Oppgave 1

a) Kryss av på ett av alternativene i oppgavene nedenfor (kun et svaralternativ er rett, og det gis ikke minuspoeng for feil svar). Riv av arkene med Oppgave 1 a og lever det ved besvarelsen.

i) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen CuO?

- ☐ Kobberoksid
- ☒ Kobber(II)oksid
- ☐ Kobber(III)oksid
- ☐ Kobbermonoksid

ii) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen K_2S?

- ☐ Dikaliumsulfid
- ☐ Kalium(II)sulfid
- ☐ Kalsiumsulfid
- ☒ Kaliumsulfid

iii) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen N_2O_5?

- ☐ Nitrogenoksid
- ☐ Nitrogenpentoksid
- ☒ Dinitrogenpentoksid
- ☐ Dinitrogenoksid

iv) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen CS_2?

- ☐ Karbonsulfid
- ☒ Karbondisulfid
- ☐ Karbon(II)sulfid
- ☐ Karbondisvovel

v) Hva er den kjemiske formelen til tetrafosfordekasulfid?

- ☐ P_3S_{10}
- ☒ P_4S_{10}
- ☐ P_4S_9
- ☐ P_3S_9

vi) Hva er den kjemiske formelen til bariumklorid?

- [x] $BaCl_2$
- [ ] $BaCl$
- [ ] Ba_2Cl_2
- [ ] $BeCl$

vii) Hva er den kjemiske formelen til ammoniumkarbonat?

- [ ] NH_4CO_3
- [ ] NH_4PO_4
- [x] $(NH_4)_2CO_3$
- [ ] $(NH_4)_3PO_4$

viii) Hva er oksidasjonstallet til hydrogen i forbindelsen NaH?

- [ ] +1
- [x] -1
- [ ] 0
- [ ] +2

ix) Hva er oksidasjonstallet til fosfor i forbindelsen H_3PO_4?

- [ ] +1
- [ ] -1
- [x] +5
- [ ] -5

x) Hva er oksidasjonstallet til karbon i forbindelsen $NaHCO_3$?

- [ ] 0
- [ ] +2
- [ ] +3
- [x] +4

b) *Sett opp elektronkonfigurasjonen for følgende ioner og forklar hvorfor de er stabile:*

i) Ca^{2+}

ii) Cl^{-}

iii) O^{2-}

i) Ca^{2+}: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ eller [Ar]

ii) Cl^-: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ eller [Ar]

iii) O^{2-}: $1s^2 2s^2 2p^6$ eller [Ne]

Alle disse ionene har elektronkonfigurasjon identisk med en edelgass (xs^2xp^6, hvor x er nummeret på ytterste skall). Elektronkonfigurasjonen til edelgassene har vist seg å være spesielt stabil, og disse ionene er derfor stabile.

Oppgave 2

a) *Metallisk sink reagerer med sølvnitrat i henhold til følgende ligning:*

$$Zn(s) + AgNO_3(aq) \rightarrow Ag(s) + Zn(NO_3)_2(aq)$$

I et eksperiment ble en metallbit av sink som veide 2,00 gram plassert i en løsning bestående av 100 ml 0,400 M sølvnitrat. Det ble dannet 3,45 gram sinknitrat. Hva er det prosentvise utbyttet av sinknitrat i dette eksperimentet?

Balansert reaksjonsligning: $Zn(s) + 2AgNO_3(aq) \rightarrow 2Ag(s) + Zn(NO_3)_2(aq)$

Prosentvis utbytte er gitt ved: $\%utbytte = \frac{Reelt\ utbytte}{Teoretisk\ utbytte} * 100\%$

Reelt utbytte er gitt i oppgaven: 3,45 gram. Må beregne det teoretiske utbyttet av sølvnitrat. Finner først begrensende reaktant:

$$n_{Zn} = \frac{m}{M} = \frac{2{,}00\ g}{65{,}38\ g/mol} = 0{,}0306\ mol$$

$$n_{Ag(NO_3)_2} = c * V = 0{,}400M * 0{,}100L = 0{,}0400\ mol$$

Ser på støkiometriske koeffisienter i den balanserte reaksjonsligningen:

$$\frac{n_{Zn(NO_3)_2}}{n_{Zn}} = \frac{1}{1} \rightarrow n_{Zn(NO_3)_2} = 0{,}0306\ mol$$

$$\frac{n_{Zn(NO_3)_2}}{n_{Ag(NO_3)_2}} = \frac{1}{2} \rightarrow n_{Zn(NO_3)_2} = \frac{1}{2} * 0{,}0400\ mol = 0{,}0200\ mol$$

Sølvnitrat er altså begrensende reaktant.

$$m_{Zn(NO_3)_2} = n * M = 0{,}0200\ mol * 189{,}38\frac{g}{mol} = 3{,}79\ gram$$

$$\%utbytte = \frac{3{,}45\ gram}{3{,}79\ gram} * 100\% = \mathbf{91}\%$$

b) *Gitt følgende likevektreaksjon:*

$$CO_2(g) + H_2(g) \leftrightarrow CO(g) + H_2O(g)$$

I en beholder på 2 liter er det ved et gitt tidspunkt 0,50 mol CO_2, 0,40 mol H_2, 0,050 mol CO og 0,060 mol H_2O ved 700 °C. Ved denne temperaturen er likevektkonstanten, K_C, lik 0,060. Avgjør ved beregninger om systemet er i likevekt. Hvis systemet ikke er i likevekt, forklar i hvilken retning reaksjonen vil gå.

