mellom atomene. Kovalente bindinger finner vi i både organiske og uorganiske forbindelser.

## Oppgave 2



Fyller en tom beholder med 0,500 mol  $\text{NO}_2(g)$  og 0,500 mol  $\text{NO}(g)$ . Volumet er 5 liter. Kan beregne konsentrasjonen av disse komponentene ved start:

$$[\text{NO}_2] = [\text{NO}] = \frac{n}{V} = \frac{0,500 \text{ mol}}{5 \text{ liter}} = 0,10 \text{ M}$$

Uttrykket for likevektskonstanten er gitt ved:

$$K_c = \frac{[\text{O}_2][\text{N}_2\text{O}]}{[\text{NO}_2][\text{NO}]} = 0,914$$

Setter opp tabell over konsentrasjonen til komponentene ved start og ved likevekt:

	<b>NO (g)</b>	<b>NO<sub>2</sub>(g)</b>	<b>N<sub>2</sub>O(g)</b>	<b>O<sub>2</sub>(g)</b>
<b>Ved start</b>	0,10 M	0,10 M	0	0
<b>Endring</b>	-x	-x	+x	+x
<b>Ved likevekt</b>	0,10- x	0,10- x	x	x

Setter inn i likevektsuttrykket:

$$K_c = \frac{x * x}{(0,1 - x)(0,1 - x)} = 0,914$$

Ordner uttrykket med hensyn på x og får:

$$0,086x^2 + 0,1828x - 0,00914 = 0$$

Løser med hensyn på x, og får:

$$x = \mathbf{0,0489 \text{ M}}$$

Likevektskonsentrasjonene blir da:

$$[\text{NO}_2] = [\text{NO}] = \mathbf{0,10 \text{ M} - 0,0489\text{M} = 0,051 \text{ M}}$$

$$[\text{N}_2\text{O}] = [\text{O}_2] = x = \mathbf{0,0489 \text{ M}}$$

b)

i) Øker temperaturen i beholderen: likevekt forskyves mot venstre for å senke temperaturen.

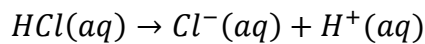
ii) Øker beholderens volum: ingen endring i likevekten, fordi det er to gassmolekyler på hver side av likevektspilen.

iii) Tilfører katalysator til beholderen: ingen endring i likevekten. En katalysator øker kun reaksjonshastigheten, men deltar ikke i selve reaksjonen.

iv) Tilfører mer nitrogendioksid til beholderen: likevekten forskyves mot høyre, for å redusere konsentrasjonen av  $\text{NO}_2(\text{g})$ .

### Oppgave 3

- 0,20 M HCl-løsning. HCl er ei sterk syre, og dissosierer derfor fullstendig i vannløsning.



$$[\text{H}^+] = [\text{HCl}] = \mathbf{0,20 \text{ M}}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{0,20} = \mathbf{5 * 10^{-14} \text{ M}}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(0,20) = \mathbf{0,70}$$

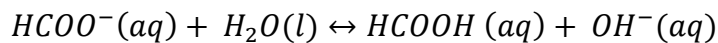
$$\text{pOH} = 14 - \text{pH} = 14 - 0,70 = \mathbf{13,3}$$

- 0,0010 M NaHCOO

NaHCOO er et lettløselig salt, som dissosierer fullstendig i vannløsning:



$\text{HCOO}^-$  er en svak base.



Setter opp uttrykket for basekonstanten:

$$K_b = \frac{[\text{OH}^-][\text{HCOOH}]}{[\text{HCOO}^-]} = \frac{10^{-14}}{K_a, \text{HCOOH}} = \frac{10^{-14}}{1,6 * 10^{-4}} = 6,25 * 10^{-11}$$

	$\text{HCOO}^-(\text{aq})$	$\text{HCOOH}(\text{aq})$	$\text{OH}^-(\text{aq})$
<b>Ved start</b>	0,0010 M	0	0
<b>Endring</b>	-x	+x	+x
<b>Ved likevekt</b>	0,0010- x	x	x

$$\frac{x * x}{0,0010 - x} = 6,25 * 10^{-11}$$

Ordner uttrykket med hensyn på x og får:

$$x^2 + 6,25 * 10^{-11}x - 6,25 * 10^{-14} = 0$$

Løser med hensyn på x og får:

$$x = 2,5 * 10^{-7} \text{ M}$$

$$[OH^-] = 2,5 * 10^{-7} \text{ M}$$

$$[H^+] = \frac{10^{-14}}{2,5 * 10^{-7}} = 4 * 10^{-8} \text{ M}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(4 * 10^{-8}) = 7,4$$

$$pOH = 14 - pH = 14 - 7,4 = 6,6$$

b) I 150 mL vann kan vi maksimalt få løst opp av  $MgCO_3$ :



