Oppgave 1

a) *Fyll inn i tabellen under (skriv av tabellen på innleveringsarket ditt). I de tilfeller at det er en ionisk forbindelse skal du angi kation og anion som ioneforbindelsen er satt sammen av.*

Kation	Anion	Kjemisk formel	Systematisk navn
Ca^{2+}	**PO_4^{3-}**	$Ca_3(PO_3)_2$	Kalsiumfosfat
-	-	**N_2O**	Dinitrogenmonoksid
Cu^{2+}	Cl^-	**$CuCl_2$**	Kobber(II)klorid
Fe^{3+}	O^{2-}	Fe_2O_3	**Jern(III)oksid**
-	-	**SiO_2**	Silisiumdioksid
-	-	Cl_2O_7	**Diklorheptoksid**
Na^+	**NO_3^-**	$NaNO_3$	Natriumnitrat
K^+	OH^-	**KOH**	Kaliumhydroksid

b) En ionebinding er elektrostatisk tiltrekning mellom positivt ladede ioner (kationer) og negativt ladede ioner (anioner). (Elektroner er overført mellom atomer.) Vi har denne typen binding i ioniske forbindelser (salter), for eksempel $Cr(NO_3)_3$.

I en kovalent binding eller elektronparbinding deler to og to atomer på et eller flere elektronpar. (Elektroner deles mellom atomer.) Vi har denne typen binding i molekyler, for eksempel SO_3, HNO_3 og P_2O_5.

Oppgave 2

a) *Nettoreaksjonen for produksjonen av metanol er:*

$$CH_4\,(g) + H_2O\,(g) \rightleftarrows CH_3OH\,(g) + H_2\,(g)$$

Vi kan løse oppgaven ved å sette opp uttrykket for likevektskonstanten:

$$K = \frac{[CH_3OH] \cdot [H_2]}{[CH_4] \cdot [H_2O]}$$

Startskonsentrasjoner blir:

$[CH_4]^0$ = n / V = 140 mol / 50,0 L = 2,8 M

$[H_2O]^0$= n / V = 167 mol / 50,0 L = 3,34 M

K = 14,5

Setter opp en tabell som viser konsentrasjonene av komponentene ved start og likevekt:

	CH_4 (g)	H_2O (g)	CH_3OH(g)	H_2(g)
Ved start	2,8 M	3,34 M	0	0
Endring	-x	-x	+x	+x
Ved likevekt	2,8- x	3,34- x	x	x

$$K = \frac{[CH_3OH] \cdot [H_2]}{[CH_4] \cdot [H_2O]} = \frac{x^2}{(2.8 - x)(3.34 - x)}$$

$$x = 2.385$$

Ved likevekt er sammensetningen i reaktoren

$$\boldsymbol{[CH_4] = 2.8M - 2.385M = 0.415M}$$

$$\boldsymbol{[H_2O] = 3.34M - 2.385M = 0.945M}$$

$$\boldsymbol{[CH_3OH] = [H_2] = 2.385M}$$

b) *Når sukker gjærer og danner etanol skjer følgende reaksjonen:*

$C_6H_{12}O_6$ (aq) → 2C_2H_5OH (aq) + 2CO_2 (g)

Hvor mye etanol kan maksimalt dannes av 500 g sukker? Angi svaret i gram.
Finner først antall mol sukker:

$$n_{sukker} = m * M = 500\ g * \frac{(6 * 12 + 12 * 1{,}008 + 6 * 16)g}{mol} = 2{,}78\ mol$$

Finner antall mol etanol ved å se på støkiometrien i den balanserte reaksjonsligningen:

$$\frac{n_{etanol}}{n_{sukker}} = \frac{2}{1} \rightarrow n_{etanol} = 2 * n_{sukker} = 2 * 2{,}78\ mol = 5{,}55 mol$$

Finner massen etanol som dannes:

$$m_{sukker} = n * M = 5{,}55\ mol * \frac{(2 * 12 + 6 * 1{,}008 + 16)g}{mol} = \boldsymbol{256\ gram}$$

Oppgave 3

a) *Beregn pH i en 0,020 M NH_3-løsning:*

Ammoniakk er en svak base og vi får delvis protolyse:

NH_3 (aq) + H_2O (l) = NH_4^+ (aq) + OH^- (aq)

$Ka = 5,7 * 10^{-10}$

$Kb = 1,0 * 10^{-14} / 5,7 * 10^{-10} = 1,75 * 10^{-5}$

Setter opp tabell:

	NH_3	NH_4^+	OH^-
Start	0,020	0	~0
Endring	-x	+x	+x
Likevekt	0,020 - x	x	X

Setter opp uttrykket for basekonstanten:

$Kb = [NH_4^+][OH^-] / [NH_3] = x^2 / 0,020 – x = 1,75 * 10^{-5}$

$x^2 + 1,75 * 10^{-5} x – 3,5 * 10^{-7} = 0$

$x = 5,83 * 10^{-4}$

$[OH^-] = x = 5,83 * 10^{-4}$ M

$pOH = -\log (5,83 * 10^{-4}) = 3,2$

pH = 14,0 – 3,2 = **10,8**

b) Hvor mange mol AgCl kan du maksimalt få løst opp i 2,0 L vann ved 25 °C?