For å avgjøre om systemet er i likevekt, må vi beregne reaksjonskvotienten, Q.

$$Q = \frac{[CO][H_2O]}{[CO_2][H_2]}$$

Må beregne konsentrasjonen av de ulike forbindelsene:

$$[CO] = \frac{0{,}050mol}{2\,l} = 0{,}025\ M$$

$$H_2O] = \frac{0{,}060\ mol}{2\,l} = 0{,}030\ M$$

$$[CO_2] = \frac{0{,}50\ mol}{2\,l} = 0{,}25\ M$$

$$[H_2] = \frac{0{,}40\ mol}{2\,l} = 0{,}20\ M$$

$$Q = \frac{0{,}030M * 0{,}025M}{0{,}25M * 0{,}20M} = \mathbf{0{,}015}$$

$Q \neq K_C$ og systemet er derfor ikke i likevekt. Siden $Q<K_C$, så er telleren for liten i forhold til nevneren i uttrykket for Q. Det betyr at vi har for lite produkter i forhold til reaktanter, og reaksjonen vil gå mot høyre inntil likevekt innstilles.

c) *Finn likevektskonsentrasjonen av CO_2, H_2, CO og H_2O i oppgave b) ved 700°C.*

Setter opp en likevektstabell:

	CO_2 (g)	**H_2(g)**	**CO(g)**	**H_2O(g)**
Ved start	0,25 M	0,20 M	0,025	0,030
Endring	-x	-x	+x	+x
Ved likevekt	0,25- x	0,20- x	0,025+x	0,030+x

Setter opp uttrykket for likevektskonstanten:

$$K_C = \frac{[CO][H_2O]}{[CO_2][H_2]} = \frac{(0{,}025 + x)(0{,}030 + x)}{(0{,}25 - x)(0{,}20 - x)}$$

Likevektskonstanten ved denne temperaturen er 0,060.

$$\frac{(0{,}025 + x)(0{,}030 + x)}{(0{,}25 - x)(0{,}20 - x)} = 0{,}060$$

Løser uttrykket med hensyn på x, og får følgende andregradsligning:

$0{,}94x^2 + 0{,}082x - 0{,}00225 = 0$

Løsning av andregradsligningen gir:

$\boldsymbol{x_1 = 0{,}0219\ M}$

$x_2 = -0{,}109\ M$

Det er x_1 som er løsningen, og bruker denne verdien videre. Likevektskonsentrasjonene blir da:

$\boldsymbol{[CO] = (0{,}025 + x) = 0{,}047\ M}$

$\boldsymbol{H_2O] = (0{,}030 + x) = 0{,}052\ M}$

$\boldsymbol{[CO_2] = (0{,}25 - x) = 0{,}23\ M}$

$\boldsymbol{[H_2] = (0{,}20 - x) = 0{,}18\ M}$

Oppgave 3

a) *Du skal lage en løsning med et volum på 0,50 L ved å blande $Mg(OH)_2$ i fast form med vann. Regn ut hvor mange gram du må veie ut for å få en konsentrasjon på 0,200 M $Mg(OH)_2$. Anta at det faste stoffet ikke påvirker volumet til løsningen.*

$Mg(OH)_2$-løsning:

Vet:

V = 0,50 L

c = 0,200 M

Finner antall mol $Mg(OH)_2$ i løsningen:

n = c * V = 0,200 mol/L * 0,5 L = 0,10 mol

Mm = 24,31 g/mol + 2 (16,00 + 1,008) g/mol = 58,326 g/mol

m = n * Mm = 0,10 mol * 58,326 g/mol = 5,8326 g ≈ **5,8 g**

Kommentar:

Her var det meningen å løse oppgaven med antakelsen om at $Mg(OH)_2$ er en sterk base (Gr. I og gr. II-elementer + OH^- eller O^{2-} gir sterke baser ut i fra læreboken), og løser seg dermed fullstendig i vann. $Mg(OH)_2$ er derimot et salt med lav løselighet og har en lav Ksp-verdi. Dette gjør beregningene mer komplisert enn forventet. Derfor, dersom studenten viser i sin besvarelse til at saltet har en lav Ksp og er ergo lite løselig, så får studenten full uttelling, selv om regnestykke ikke fullføres.

b) Beregn pH i 0,150 M Na_2CO_3.