1 : 1 : 1 – molforhold

Setter opp uttrykket for  $K_{sp}$  og beregner x:

$$\begin{aligned} K_{sp} &= [Mg^{2+}] * [CO_3^{2-}] = x * x = 1,0 * 10^{-5} \\ &= \sqrt{x^2} = \sqrt{1,0 * 10^{-5}} = 3,16 * 10^{-3} \text{ M} = [MgCO_3] \end{aligned}$$

Beregner massen fra stoffmengden dette tilsvarer

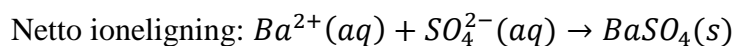
$$n = 3,16 * 10^{-3} \text{ M} * 0,150 \text{ L} = 4,74 * 10^{-4} \text{ mol}$$

$$M_{MgCO_3} = 24,305 + 12,01 + (3 * 16,00) = 84,315 \text{ g/mol}$$

$$m = n * M_m = 0,03997 \text{ g} \approx \underline{\underline{40,0 \text{ mg}}}$$

c) 200 ml 0,050 M  $BaCl_2$  + 500 ml 0,025 M  $Na_2SO_4 \rightarrow$  Felling??

Vi har følgende ioner i løsningen:  $Na^+$ ,  $Ba^{2+}$ ,  $Cl^-$ ,  $SO_4^{2-}$ . Det er kun  $BaSO_4$  som er et tungtløselig salt.



$$K_{sp} = 1,0 * 10^{-10}$$

$$\text{Må beregne reaksjonskvotienten: } Q = [Ba^{2+}][SO_4^{2-}]$$

Finner konsentrasjonen av ionene etter blanding:

$$[Ba^{2+}] = \frac{[BaCl_2] * V}{V_{tot}} = \frac{0,050M * 200 ml}{(200 + 500)ml} = 0,0143 mol/l$$

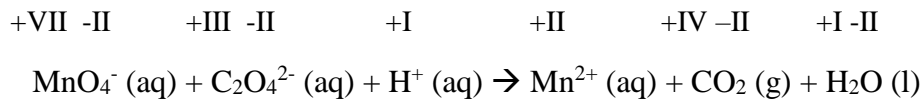
$$[SO_4^{2-}] = \frac{[Na_2SO_4] * V}{V_{tot}} = \frac{0,025 M * 500 ml}{(200 + 500)ml} = 0,0179 mol/l$$

$$Q = 0,0143 \frac{mol}{l} * 0,179 \frac{mol}{l} = 2,55 * 10^{-4}$$

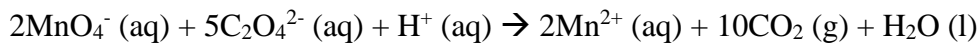
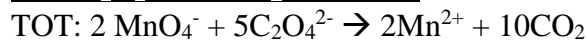
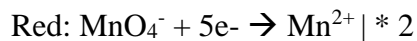
**$Q > K_{sp}$  og vi har derfor en overmettet løsning  $\rightarrow$  utfelling av  $BaSO_4$ .**

#### Oppgave 4

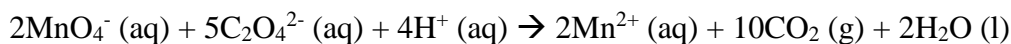
a) Redoksreaksjonens oksidasjonstall blir:



Fremgangsmåte for balansering:



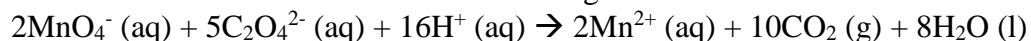
Balanserer i henhold til masse:



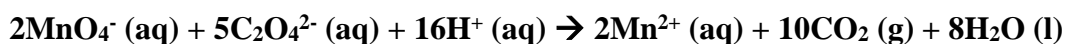
Sjekker ladningsbalansen:

$$\begin{array}{ccccccc}
 -2 & & -10 & & +4 & = & 4+ \\
 -8 & & & & & = & 4+
 \end{array}$$