AgCl løses opp til:
$AgCl (s) = Ag^+ (aq) + Cl^- (aq)$
$Ksp = 2,0 * 10^{-10}$

Ved maksimalt oppløst AgCl er reaksjonen ovenfor en mettet løsning og derav i likevekt.
Finner konsentrasjon fra uttrykket for løselighetsproduktet:
$Ksp = [Ag^+][Cl^-] = x^2 = 2,0 * 10^{-10}$
$x = \sqrt{(2,0 * 10^{-10})} = 1,41 * 10^{-5}$
Stoffmengden blir derav:
$n = c * V = 1,41 * 10^{-5}$ mol/L * 2,0 L = **$2,8 * 10^{-5}$ mol**

c) *Vi blander en løsning av 0,40 L 0,080 M $AgNO_3$ med en løsning av 0,30 L 0,12 M Na_2SO_4. Avgjør ved regning om vi får utfelling.*

Vi har følgende ioner i løsningen: $Na^+, Ag^+, NO_3^-, SO_4^{2-}$. Det er kun Ag_2SO_4 som er et tungtløselig salt.

Netto ioneligning: $2Ag^+(aq) + SO_4^{2-}(aq) \rightarrow Ag_2SO_4(s)$

$K_{sp} = 1{,}6 * 10^{-5}$

Må beregne reaksjonskvotienten: $Q = [Ag^+]^2[SO_4^{2-}]$

Finner konsentrasjonen av ionene etter blanding:

$$[Ag^+] = \frac{[AgNO_3] * V}{Vtot} = \frac{0{,}080M * 400\ ml}{(300 + 400)ml} = 0{,}0457\ mol/l$$

$$[SO_4^{2-}] = \frac{[Na_2SO_4] * V}{Vtot} = \frac{0{,}12\ M * 300\ ml}{(300 + 400)ml} = 0{,}0514\ mol/l$$

$$Q = (0{,}0457 mol/l)^2 * 0{,}00514 \frac{mol}{l} = 1{,}07 * 10^{-4}$$

Q>K_{sp} og vi har derfor en overmettet løsning→ utfelling av Ag_2SO_4.

Oppgave 4

a) *Se på følgende redoksreaksjon:*

$$S_2O_3^{2-}(aq) + Cl_2(g) \rightarrow SO_4^{2-}(aq) + Cl^-(aq)$$

Setter på oksidasjonstall:

Type atom	Venstre side	Høyre side
S	+2	+6
O	-2	-2
Cl	0	-1

Ser at oksidasjonstallet for O er uforandret, mens oksidasjonstallet for Cl og S endres i reaksjonen.

Finner ut hva som oksideres/reduseres:
Oksidasjonstallet for Cl endres fra 0 til -1, og Cl blir derfor redusert.
Oksidasjonstallet for S endres fra 2 til 6, og S blir derfor oksidert.

Setter opp halvreaksjoner og tar elektronbalanse:
Reduksjon: $S_2O_3^{2-}(aq) \rightarrow SO_4^{2-}(aq) + 8e^-$
Oksidasjon: $Cl_2(g) + 2e^- \rightarrow 2Cl^-(aq)$ | * 4

Total reaksjon:
$S_2O_3^{2-}(aq) + 4Cl_2(g) \rightarrow 2SO_4^{2-}(aq) + 8Cl^-(aq)$

Ladningsbalanse:

Venstre side	-2
Høyre side	-8-4= -12

Vi antar surt miljø (overskudd av H^+-ioner) og må derfor legge til 10 H^+-ioner på høyre side.
$S_2O_3^{2-}(aq) + 4Cl_2(g) \rightarrow 2SO_4^{2-}(aq) + 8Cl^-(aq) + 10H^+(aq)$

Massebalanse med hensyn på H og O:

Type atom	Venstre side	Høyre side
H	0	10
O	3	8

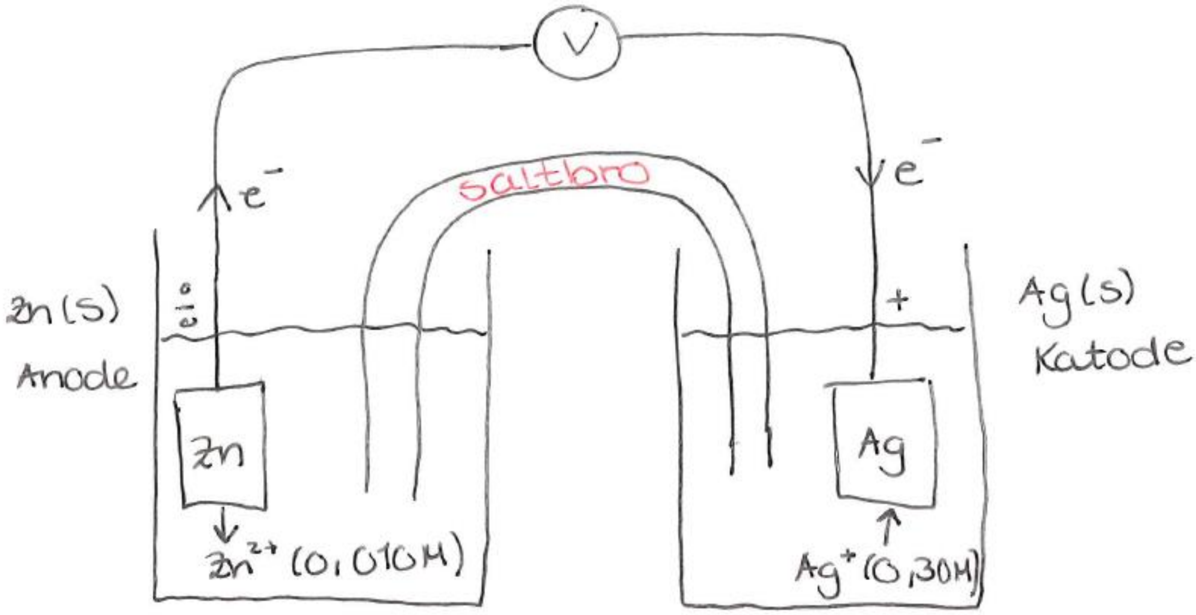
Legger til 5 vannmolekyl på venstre side:

$$\boldsymbol{S_2O_3^{2-}(aq) + 4Cl_2(g) + 5H_2O(l) \rightarrow 2SO_4^{2-}(aq) + 8Cl^-(aq) + 10H^+(aq)}$$

b) Vi har følgende galvaniske celle:

Zn (s) | Zn^{2+} (aq, 0,010 M) || Ag^+ (aq, 0,30 M) | Ag (s)

i. *Skisser cellen og vis hvordan ionene og elektronene beveger seg. Angi hva som er anode og katode.*



ii. *Regn ut cellepotensialet for denne cellen ved 25 °C.*

$Anode: Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$ $\quad E^0_{oks} = -E^0_{red} = 0{,}76\ V$

$Katode: Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$ $\quad E^0_{red} = 0{,}80\ V$

$Total\ reaksjon: Zn(s) + \ 2Ag^+(aq, 0{,}30\ M) \rightarrow 2Ag(s) + Zn^{2+}(aq, 0{,}010\ M)$

$E^o_{celle} = E^o_{red} + E^o_{oks} = 0{,}76\ V + 0{,}80\ V = \underline{1{,}56\ V}$

Bruker Nernst ligning for å beregner cellepotensialet, da vi ikke har standard tilstand (konsentrasjonen av ioner er ulik 1 M):

$$E = E° - \frac{0{,}059\ \mathrm{V}}{\mathrm{ne-}} \log Q = \ 1{,}56\ \mathrm{V} - \frac{0{,}059\ \mathrm{V}}{2} \log \frac{0{,}010\ \mathrm{M\ Zn2+}}{(0{,}30\ M)\hat{}2\ Ag+} = \underline{\mathbf{1{,}59\ V}}$$

c) *En jerntank blir brukt til å lagre avfallsvann som inneholder blant annet ionene Al^{3+} og Ni^{2+}. Vil noen av disse ionene angripe jernet? Grunngi svaret ditt.*

Vi må sjekke om Al^{3+} og Ni^{2+} kan bidra til at jern oksiderer (korroderer). For at dette skal skje spontant må $E^0>0$. For at Fe skal korrodere må det skje en tilsvarende reduksjonsreaksjon→ reduksjon av Al^{3+} eller Ni^{2+}.

Oksidasjon av jern er gitt ved følgende halvreaksjon:

$Fe(s) \rightarrow Fe^{2+}(aq) + 2e^{-} \qquad E^{0}_{oks} = 0{,}44\ V$

Sjekker for Al^{3+}:

$Al^{3+}(aq) + 3e^{-} \rightarrow Al(s) \qquad E^{0}_{red} = -1{,}67\ V$

$E^{0}_{celle} = 0{,}44V - 1{,}67\ V = -1{,}23\ V$

Siden $\boldsymbol{E^{0}_{celle} < 0}$ vil ikke Al^{3+} angripe jernet.

Sjekker for Ni^{2+}:

$Ni^{2+}(aq) + 2e^{-} \rightarrow Ni(s) \qquad E^{0}_{red} = -0{,}25\ V$

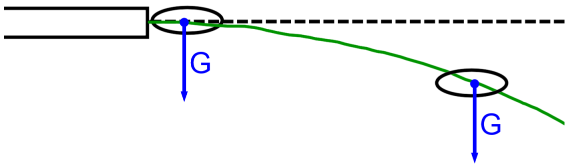
$E^{0}_{celle} = 0{,}44V - 0{,}25\ V = 0{,}19\ V$

Siden $\boldsymbol{E^{0}_{celle} > 0}$ vil Ni^{2+} angripe jernet.

Løsningsforslag august 2018

Oppgave 5

a) Figuren under viser den eneste kraften som virker på kula etter at den har forlatt løpet: tyngdekraften G.