Na_2CO_3 (aq) → $2Na^+$ (aq) + CO_3^{2-} (aq)
0,15 M   0,15 M

Na^+ er nøytral i vann.
CO_3^{2-} gir følgende reaksjon med vann:

CO_3^{2-} (aq) + H_2O (l) ⇌ HCO_3^- (aq) + OH^- (aq)

Setter opp likevektstabell for å finne konsentrasjon av OH- i løsningen:

	CO_3^{2-}	HCO_3^-	OH^-
START	0,15	0	~0
ENDRING	-x	+x	+x
LIKEVEKT	0,15-x	x	x

Setter opp uttrykket for basekonstanten og løser x:
Finner først Kb:
Fra formelsamling finner vi reaksjonen og Ka:
$HCO_3^- = H^+ + CO_3^{2-}$ $Ka = 4,7 * 10^{-11}$

Kb blir da:
$Kb = Kw / Ka = 1,0 * 10^{-14} / 4,7 * 10^{-11} = 2,128 * 10^{-4}$

Setter så opp uttrykket for Kb:

$$Kb = \frac{[HCO_3^-] * [OH^-]}{[CO_3^{2-}]} = \frac{x^2}{(0,15 - x)} = 2,128 * 10^{-4}$$

$$x = 5,544 * 10^{-3} = [OH^-]$$

Finner til slutt pH i løsningen:
$pOH = -\log(5,544 * 10^{-3}) = 2,26$
pH = 14 – pOH = **11,7**

Oppgave 4

a) Følgende redoksreaksjon er gitt:

$$Cu\ (s) + NO_3^-\ (aq) + H^+\ (aq) \rightleftarrows Cu^{2+}\ (aq) + NO\ (g) + H_2O\ (l)$$

Sett oksidasjonstall på reaktanter og produkter, og angi hva som reduseres og hva som oksideres. Balanser ligningen og vis fremgangsmåten.

0 +V -II +I +II +II -II +I -II

$Cu\ (s) + NO_3^-\ (aq) + H^+\ (aq) \rightleftarrows Cu^{2+}\ (aq) + NO\ (g) + H_2O\ (l)$

Red: $NO_3^- + 3e^- \rightleftarrows NO\ (g)$ | * 2 FN = 6

Oks: $Cu\ (s) \rightleftarrows Cu^{2+} + 2e^-$ | * 3

TOT: $3\ Cu + 2\ NO_3^- \rightleftarrows 3\ Cu^{2+} + 2\ NO$

Balanserer med tanke på masse:

$3\ Cu + 2\ NO_3^- + 8\ H^+ \rightleftarrows 3\ Cu^{2+} + 2\ NO + 4\ H_2O$

Kontrollerer ladningsbalansen:

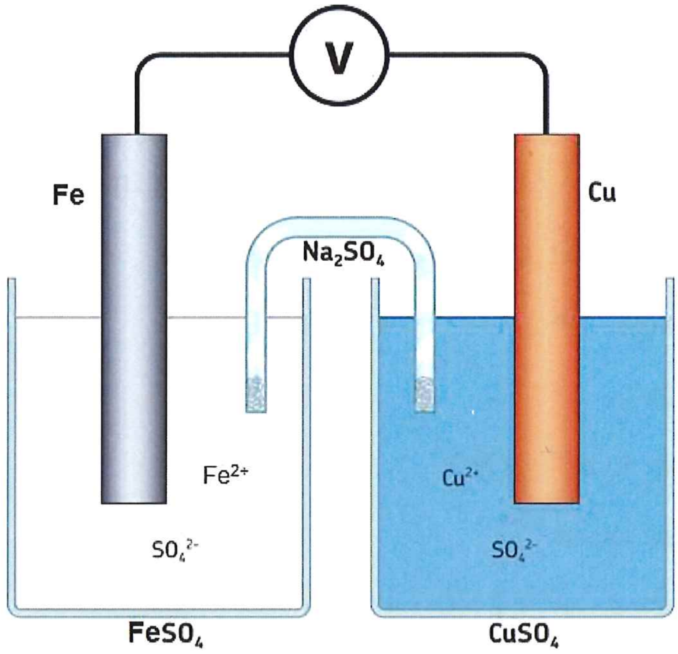
0 -2 +8 = +6 0 0

+6 = +6 OK

Ferdig balansert ligning blir dermed:

$$\mathbf{3\ Cu\ (s) + 2\ NO_3^-\ (aq) + 8\ H^+\ (aq) \rightleftarrows 3\ Cu^{2+}\ (aq) + 2\ NO\ (g) + 4\ H_2O\ (l)}$$

b) Vi har følgende galvaniske celle av jern og kobber. Den ene halvcellen består av en jernstav i en jernløsning (2,00 M Fe^{2+}) og den andre består av en kobberstav i en kobberløsning (0,010 M Cu^{2+}).



i. *Sett opp cellediagrammet til denne galvaniske cellen. Angi hva som er anode og katode, og begrunn hvorfor. Skriv de tilhørende halvreaksjonene.*

Cellediagram:

Fe (s) | Fe^{2+} (2,00 M) || Cu^{2+} (0,010 M) | Cu (s)

Kobber har høyest standard reduksjonspotensiale, ergo vil kobber fungere som katode, og jern vil være anode. Jern plasseres dermed til venstre i cellediagrammet.