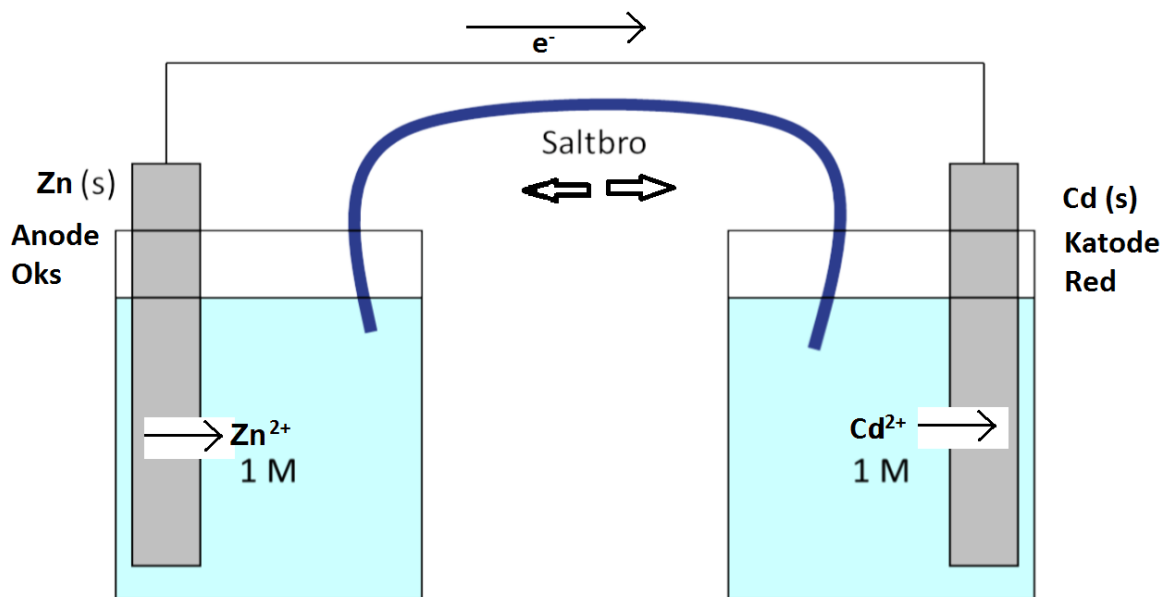
Må dermed balansere med henhold til ladning:



Balansert reaksjonsligning blir derav:



- b) Galvanisk celle:  
i) Skisserer opp cellen:

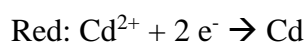


- ii) Ser nærmere på cellen og finner:

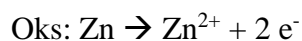
Anode: Sink-elektroden (negativ pol)

Katode: kadmium-elektroden (positiv pol)

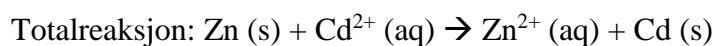
Setter opp halvreaksjoner med halvcellepotensialer:



$$E^\circ_{\text{red}} = -0,40 \text{ V}$$



$$E^\circ_{\text{oks}} = -E^\circ_{\text{red}} = +0,76 \text{ V}$$



- iii) Finner cellepotensialet til denne cellen ved 25 °C:

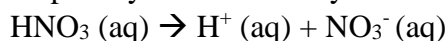
$$E^\circ_{\text{celle}} = E^\circ_{\text{red}} + E^\circ_{\text{oks}} = -0,40 \text{ V} + 0,76 \text{ V} = \underline{0,36 \text{ V}}$$

Bruker Nernst ligning til å finne cellepotensialet ved ikke-standard betingelser:

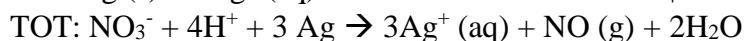
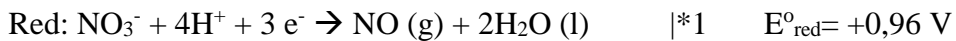
$$E = E^\circ - \frac{0,059 \text{ V}}{n e^-} \log Q = 0,36 \text{ V} - \frac{0,059 \text{ V}}{2} \log \frac{0,0020 \text{ M Zn}^{2+}}{0,10 \text{ M Cd}^{2+}} = \underline{0,41 \text{ V}}$$

c) Metallisk sølv (Ag (s)) løser seg i salpetersyre (HNO<sub>3</sub>):