Ettersom kun tyngen virker, er kulas fart i horisontalretningen konstant, mens den har konstant akselerasjon lik tyngdeakselerasjonen g loddrett nedover.

b)

i) Vi skal beregne hvor langt under blinken kula lander dersom løpet peker rett mot blinken. I dette tilfellet er løpet og startfarten til kula helt horisontale, slik at vi får følgende bevegelseslikninger (startfarten i y-retning er nå null, og positiv y-retning velges nedover):

$$
\begin{aligned}
x &= v_{0x}t = v_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0} \\
y &= \frac{1}{2}gt^2
\end{aligned}
$$

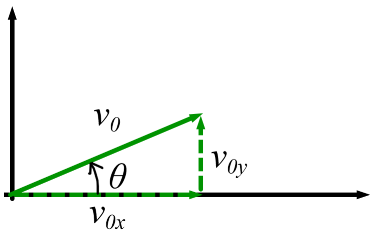
Svevetida er lik

$$t = \frac{100\,\mathrm{m}}{1000\,\mathrm{m/s}} = \underline{0,10\,\mathrm{s}}$$

Kula har da falt følgende loddrette strekning under blinken:

$$
\begin{aligned}
y &= \frac{1}{2}gt^2 \\
&= \frac{1}{2} \cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2} \cdot (0,10\,\mathrm{s})^2 \\
&= 0,04905\,\mathrm{m} \\
&\approx \underline{\underline{4,9\,\mathrm{cm}}}
\end{aligned}
$$

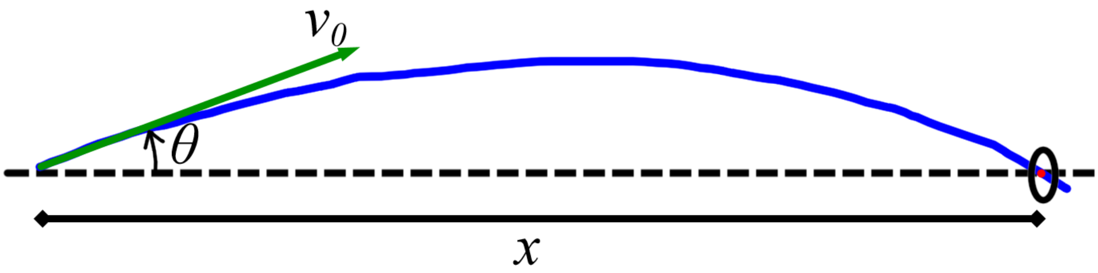
ii) Figuren under viser dekomponeringa av startfarten v_0 i en horisontalkomponent v_{0x} og en vertikalkomponent v_{0y}:



Som figuren viser er

$$
\begin{aligned}
v_{0x} &= v_0 \cos\theta = 1000\,\mathrm{m/s} \cdot \cos\theta \\
v_{0y} &= v_0 \sin\theta = 1000\,\mathrm{m/s} \cdot \sin\theta
\end{aligned}
$$

c) Vi skal bestemme vinkelen θ slik at kula treffer midt i blinken, slik figuren under viser.



For at dette skal være tilfellet, må $y = 0$ idet $x = 100\,\mathrm{m}$. Vi har de to bevegelseslikningene (velger nå positiv y-retning **oppover**)

$$x = v_{0x}t = v_0 \cos\theta t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos\theta}$$
$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2$$

Setter inn uttrykket for falltiden t i uttrykket for y:

$$\begin{aligned} y &= v_0 \sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2 \\ &= v_0 \sin\theta \cdot \frac{x}{v_0\cos\theta} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos\theta}\right)^2 \\ &= x\frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{1}{2}\frac{gx^2}{v_0^2\cos^2\theta} \end{aligned}$$

Ettersom $y = 0$ idet kula treffer midt i blinken, skal vi løse

$$\begin{aligned} y &= 0 \\ x\frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{1}{2}\frac{gx^2}{v_0^2\cos^2\theta} &= 0 \end{aligned}$$

Stryker felles faktorer:

$$\begin{aligned} \sin\theta - \frac{1}{2}\frac{gx}{v_0^2\cos\theta} &= 0 \\ \sin\theta &= \frac{1}{2}\frac{gx}{v_0^2\cos\theta} \\ 2\sin\theta\cos\theta &= \frac{gx}{v_0^2} \end{aligned}$$

Vi kan nå bruke den oppgitte trigonometriske identiteten,

$$2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta,$$

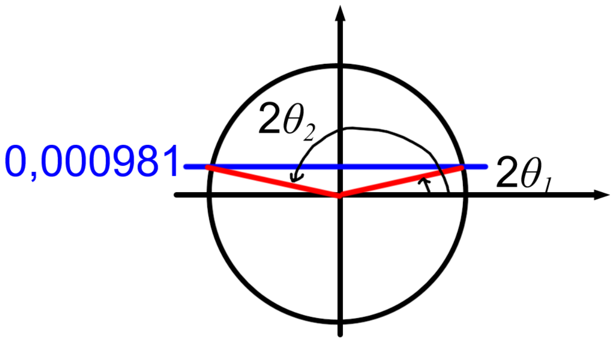
slik at likningen blir

$$\sin 2\theta = \frac{gx}{v_0^2}$$

Med de oppgitte verdiene blir likninga

$$\sin 2\theta = \frac{9,81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 100\,\mathrm{m}}{(1000\,\mathrm{m/s})^2} = \underline{0,000981}$$