Halvreaksjonene blir:

Katode: Red: $Cu^{2+} + 2e^- \rightleftarrows Cu\ (s)$

Anode: Oks: $Fe\ (s) \rightleftarrows Fe^{2+} + 2e^-$

ii. *<u>Regn ut cellepotensialet for denne cellen ved 25 °C:</u>*

Red: $Cu^{2+} + 2e^- \rightleftarrows Cu\ (s)$ $E^o_{red} = +0{,}34$ V
Oks: $Fe\ (s) \rightleftarrows Fe^{2+} + 2e^-$ $E^o_{oks} = +0{,}44$ V
TOT: $Cu^{2+}\ (aq) + Fe\ (s) \rightleftarrows Cu\ (s) + Fe^{2+}\ (aq)$

Standard cellepotensiale blir:
$E^o_{celle} = E^o_{katode} + E^o_{anode} = 0{,}34\ V + 0{,}44\ V = +\ 0{,}78\ V$

<u>Cellepotensiale for denne cellen blir:</u>
Bruker Nernst ligning:

$$E = E^o - \frac{0{,}059\ V}{ne-} * \log Q$$
$$= 0{,}78\ V - \frac{0{,}059\ V}{2\ e-} * \log \frac{Fe2+}{Cu2+}$$
$$= 0{,}78\ V - \frac{0{,}059\ V}{2\ e-} * \log \frac{2{,}00}{0{,}01}$$
$$\underline{\mathbf{= 0{,}71\ V}}$$

*c) Hvilket metall kan du bruke for å redusere Mn^{2+} ion, men **<u>ikke</u>** Mg^{2+}-ion? Forklar hvorfor.*

Aluminium har standard oksidasjonspotensiale lik +1,67 V.
Dette er nok til å redusere Mn^{2+}, men ikke høyt nok til å redusere Mg^{2+}-ion:

Red: $Mg^{2+}\ (aq) + 2e- \rightarrow Mg\ (s)$ $E^o_{red} = -2{,}38$ V
Oks: $Al\ (s) \rightarrow Al^{3+}\ (aq) + 3e^-$ $E^o_{oks} = +1{,}67$ V

$E^o_{rx} = E^o_{red} + E^o_{oks} = -2{,}38\ V + 1{,}67\ V = -0{,}71\ V$

$E^o_{rx} < 0$, ergo blir reaksjonen ikke spontan og aluminium klarer dermed ikke å redusere Mg^{2+}-ion.

<u>Ser vi på Mn^{2+} derimot får vi en spontan reduksjon av Mn^{2+} sammen med Al:</u>

Red: $Mn^{2+}\ (aq) + 2e- \rightarrow Mn\ (s)$ $E^o_{red} = -1{,}03$ V
Oks: $Al\ (s) \rightarrow Al^{3+}\ (aq) + 3e^-$ $E^o_{oks} = +1{,}67$ V

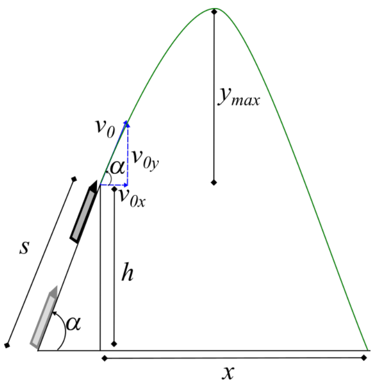
$E^o_{rx} = E^o_{red} + E^o_{oks} = -1{,}03\ V + 1{,}67\ V =$ **+0,64 V**

$E^o_{rx} > 0$, ergo blir reaksjonen spontan og aluminium klarer dermed å redusere Mn^{2+}-ion.

Løsning eksamen mai 2019

Oppgave 5

a) Figuren viser bevegelsen til raketten fra starten av rampa til den treffer bakken:



Raketten beveger seg rettlinjet oppover skråplanet med konstant akselerasjon, slik følgende bevegelseslikning gjelder (startfarten langs skråplanet er null):

$$v^2 - v_0^2 = 2as \Rightarrow v = \sqrt{2as + v_0^2} = \sqrt{2as}$$

Sammenhengen mellom strekningen s langs skråplanet og høyden h av rampa er gitt ved

$$h = s \sin\alpha \Rightarrow s = \frac{h}{\sin\alpha}$$

Får at

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2as} \\ &= \sqrt{\frac{2ah}{\sin\alpha}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 34\,\mathrm{m/s^2} \cdot 2,0\,\mathrm{m}}{\sin 70\,^{\mathrm{o}}}} \\ &= 12,0\,\mathrm{m/s} \\ &\approx \underline{\underline{12\,\mathrm{m/s}}} \end{aligned}$$