Salpetersyre er en sterk syre som vil gi en fullstendig protolyse:



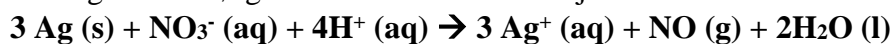
For at sølv skal løse seg opp må vi få dannet sølvioner når sølv reagerer med H<sup>+</sup> og/eller NO<sub>3</sub><sup>-</sup>. Dette krever en oksidasjon av sølvet som gir følgende halvreaksjoner:



$$E^\circ_{\text{celle}} = E^\circ_{\text{red}} + E^\circ_{\text{oks}} = +0,96 \text{ V} + (-0,80 \text{ V}) = +0,16 \text{ V}$$

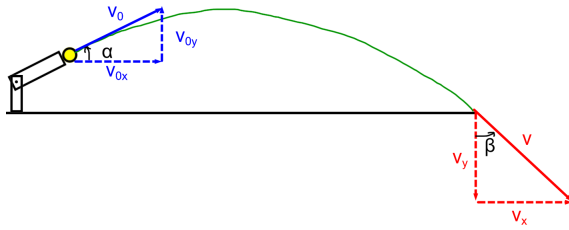
$E^\circ > 0$ , ergo vil dette være en spontan reaksjon, og metallisk sølv vil altså kunne løse seg i salpetersyre ved 25 °C ved standard betingelser.

Dette gir derav følgende balansert totalreaksjon:



## Løsningsforslag mai 2018

### Oppgave 5



a) Vi skal bestemme hvor langt unna utgangspunktet kula lander. Vi har følgende bevegelseslikninger for  $x$ - og  $y$ -retningen:

$$x = v_{0x}t = v_0 \cos \alpha t$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

Bestemmer falltiden/svevetiden (med dette valget av positiv retning, er posisjonen negativ idet kula treffer bakken) ved å løse andregradslikningen med innsatte tall  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  og  $\alpha = 30^\circ$ :

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$-0,35 = 10 \sin 30^\circ \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2$$

Løser denne på kalkulator og får

$$t = 1,09 \text{ s} \vee t = -0,065 \text{ s}$$

Her er det kun den positive løsningen som er av interesse. Avstanden fra utgangspunktet blir altså

$$x = v_0 \cos \alpha t$$

$$= 10 \text{ m/s} \cdot \cos 30^\circ \cdot 1,09 \text{ s}$$

$$= \underline{\underline{9,4 \text{ m}}}$$

b) Vi bestemmer slutfarten  $v$ , verdi og retning (angitt ved vinkelen  $\beta$  på figuren). Fartskomponentene er gitt ved (konstant fart i  $x$ -retning; konstant akselerasjon i  $y$ -retning):

$$v_x = v_{0x} = 10 \text{ m/s} \cos 30^\circ = \underline{8,66 \text{ m/s}}$$

$$v_y = v_{0y} - gt = 10 \text{ m/s} \sin 30^\circ - 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1,09 \text{ s} = \underline{-5,69 \text{ m/s}}$$

Farten blir

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

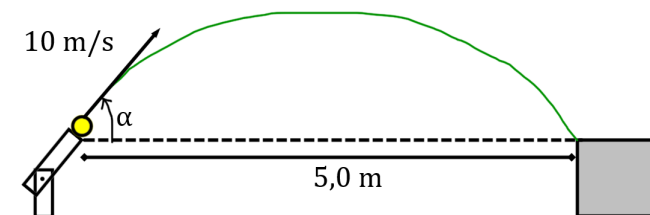
$$= \sqrt{(8,66 \text{ m/s})^2 + (-5,69 \text{ m/s})^2}$$

$$= 10,4 \text{ m/s}$$

$$\approx \underline{\underline{10 \text{ m/s}}}$$



c) Vi skal bestemme startvinkelen  $\alpha$  som gjør at ei kule med startfart  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  akkurat treffer oppi en eske som er plassert i en avstand  $x = 5,0 \text{ m}$  fra kulas utgangspunkt. Se figuren under.