Finner løsninger for vinkelen 2θ ved enhetssirkel:



Får løsningene

$$2\theta_1 = \arcsin 0,000981 = 0,0562^{\circ} \Rightarrow \theta_1 = \frac{1}{2} \cdot 0,0562^{\circ} = 0,0281^{\circ} \approx \underline{0,028^{\circ}}$$
$$2\theta_2 = 180^{\circ} - 2\theta_1 = 179,94^{\circ} \Rightarrow \theta_2 = \frac{1}{2} \cdot 179,94^{\circ} = 89,97^{\circ} \approx \underline{90^{\circ}}$$

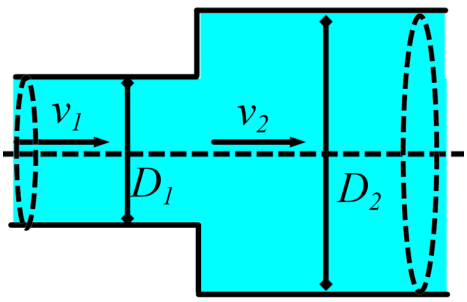
Ettersom det er oppgitt at skytteren bruker en "liten" vinkel, er den interessante løsningen altså

$$\theta = \underline{\underline{0,028^{\circ}}}$$

Oppgave 6

a)

i) Vi skal bestemme volumstrømmen gjennom røret på figuren under, der $v_1 = 3,00\,\mathrm{m/s}$, $D_1 = 2,00\,\mathrm{m}$ og $D_2 = 3,00\,\mathrm{m}$:



Volumstrømmen er gitt ved

$$\begin{aligned} q = A_1 v_1 &= \pi \left(\frac{D_1}{2}\right)^2 \cdot v_1 \\ &= \pi \cdot \left(\frac{2,00\,\mathrm{m}}{2}\right)^2 \cdot 3,00\,\mathrm{m/s} \\ &= \underline{\underline{9,42\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}}} \end{aligned}$$

ii) Farten i den brede delen av røret finner vi fra kontinuitetslikningen:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{\pi\left(\frac{D_1}{2}\right)^2}{\pi\left(\frac{D_2}{2}\right)^2} \cdot v_1 \\ &= \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 v_1 \\ &= \left(\frac{2,00\,\mathrm{m}}{3,00\,\mathrm{m}}\right)^2 \cdot 3,00\,\mathrm{m/s} \\ &= \underline{\underline{1,33\,\mathrm{m/s}}} \end{aligned}$$

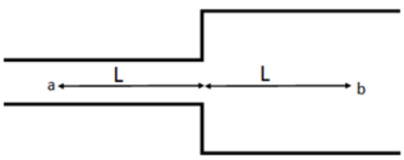
b) Reynoldstallene for de to delene blir

$$\text{Smal del: } N_R = \frac{\rho v_1 D_1}{\eta} = \frac{1,0\cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}\cdot 3,00\,\mathrm{m/s}\cdot 2,00\,\mathrm{m}}{8,9\cdot 10^{-4}\,\mathrm{Pa\cdot s}} = \underline{\underline{6,7\cdot 10^6}}$$

$$\text{Bred del: } N_R = \frac{\rho v_2 D_2}{\eta} = \frac{1,0\cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}\cdot 1,33\,\mathrm{m/s}\cdot 3,00\,\mathrm{m}}{8,9\cdot 10^{-4}\,\mathrm{Pa\cdot s}} = \underline{\underline{4,5\cdot 10^6}}$$

Ettersom vi har $N_R > 3000$ i begge rørdelene, er det altså turbulent strømning i alle deler av røret.

c) Vi skal beregne trykkfallet fra a til b på figuren under, når avstanden $L = 10\,\mathrm{m}$ og røret har ruhet $0,3\,\mathrm{mm}$:



Bernoullis likning med tapsledd (vi har tap på grunn av rørfriksjon, samt i overgangen):

$$\frac{p_a}{\rho g} + \frac{1}{2}\frac{v_a^2}{g} + y_a = \frac{p_b}{\rho g} + \frac{1}{2}\frac{v_b^2}{g} + y_b + h_f + h_e$$

Tapshøyden h_f for rørfriksjon består av to deler: én for den smale delen, og én for den brede delen (Reynoldstallene er forskjellige, og dermed er friksjonsfaktorene også forskjellige - i tillegg til diametrene). Hvis friksjonsfaktorene i den smale og brede delen kalles hhv. f_1 og f_2, blir den totale tapshøyden for rørfriksjons lik