b)

i) Rakettens maksimale høyde: i det høyeste punktet er farten rent horisontal, dvs. y-komponenten $v_y = 0$. Dersom y_{max} angir den maksimale høyden over utgangspunktet (kanten av rampa) og positiv retning er oppover, gjelder det i toppunktet at

$$\begin{aligned} v_y^2 - v_{0y}^2 = 2\,(-g)\,y_{max} \Rightarrow y_{max} &= \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{(v_0 \sin\alpha)^2}{2g} \\ y_{max} &= \frac{(12,0\,\mathrm{m/s} \cdot \sin 70\,^{\mathrm{o}})^2}{2 \cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2}} \\ &= 6,48\,\mathrm{m} \\ &\approx \underline{6,5\,\mathrm{m}} \end{aligned}$$

Den maksimale høyden over bakken blir da

$$6,5\,\mathrm{m} + 2,0\,\mathrm{m} = \underline{\underline{8,5\,\mathrm{m}}}$$

ii) Den horisontale avstanden x mellom rakettens nedslagspunkt og rampa er gitt ved

$$x = v_{0x}t = v_0 \cos\alpha \cdot t,$$

der falltiden t bestemmes fra (med positiv retning oppover)

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin\alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

Her er $y = -2,0\,\mathrm{m}$ idet raketten lander, slik at likningen blir (uten enheter)

$$-2,0 = 12,0 \sin 70^{\,\mathrm{o}} \cdot \mathrm{t} - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2$$

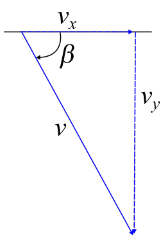
Løser på kalkulator og får

$$t = \underline{2,46\,\mathrm{s}}$$

Avstanden x blir da

$$\begin{aligned} x &= v_0 \cos\alpha \cdot t \\ &= 12,0\,\mathrm{m/s} \cdot \cos 70^{\,\mathrm{o}} \cdot 2,46\,\mathrm{s} \\ &= 10,1\,\mathrm{m} \\ &\approx \underline{\underline{10\,\mathrm{m}}} \end{aligned}$$

c) Figuren viser raketten idet den treffer bakken:



Rakettens fart idet den treffer bakken: finner først fartskomponentene v_x og v_y:

$$\begin{aligned} v_x &= v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_y &= v_{0y} - gt = v_0 \sin a - gt \end{aligned}$$

Farten har da verdien

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ &= \sqrt{(12,0\,\mathrm{m/s} \cdot \cos 70^{\,\mathrm{o}})^2 + (12,0\,\mathrm{m/s} \sin 70^{\,\mathrm{o}} - 9,81\,\mathrm{m/s} \cdot 2,46\,\mathrm{s})^2} \\ &\approx \underline{\underline{13\,\mathrm{m/s}}} \end{aligned}$$

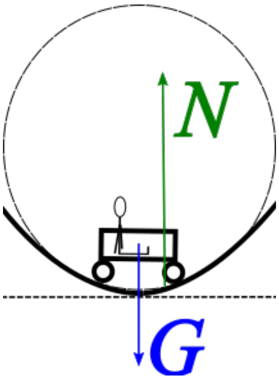
Vinkelen mellom fartsverktoren og horisontalen (se figur):

$$\begin{aligned} \tan\beta &= \left|\frac{v_y}{v_x}\right| = \left|\frac{v_0 \sin a - gt}{v_0 \cos\alpha}\right| \\ \beta &= \tan^{-1}\left|\frac{v_0 \sin a - gt}{v_0 \cos\alpha}\right| \\ &= \tan^{-1}\left|\frac{12,0\,\mathrm{m/s} \sin 70^{\,\mathrm{o}} - 9,81\,\mathrm{m/s} \cdot 2,46\,\mathrm{s}}{12,0\,\mathrm{m/s} \cdot \cos 70^{\,\mathrm{o}}}\right| \\ &= \underline{\underline{72,3^{\,\mathrm{o}}}} \end{aligned}$$

Oppgave 6

a)

i) Figuren under viser kreftene som virker på vogna i punkt B (laveste punktet):

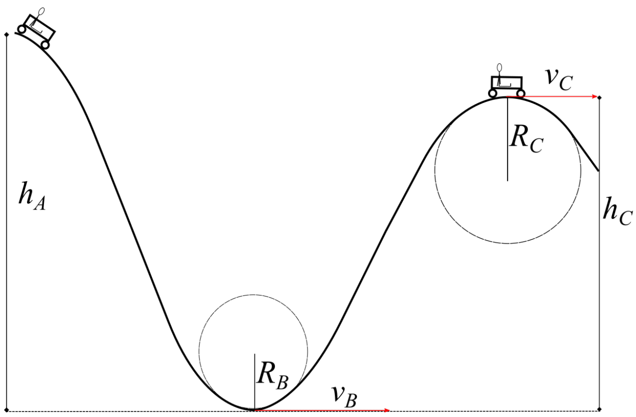


To krefter virker: normalkraften N fra underlaget, og tyngden G. Fordi vogna har akselerasjon inn mot sentrum av sirkelen, er $N > G$.