Ettersom eskas overkant ligger i samme høyde som ballens utgangspunkt, er  $y = 0$  idet den treffer eska. Vi skal altså løse likningene

$$\begin{aligned}x &= v_{0x}t = v_0 \cos \alpha \cdot t \\y &= v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2,\end{aligned}$$

med  $x = 5,0 \text{ m}$  og  $y = 0$ . Vi får:

$$\begin{aligned}y &= 0 \\v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2 &= 0 \\t \left( v_0 \sin \alpha - \frac{1}{2}gt \right) &= 0\end{aligned}$$

Den interessante løsningen er da

$$v_0 \sin \alpha - \frac{1}{2}gt = 0 \Rightarrow t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

Innsatt i likningen for  $x$ -retningen får vi da

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

For å bestemme  $\alpha$  skal vi altså løse likningen  $x = 5,0 \text{ m}$ . Her kan vi f.eks. benytte oss av følgende trigonometriske identitet:

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha,$$

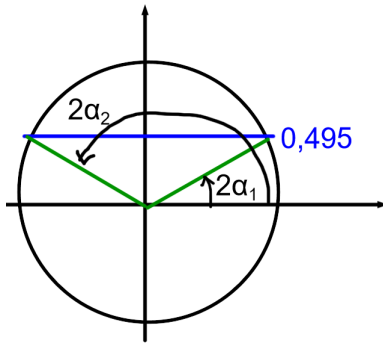
slik at likninga kan skrives

$$x = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{xg}{v_0^2}$$

Med innsatte tall blir likningen

$$\sin 2\alpha = \frac{5,0 \text{ m} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{(10 \text{ m/s})^2} = 0,4905$$

Vi løser likningen fra enhets sirkelen (vi får to løsninger):



$$2\alpha_1 = \arcsin 0,495 = 29,66^\circ \Rightarrow \alpha_1 = \frac{1}{2} \cdot 29,66^\circ = 14,8^\circ \approx \underline{15^\circ}$$

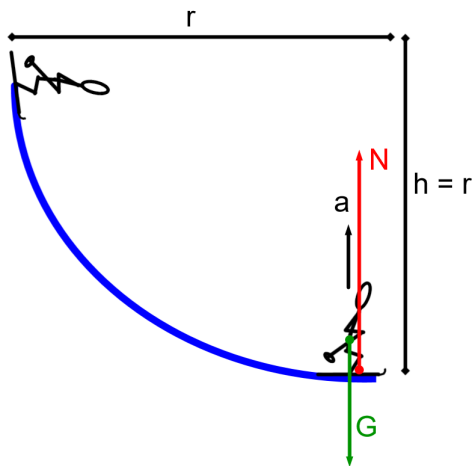
$$2\alpha_2 = 180^\circ - 2\alpha_1 = 150,3^\circ \Rightarrow \alpha_2 = \frac{1}{2} \cdot 150,3^\circ = 75,2^\circ \approx \underline{75^\circ}$$

Vi får altså to mulige vinkler:

$$\underline{\underline{\alpha = 15^\circ \vee \alpha = 75^\circ}}$$

## Oppgave 6

a)



i) Vi skal bestemme skiløperens akselerasjon i det laveste punktet. Etersom alle kreftene virker vertikalt, er det kun sentripetalakselerasjon i dette punktet (dvs. ingen tangentiell akselerasjon). Akselerasjonen er gitt ved

$$a = \frac{v^2}{r},$$

der  $v$  er farten i det laveste punktet. Denne kan vi finne ved energibevaring: potensiell energi på toppen går over til kinetisk energi i bunnen:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2 = 2gh = 2gr$$

Vi får:

$$\begin{aligned} a &= \frac{v^2}{r} \\ &= \frac{2gr}{r} \\ &= \underline{\underline{2g}} \end{aligned}$$

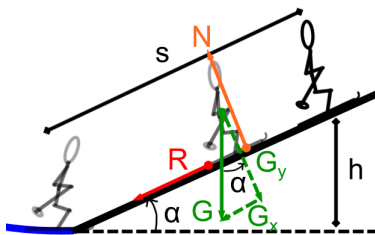
ii) Normalkraften i det laveste punktet er gitt fra Newtons 2. lov:

$$\begin{aligned} \sum F &= ma \\ N - G &= ma \Rightarrow N = ma + mg \\ N &= m \cdot 2g + mg = \underline{\underline{3mg}} \end{aligned}$$

Tallsvaret blir

$$\begin{aligned} N &= 3 \cdot 70 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \\ &= 2060 \text{ N} \\ &\approx \underline{\underline{2,1 \text{ kN}}} \end{aligned}$$

b) Skiløperen sklir oppover en bakke med helningsvinkel  $\alpha = 40^\circ$  og glidefriksjonstall  $\mu_k = 0,90$ . Vi skal finne strekningen  $s$  som løperen glir før han stopper opp. Se figuren under.