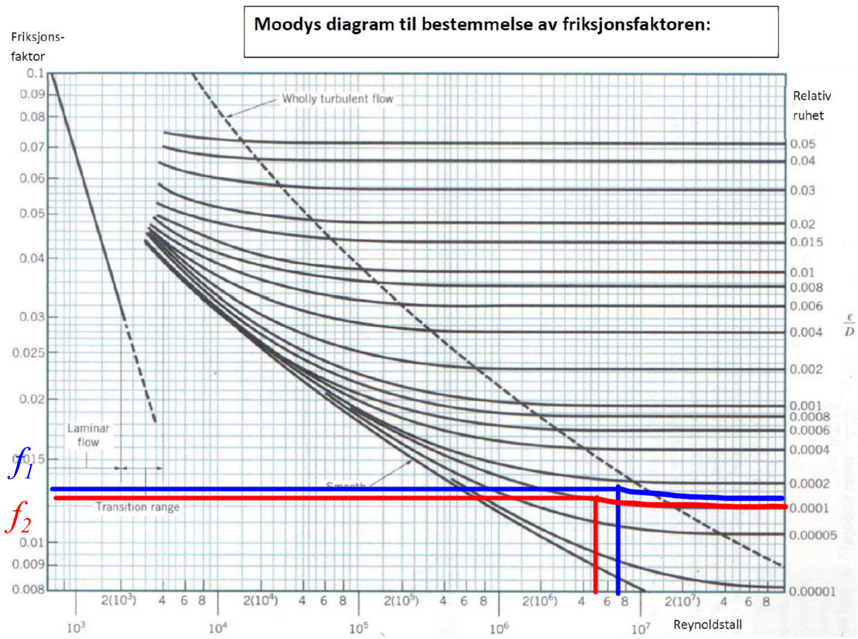
$$h_f = f_1 \frac{L}{D_1}\frac{1}{2}\frac{v_1^2}{g} + f_2 \frac{L}{D_2}\frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g}$$

Tapshøyden for overgangen er[1]

$$h_e = \zeta \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{g}$$

[1]Det er urealistisk at farten faller brått fra v_1 til v_2 i overgangen - i praksis er det en gradvis overgang til ny væskefart. Her bruker vi imidlertid farten til vannet før overgangen skjer.

Friksjonsfaktorene f_1 og f_2 bestemmes fra Moodys diagram, med Reynoldstallene bestemt fra forrige oppgave og relative ruheter for hhv. den smale og brede delen av røret gitt ved $\frac{\varepsilon}{D_1} = \frac{0{,}30\,\mathrm{mm}}{2000\,\mathrm{mm}} = 1,5 \cdot 10^{-4}$ og $\frac{\varepsilon}{D_2} = \frac{0{,}30\,\mathrm{mm}}{3000\,\mathrm{mm}} = 1,0 \cdot 10^{-4}$. Leser ut friksjonsfaktorene fra diagrammet:



$$f_1 \approx 0,0130, f_2 \approx 0,0125$$

Vi skal finne trykkforskjellen $p_a - p_b$. Ettersom $y_a = y_b$ og væskefartene er $v_a = v_1$ og $v_b = v_2$, blir likninga

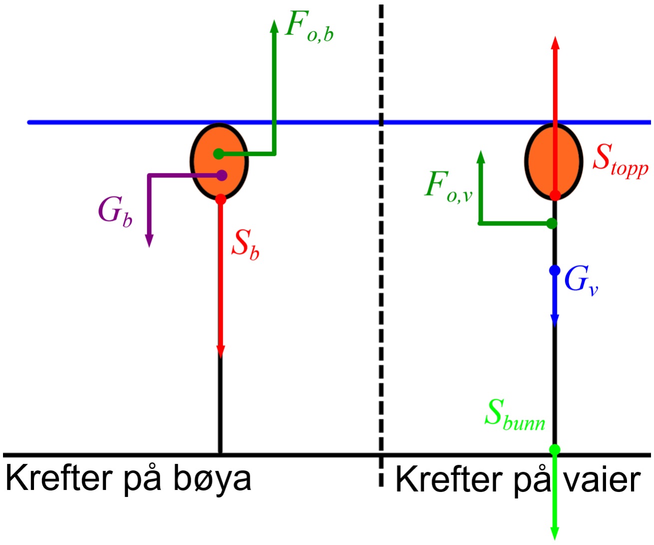
$$\frac{p_a}{\rho g} - \frac{p_b}{\rho g} = \frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{g} + h_f + h_e$$
$$\frac{p_a}{\rho g} - \frac{p_b}{\rho g} = \frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{g} + f_1\frac{L}{D_1}\frac{1}{2}\frac{v_1^2}{g} + f_2\frac{L}{D_2}\frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g} + \zeta\frac{1}{2}\frac{v_1^2}{g}$$