ii) Vognas akselerasjon i B er gitt ved

$$a = \frac{v_B^2}{R_B},$$

der v_B og R_B er hhv. farten og sirkelradien i punkt B. Finner farten fra energibevaring (se figuren under for symbolforklaringer):



$$\begin{aligned} mgh_A &= \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh_A} \\ v_B &= \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 80\,\mathrm{m}} \\ &= \underline{39{,}6\,\mathrm{m/s}} \end{aligned}$$

Akselerasjonen blir

$$\begin{aligned} a &= \frac{v_B^2}{R_B} \\ &= \frac{2gh_A}{R_B} && \text{(Setter inn uttrykket for } v_B\text{)} \\ &= \frac{2 \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 80\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{m}} \\ &= 157\,\mathrm{m/s^2} \\ &\approx \underline{\underline{1{,}6 \cdot 10^2\,\mathrm{m/s^2}}} \end{aligned}$$

iii) Ut i fra figuren i i), gir Newtons 2. lov på vogna i punkt B at

$$\sum F = ma$$
$$N - G = m\frac{v_B^2}{R_B} \Rightarrow N = m\frac{v_B^2}{R_B} + mg$$
$$N = 300\,\mathrm{kg} \cdot \frac{(39,6\,\mathrm{m/s})^2}{10\,\mathrm{m}} + 300\,\mathrm{kg} \cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2}$$
$$\approx \underline{\underline{5,0 \cdot 10^4\,\mathrm{N}}}$$

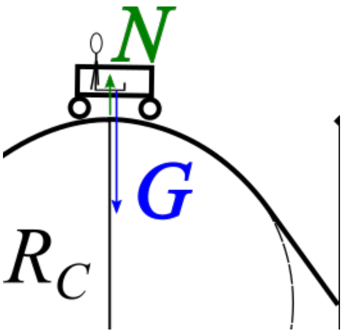
Dette tilsvarer en kraft som er ca. 17 ganger større enn tyngdekrafta på vogna.

b)

i) Vi skal tegne kreftene på vogna i punkt C. De samme kreftene virker som i punkt B: tyngdekraften G og normalkrafta N . Newtons 2. lov gir oss opplysninger om størrelsesforholdet mellom kreftene:

$$\sum F = ma$$
$$G - N = m\frac{v_C^2}{R_C} \Rightarrow N = mg - m\frac{v_C^2}{R_C}$$

Her ser vi altså at $N < G$ (hvor mye mindre, avhenger av farten). Så fremt vogna ikke har mistet kontakten med underlaget, slik at $N = 0$, blir kreftene som figuren under viser:



ii) Idet vogna mister kontakten med underlaget, er $N = 0$. Dette gir at

$$N = 0$$
$$mg - \frac{mv_C^2}{R_C} = 0$$
$$\frac{mv_C^2}{R_C} = mg \Rightarrow v_C = \sqrt{gR_C}$$

Den kritiske farten er altså lik[1]

$$v_C = \sqrt{9,81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 22\,\mathrm{m}}$$
$$= 14,7\,\mathrm{m/s}$$
$$\approx \underline{\underline{15\,\mathrm{m/s}}}$$

iii) Dersom vogna akkurat mister kontakten med underlaget i C, er altså farten $v_C = 14,7\,\mathrm{m/s}$. Vi kan finne den tilsvarende farten vogna kan ha i punkt A ved energibevaring (med selvfork-

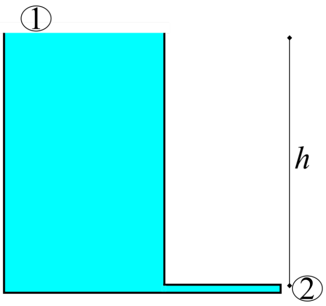
[1]Selv om oppgaven ikke krever dette, kunne vi ha funnet ved energibevaring at den faktiske farten i punkt C er ca. 12 m/s. Vogna vil altså ikke miste kontakten med underlaget med null startfart i A.

larende notasjon):

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A &= \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \\
\frac{1}{2}mv_A^2 &= \frac{1}{2}mv_C^2 + mg\left(h_C - h_A\right) \\
v_A &= \sqrt{v_C^2 + 2g\left(h_C - h_A\right)} \\
&= \sqrt{(14,7\,\mathrm{m/s})^2 + 2\cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2}\,(72\,\mathrm{m} - 80\,\mathrm{m})} \\
&= 7,69\,\mathrm{m/s} \\
&\approx \underline{\underline{7,7\,\mathrm{m/s}}}
\end{aligned}$$

Oppgave 7

a) Vann skal tømmes fra en tank med tverrsnitt $100\,\mathrm{m}^2$ gjennom et rør med diameter $D = 15\,\mathrm{cm}$, og vi skal bestemme volumstrømmen gjennom røret når tanken er full. Definerer to punkter: punkt 1 er vannspeilet og punkt 2 er rørutløpet. Se figuren under.