Vi kan bruke energibevaring: kinetisk energi i det laveste punktet der farten er  $v$ , går over til potensiell energi, samt friksjonsarbeid langs strekningen  $s$ . Hvis friksjonskraften er  $R$ , blir regnskapet som følger:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh + R \cdot s$$

Friksjonskrafta  $R$  er gitt ved

$$R = \mu_k \cdot N = \mu_k \cdot G_y = \mu_k \cdot mg \cos \alpha,$$

der det er brukt at normalkrafta  $N$  er like stor som tyngdekomponenten  $G_y$  som står normalt på skråplanet. Innsatt i regnskapet:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh + \mu_k \cdot mg \cos \alpha \cdot s$$

Dessuten er

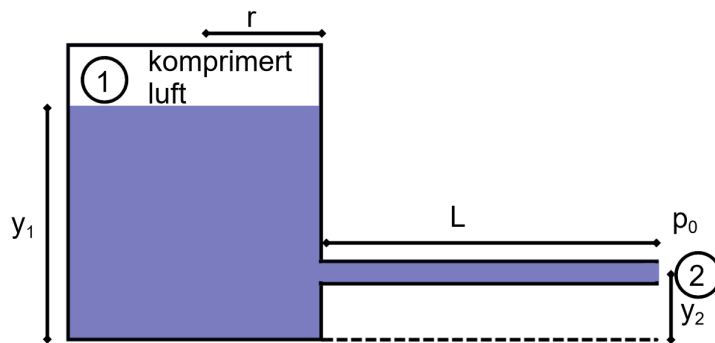
$$h = s \sin \alpha,$$

slik at

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mv^2 &= mg \cdot s \sin \alpha + \mu_k \cdot mg \cos \alpha \cdot s \\ s(g \sin \alpha + \mu_k g \cos \alpha) &= \frac{1}{2}v^2 \\ s &= \frac{\frac{1}{2}v^2}{g \sin \alpha + \mu_k g \cos \alpha} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \cdot 2gr}{g \sin \alpha + \mu_k g \cos \alpha} \\ &= \frac{r}{\sin \alpha + \mu_k \cos \alpha} \\ &= \frac{25 \text{ m}}{\sin 40^\circ + 0,90 \cos 40^\circ} \\ &= 18,8 \text{ m} \\ &\approx \underline{\underline{19 \text{ m}}}\end{aligned}$$

### Oppgave 7

a) Gitt situasjonen på figuren:



Vi skal bestemme volumstrømmen ut av røret, dersom vi neglisjerer alle former for tap. Bernoulli likning uten tap mellom punkt 1 (vannspeilet) og 2 (rørtløpet):

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Forholdet mellom tverrsnittet av røret og tanken er

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2}{\pi r^2} = \frac{\left(\frac{0,50 \text{ m}}{2}\right)^2}{(5,0 \text{ m})^2} = \underline{\underline{0,0025}}$$

Etttersom rørtverrsnittet er mye mindre enn tankens, kan vi med god tilnærming sette  $v_1 = 0$ , etttersom vannspeilet, ut i fra kontinuitetslikninga, derfor synker svært langsomt. Vi får:

$$\begin{aligned}p_1 + \rho g y_1 &= p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \\ \frac{1}{2}\rho v_2^2 &= p_1 - p_2 + \rho g (y_1 - y_2) \\ v_2 &= \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_1 - p_2 + \rho g (y_1 - y_2))}\end{aligned}$$

Setter inn kjente størrelser:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2}{1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3} (400 \cdot 10^3 \text{ Pa} - 101 \cdot 10^3 \text{ Pa} + 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 (9,0 \text{ m} - 1,0 \text{ m}))}$$

$$= \underline{27,5 \text{ m/s}}$$

Volumstrømmen gjennom røret blir da

$$q = A_2 v_2$$

$$= \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot v_2$$

$$= \pi \left(\frac{0,50 \text{ m}}{2}\right)^2 \cdot 27,5 \text{ m/s}$$

$$= \underline{5,4 \text{ m}^3/\text{s}}$$

b) Vi skal bestemme rørets friksjonsfaktor når den målte, faktiske volumstrømmen er  $q = 4,0 \text{ m}^3/\text{s}$ . Vi starter med å beregne væskefarten:

$$q = A_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{q}{A_2}$$

$$v_2 = \frac{4,0 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \left(\frac{0,50 \text{ m}}{2}\right)^2}$$

$$= \underline{20,37 \text{ m/s}}$$

Vi finner Reynoldstallet:

$$N_R = \frac{\rho v_2 D}{\eta}$$

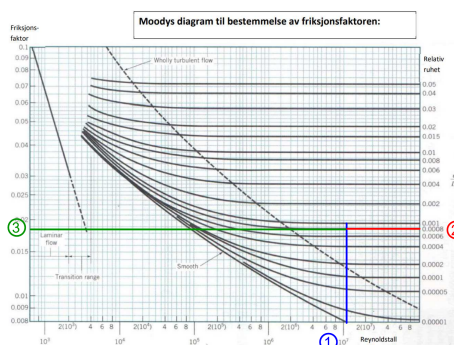
$$= \frac{1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 20,37 \text{ m/s} \cdot 0,50 \text{ m}}{8,99 \cdot 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}}$$

$$= \underline{1,1 \cdot 10^7}$$

Den relative ruheten for røret er

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,40 \text{ mm}}{0,50 \text{ m}} = \frac{0,40 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{0,50 \text{ m}} = \underline{8,0 \cdot 10^{-4}}$$

Vi markerer 1) Reynoldstallet og 2) relativ ruhet i Moodys diagram og leser ut 3) friksjonsfaktoren  $f$  på  $y$ -aksen:



$$f \approx \underline{0,019}$$

c) Vi skal bestemme hva trykket måtte ha vært for å gi en volumstrøm lik verdien uten noen former for tap. Vi setter opp Bernoullis likning med tapsledd mellom de samme to punktene som i a), dvs. mellom vannspeilet og utløpet:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g} + y_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} + y_2 + h_f + h_e,$$

der  $h_f$  og  $h_e$  er tapshøydene for hhv. rørfriksjon og enkeltmotstanden i innløpet. Disse er gitt ved

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g}, \quad h_e = \zeta \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g}$$

Vi kan gjøre de samme forenklingene som i a):  $v_1 \approx 0$  fordi rørtverrsnittet er mye mindre enn tankens; nullnivå i bunnen av tanken gir

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{\rho g} + y_1 &= \frac{p_2}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} + y_2 + f \frac{L}{D} \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} + \zeta \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} \\ \frac{p_1}{\rho g} + y_1 &= \frac{p_2}{\rho g} + y_2 + \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} \left( 1 + f \frac{L}{D} + \zeta \right) \\ p_1 &= \rho g \left( \frac{p_2}{\rho g} + y_2 - y_1 + \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} \left( 1 + f \frac{L}{D} + \zeta \right) \right) \end{aligned}$$

Setter inn tallverdier (volumstrømmen skal være det samme som i a), dvs. væskefarten  $v_2 = 27,5 \text{ m/s}$ ):

$$\begin{aligned} p_1 &= 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot \\ &\left( \frac{101 \cdot 10^3 \text{ Pa}}{1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} + 1,0 \text{ m} - 9,0 \text{ m} + \frac{1}{2} \frac{(27,5 \text{ m/s})^2}{9,81 \text{ m/s}^2} \left( 1 + 0,019 \cdot \frac{10 \text{ m}}{0,50 \text{ m}} + 0,50 \right) \right) \\ &= 7,33 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ &= \underline{\underline{733 \text{ kPa}}} \end{aligned}$$

## Oppgave 8

a)

i) Vi skal bestemme hvor lang tid det tar å omdanne  $m = 1,0 \text{ kg}$  is til vann ved  $96^\circ\text{C}$  ved å varme opp isen i en stålekjele med masse  $m_k = 0,70 \text{ kg}$  over en ovn som avgir en konstant varmeeffekt  $P = 3,0 \text{ kW}$ . Vi må utføre følgende tre prosesser:

1) Varme opp isen fra  $-5,0^\circ\text{C}$  til  $0^\circ\text{C}$  slik at  $\Delta T_{is} = 5,0 \text{ K}$ . Is har varmekapasitet  $c_{is} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ J/kgK}$

2) Smelte isen, som har smeltevarme  $L_{is} = 3,33 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$ . Under denne delen av prosessen er temperaturen konstant til all isen har smeltet.