Ganger opp med ρg:

$$\begin{aligned} p_a - p_b &= \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right) + f_1\frac{L}{D_1}\frac{1}{2}\rho v_1^2 + f_2\frac{L}{D_2}\frac{1}{2}\rho v_2^2 + \zeta\frac{1}{2}\frac{v_1^2}{g} \\ &= \frac{1}{2}\rho v_1^2\left(f_1\frac{L}{D_1} + \zeta - 1\right) + \frac{1}{2}\rho v_2^2\left(f_2\frac{L}{D_2} + 1\right) \\ &= \frac{1}{2}\cdot 1,0\cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}\cdot(3,0\,\mathrm{m/s})^2\left(0,013\cdot\frac{10\,\mathrm{m}}{2,0\,\mathrm{m}} + 1,0 - 1\right) + \frac{1}{2}\cdot 1,0\cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}\cdot(1,33\,\mathrm{m/s})^2\Big(0,012 \\ &= \underline{\underline{1,2\cdot 10^3\,\mathrm{Pa}}} \end{aligned}$$

Oppgave 7

a) Figuren under viser kreftene som virker på hhv. bøya og vaieren:



På bøya virker oppdriften $F_{0,b}$, tyngden G_b og snordraget S_b fra vairen. På vaieren virker oppdriften $F_{0,v}$, tyngden G_v og draget S_{topp} fra bøya (motkrafta til draget fra vaieren), samt et snordrag S_{bunn} fra bunnen der vaieren er festet. Ettersom alt henger i ro, får vi følgende likninger:

$$\begin{aligned}
\text{I: } F_{0,b} &= G_b + S_b \Rightarrow S_b = F_{0,b} - G_b \\
\text{II: } S_{topp} &= S_b \\
\text{III: } F_{0,v} + S_{topp} &= S_{bunn} + G_v \Rightarrow S_{bunn} = S_{topp} + F_{0,v} - G_v
\end{aligned}$$

Vi benytter Arkimedes' lov til å beregne oppdrift: hvis V_b er bøyas volum og ρ er massetettheten til vannet, er

$$\begin{aligned}
S_b &= F_{0,b} - G_b \\
&= \rho V_b g - m_b g \\
&= 1,0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 1,0\,\mathrm{m^3} \cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2} - 30\,\mathrm{kg} \cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2} \\
&= 9516\,\mathrm{N} \\
&\approx \underline{9,5\,\mathrm{kN}}
\end{aligned}$$

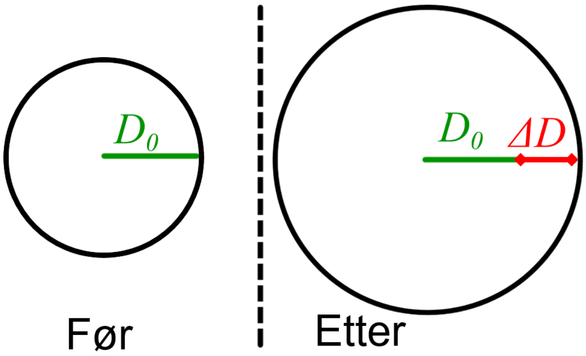
Ved Newtons 3. lov er denne like stor som draget S_{topp} i den ene enden av vaieren (likning II):

$$S_{topp} = S_b = \underline{\underline{9,5\,\mathrm{kN}}}$$

Draget i den andre enden av vaieren er da (her er m_v og V_v hhv. massen og volumet av den sylinderformede vaieren):

$$\begin{aligned}
S_{bunn} &= S_{topp} + F_{0,v} - G_v \\
&= S_{topp} + \rho V_v g - m_v g \\
&= 9516\,\mathrm{N} + 1,0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot \pi \left(\frac{0,015\,\mathrm{m}}{2}\right)^2 \cdot 50\,\mathrm{m} \cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2} - 60\,\mathrm{kg} \cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2} \\
&= 9014\,\mathrm{N} \\
&\approx \underline{\underline{9,0\,\mathrm{kN}}}
\end{aligned}$$

b) Når ringen varmes opp, vil den utvide seg. Figuren under viser kopperringen før og etter oppvarmingen:



Den opprinnelige diameteren er D_0, og lengdeutvidelsen er ΔD. For at ringen med opprinnelig diameter $D_0 = 6,000\,\text{cm}$ skal passe inn på en stang med diameter $D = 6,005\,\text{cm}$, må altså lengdeutvidelsen være $\Delta D = 0,005\,\text{cm}$. Formelen for lengdeutvidelse gir at ringen må gis følgende temperatur**endring**:

$$\begin{aligned} \Delta D = \alpha D_0 \Delta T \Rightarrow \Delta T &= \frac{\Delta D}{\alpha D_0} \\ \Delta T &= \frac{0,005\,\text{cm}}{1,70 \cdot 10^{-5}\,\text{K}^{-1} \cdot 6,000\,\text{cm}} \\ &= \underline{49,0\,\text{K}} \end{aligned}$$

Ettersom starttemperaturen var $20\,^\circ\text{C}$, blir sluttemperaturen altså

$$(20 + 49)\ ^\circ\text{C} = \underline{\underline{69\,^\circ\text{C}}}$$

Oppgave 8

a) Beregner trykk, volum og temperatur i de forskjellige tilstandene ved tilstandslikningen for ideell gass:

Tilstand 1:

$$p_1 = 2,0 \cdot 10^5\,\text{Pa}, V_1 = 3,0\,\text{dm}^3, T_1 = 320\,\text{K}$$

1-2: Isobar utvidelse til tilstand 2 der $V_2 = 1,5\,\text{V}_1 = 4,5\,\text{dm}^3$:

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1, V_2 = 4,5\,\text{dm}^3 \\ \frac{p_1 V_1}{T_1} &= \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 \\ T_2 &= \frac{V_2}{V_1} T_1 \\ &= 1,5 T_1 \\ &= 1,5 \cdot 320\,\text{K} \\ &= \underline{480\,\text{K}} \end{aligned}$$

Altså:

$$\underline{p_2 = 2,0 \cdot 10^5\,\text{Pa}, V_2 = 4,5\,\text{dm}^3, \text{T}_2 = 480\,\text{K}}$$

2-3: Isokor prosess til $T_3 = T_1$ (dvs. $V_3 = V_2$):

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{T_3} \Rightarrow p_3 = \frac{V_2 T_3}{V_3 T_2} p_2$$

$$p_3 = \frac{T_3}{T_2} p_2 = \frac{T_1}{1,5 T_1} \cdot p_1 = \underline{1,3 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}}$$

Altså:

$$\underline{p_3 = 1,3 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}, V_3 = 4,5\,\mathrm{dm}^3, \mathrm{T}_3 = 320\,\mathrm{K}}$$

3-4: Adiabatisk prosess til $V_4 = V_1$: her bruker vi adiabatlikningen til å beregne sluttrykk og -temperatur:

$$p_3 V_3^\gamma = p_4 V_4^\gamma \Rightarrow p_4 = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^\gamma p_3$$

$$p_4 = \left(\frac{4,5\,\mathrm{dm}^3}{3,0\,\mathrm{dm}^3}\right)^{\frac{5}{3}} \cdot 1,3 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} = \underline{2,6 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}}$$

Temperaturen kan vi finne fra

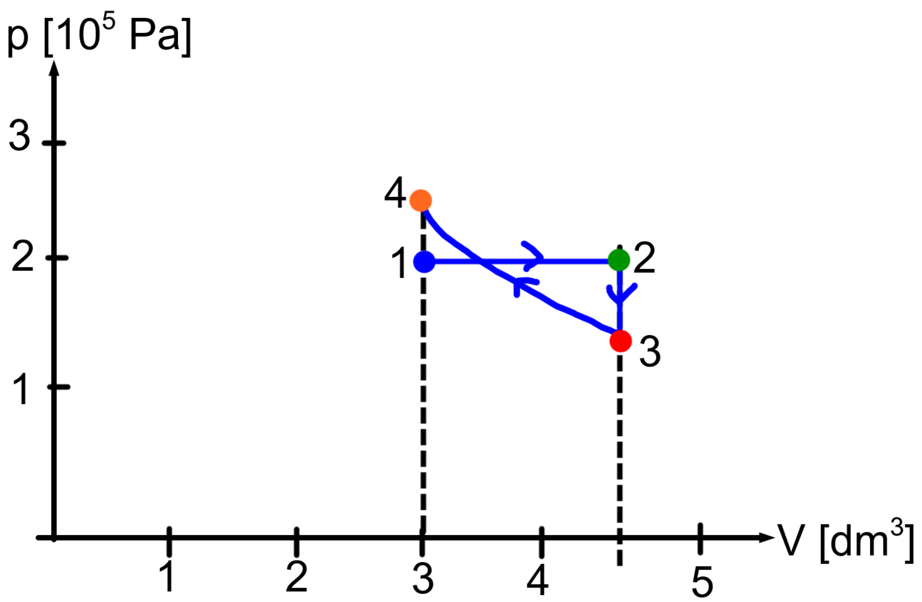
$$\frac{p_3 V_3}{T_3} = \frac{p_4 V_4}{T_4} \Rightarrow T_4 = \frac{p_4 V_4}{p_3 V_3} T_3$$

$$T_4 = \frac{2,6 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \cdot 3,0\,\mathrm{dm}^3}{1,3 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \cdot 4,5\,\mathrm{dm}^3} \cdot 320\,\mathrm{K} = \underline{427\,\mathrm{K}}$$

Altså:

$$\underline{p_4 = 2,6 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}, V_4 = 3,0\,\mathrm{dm}^3, \mathrm{T}_3 = 427\,\mathrm{K}}$$

b) Tegner prosessene i et pV-diagram:



Beregner antall mol av gassen n fra den ideelle tilstandslikningen (her kan vi velge en hvilken som helst tilstand - f.eks. starttilstanden):

$$
\begin{aligned}
p_1 V_1 = nRT_1 \Rightarrow n &= \frac{p_1 V_1}{RT_1} \\
n &= \frac{2,0 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \cdot 3,0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3}{8,314\,\mathrm{J/mol \cdot K} \cdot 320\,\mathrm{K}} \\
&= 0,226\,\mathrm{mol} \\
&\approx \underline{\underline{0,23\,\mathrm{mol}}}
\end{aligned}
$$