Bernoullis likning uten tapsledd gir:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Gjør noen forenklinger:

1. Tanktverrsnittet er $A_1 = 100\,\mathrm{m}^2$, mens rørtverrsnittet er $A_2 = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{0{,}15\,\mathrm{m}}{2}\right)^2 \approx 0,02\,\mathrm{m}^2 \ll \mathrm{A}_1$. Vi kan derfor sette $v_1 \approx 0$, ettersom vannspeilet vil synke svært sakte.
2. Ettersom det er en åpen tank, er $p_1 = p_2 = p_0$.
3. Velger nullnivå ved rørutløpet, dvs. $y_2 = 0$ slik at$y_1 = h$.

Dette gir at

$$\begin{aligned}
\rho g h = \frac{1}{2}\rho v_2^2 \Rightarrow v_2 &= \sqrt{2gh} \qquad \text{((Torricellis lov))} \\
v_2 &= \sqrt{2\cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 10\,\mathrm{m}} \\
&= 14,0\,\mathrm{m/s} \\
&\approx \underline{14\,\mathrm{m/s}}
\end{aligned}$$

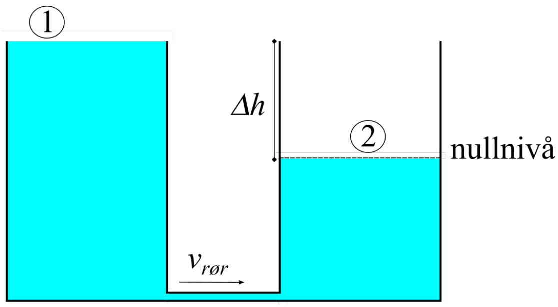
Volumstrømmen blir da

$$\begin{aligned} q &= A_2 v_2 \\ &= \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot v_2 \\ &= \pi \cdot \left(\frac{0,15\,\mathrm{m}}{2}\right)^2 \cdot 14,0\,\mathrm{m/s} \\ &= 0,247\,\mathrm{m^3/s} \\ &\approx \underline{\underline{0,25\,\mathrm{m^3/s}}} \end{aligned}$$

b) Rørets friksjonsfaktor f bestemmes ut fra Moodys diagram som funksjon av Reynoldstallet N_R og relativ ruhet $\frac{\varepsilon}{D}$ for røret. Metoden blir altså:

1. Beregn Reynoldstallet $N_R = \frac{\rho v D}{\eta}$. Her er farten v gitt fra sensoren i røret, mens tetthet ρ og viskositet η er tabellverdier.
2. Beregn relativ ruhet $\frac{\varepsilon}{D}$ ut i fra rørets gitte ruhet ε og diameter D.
3. Følg kurven som tilsvarer riktig relativ ruhet mot venstre til den skjærer den vertikale linjen $x = N_R$ - friksjonsfaktoren f er y-koordinaten til skjæringspunktet.

c) Definerer punkt 1 og 2 som de respektive vannspeilene, som figuren under viser:



i) Bernoullis likning mellom punkt 1 og 2 med tapsledd h_f for rørfriksjon og h_e for tap i inn- og utløp:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{g} + y_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g} + y_2 + h_f + h_e$$

Her er

$$\begin{aligned} h_f &= f \frac{L}{D} \frac{1}{2} \frac{v_{r\phi r}^2}{g} \\ h_e &= (\zeta_1 + \zeta_2) \frac{1}{2} \frac{v_{r\phi r}^2}{g}, \end{aligned}$$

der tapskoeffisienten $\zeta_1 = 0,80$ for innløpet og $\zeta_2 = 1,0$ for utløpet.

ii) Løser likninga for å finne volumstrømmen ved å gjøre samme forenklinger som tidligere:

1. $v_1 = v_2 \approx 0$, ettersom tanktverrsnittene er like og røret har mye mindre tverrsnitt enn hver av tankene. Bare det faktum at de er like, betyr at v_1 og v_2 kan strykes mot hverandre.
2. $p_1 = p_2 = p_0$(lufttrykket)
3. Setter nullnivå slik at $y_2 = 0$ og $y_1 = \Delta h$.