3) Varme opp det som nå er vann fra  $0^\circ\text{C}$  til  $96^\circ\text{C}$ , slik at  $\Delta T_v = 96 \text{ K}$ . Vann har varmekapasitet  $c_v = 4,18 \cdot 10^3 \text{ J/kgK}$ .

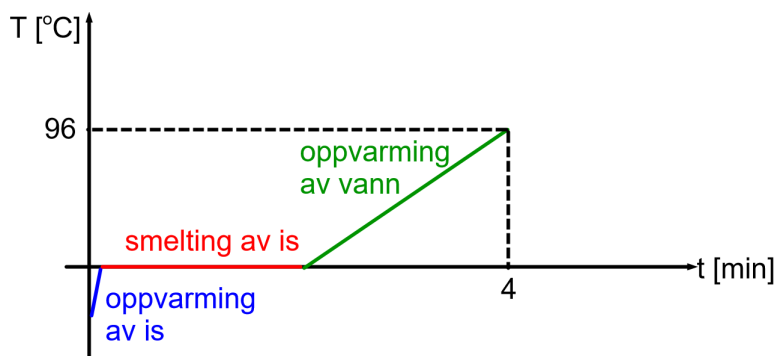
4) Varme opp stålkjelen fra  $-5,0^\circ\text{C}$  til  $96^\circ\text{C}$ , slik at temperaturendringen er  $\Delta T_k = 101 \text{ K}$ .

Vi får følgende likning for tiden  $t$  som det vil ta å utføre hele prosessen:

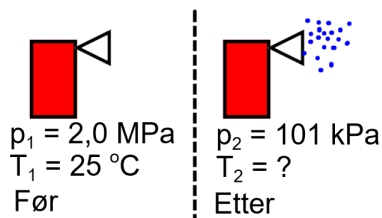
varme avgitt = varme mottatt

$$\begin{aligned}
 P \cdot t &= mc_{is}\Delta T_{is} + L_{is}m + mc_v\Delta T_v + m_k\Delta T_k \\
 t &= \frac{mc_{is}\Delta T_{is} + L_{is}m + mc_v\Delta T_v + m_k\Delta T_k}{P} \\
 &= \frac{1}{3,0 \cdot 10^3 \text{ J/s}} (1,0 \text{ kg} \cdot 2,1 \cdot 10^3 \text{ J/kgK} \cdot 5,0 \text{ K} + 3,33 \cdot 10^5 \text{ J/kg} \cdot 1,0 \text{ kg} \\
 &\quad + 1,0 \text{ kg} \cdot 4,18 \cdot 10^3 \text{ J/kgK} \cdot 96 \text{ K} + 0,70 \text{ kg} \cdot 510 \text{ J/kgK} \cdot 101 \text{ K}) \\
 &= 260 \text{ s} \\
 &\approx \underline{4 \text{ min} 20 \text{ s}}
 \end{aligned}$$

ii) Figuren under viser en skisse av temperaturen som funksjon av tid:



b) Figuren under viser situasjonen før og etter at  $\text{CO}_2$ -gassen er tømt fra beholderen:



Ettersom prosessen antas adiabatisk, har vi følgende sammenheng mellom trykk og volum:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma,$$

der  $\text{CO}_2$ -gassen har adiabatkonstant  $\gamma = 1,28$ . Vi kjenner her start- og sluttemperaturene, slik at vi kan kombinere adiabatlikningen med tilstandslikningen for ideell gass for å eliminere volumet:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1}$$

Setter inn i adiabatlikningen:

$$\begin{aligned}
 \frac{p_1}{p_2} &= \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma \\
 \frac{p_1}{p_2} &= \left( \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} \right)^\gamma \\
 \frac{p_1}{p_2} &= \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^\gamma \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^\gamma
 \end{aligned}$$

Løser med hensyn på sluttemperaturen  $T_2$ :

$$\begin{aligned}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^\gamma &= \frac{p_1}{p_2} \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-\gamma} \\ \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^\gamma &= \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1-\gamma} \\ \frac{T_2}{T_1} &= \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \\ T_2 &= \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \cdot T_1 \\ &= \left(\frac{2,0 \cdot 10^6 \text{ Pa}}{101 \cdot 10^3 \text{ Pa}}\right)^{\frac{1-1,28}{1,28}} \cdot 298 \text{ K} \\ &= 155 \text{ K} \\ &= \underline{\underline{-118^\circ\text{C}}}\end{aligned}$$