Forenklingene gir at

$$\begin{aligned}
\Delta h &= h_f + h_e \\
\Delta h &= f\frac{L}{D}\frac{1}{2}\frac{v_{r\phi r}^2}{g} + (\zeta_1 + \zeta_2)\frac{1}{2}\frac{v_{r\phi r}^2}{g} \\
\frac{1}{2}\frac{v_{r\phi r}^2}{g}\left(f\frac{L}{D} + \zeta_1 + \zeta_2\right) &= \Delta h \\
v_{r\phi r} &= \sqrt{\frac{2g\Delta h}{f\frac{L}{D} + \zeta_1 + \zeta_2}} \\
&= \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 5,0\,\mathrm{m}}{0,022 \cdot \frac{4,0\,\mathrm{m}}{0,15\,\mathrm{m}} + 0,80 + 1,0}} \\
&= 6,41\,\mathrm{m/s} \\
&\approx \underline{6,4\,\mathrm{m/s}}
\end{aligned}$$

Volumstrømmen blir (rørtverrsnittet det samme tidligere)

$$\begin{aligned}
q &= A_2 v_{r\phi r} \\
&= \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot v_{r\phi r} \\
&= \pi \cdot \left(\frac{0,15\,\mathrm{m}}{2}\right)^2 \cdot 6,41\,\mathrm{m/s} \\
&= 0,113\,\mathrm{m^3/s} \\
&\approx \underline{\underline{0,11\,\mathrm{m^3/s}}}
\end{aligned}$$

Oppgave 8

a) En isoterm kompresjon av en gass er en prosess som skjer så sakte at gassen hele tiden er i termisk likevekt med omgivelsene (gassen har hele tiden "tid" til å utjevne temperaturen mellom seg og omgivelsene, dvs. sylinderveggen/lufta på utsiden, som kan antas å ha samme temperatur).

Sluttrykket i sylinderen når gassen komprimeres til $\frac{1}{3}$ av sitt opprinnelige volum bestemmes fra tilstandslikninga for ideell gass:

$$\begin{aligned}
\frac{p_1 V_1}{T_1} &= \frac{p_2 V_2}{T_2} \\
p_1 V_1 &= p_2 V_2 && \text{(Isoterm gir at } T_1 = T_2\text{)} \\
p_2 &= \frac{V_1}{V_2} \cdot p_1 \\
&= \underline{3p_1}
\end{aligned}$$

Starttrykket p_1 finnes fra starttilstanden til gassen, som er oppgitt til $n = 1,0\,\mathrm{mol}$, $V_1 = 10\,\mathrm{l}$ og $T_1 = 293\,\mathrm{K}$:

$$p_1 V_1 = nRT_1 \Rightarrow p_1 = \frac{nRT_1}{V_1}$$

Dette gir følgende for slutttykket:

$$\begin{aligned} p_2 &= 3p_1 \\ &= 3\frac{nRT_1}{V_1} \\ &= 3 \cdot \frac{1,0\,\text{mol} \cdot 8,314\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \cdot 293\,\text{K}}{10 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3} \\ &= 7,31 \cdot 10^5\,\text{Pa} \\ &\approx \underline{\underline{7,3 \cdot 10^5\,\text{Pa}}} \end{aligned}$$

b)

i) Lufta blir nå komprimert adiabatisk fra starttilstanden i oppg. a) til $\frac{1}{3}$ av startvolumet. Vi skal bestemme sluttemp. T_2 og sluttrykk p_2. For en adiabatisk prosess gjelder

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma,$$

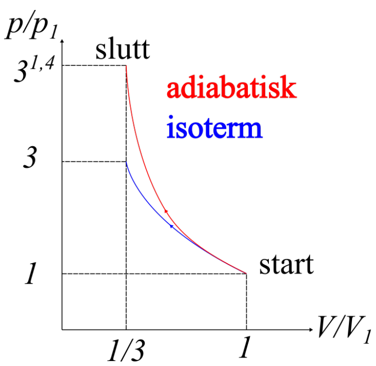
der adiabatkonstanten $\gamma = 1,4$ for luft. Sluttrykket er gitt ved

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma \\ &= p_1 \cdot 3^{1,4} \\ &= \frac{1,0\,\text{mol} \cdot 8,314\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \cdot 293\,\text{K}}{10 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3} \cdot 3^{1,4} \\ &= 1,13 \cdot 10^6\,\text{Pa} \\ &\approx \underline{\underline{1,1\,\text{MPa}}} \end{aligned}$$

Sluttemperaturen er da gitt ved

$$\begin{aligned} p_2 V_2 = nRT_2 \Rightarrow T_2 &= \frac{p_2 V_2}{nR} \\ T_2 &= \frac{1,13 \cdot 10^6\,\text{Pa} \cdot \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3}{1,0\,\text{mol} \cdot 8,314\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}} \\ &= 453\,\text{K} \\ &\approx \underline{\underline{4,5 \cdot 10^2\,\text{K}}} \\ &= \underline{\underline{1,8 \cdot 10^2\,^\circ\text{C}}} \end{aligned}$$

c) Tegner begge prosessene i et pV-diagram. På x-aksen er enheten startvolumet V_1, mens på y-aksen er starttrykket p_1 enheten.



Kommentar til figuren: adiabat-kurva er brattere enn isotermen, men de skjærer hverandre i startvolumet V_1 (trenger ikke å vise dette).