Oppgave 1

a) Kryss av på ett av alternativene i oppgavene nedenfor (kun et svaralternativ er rett, og det gis **ikke** minuspoeng for feil svar). Riv av de to arkene med Oppgave 1 a) og lever det ved besvarelsen.

i) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen $BaBr_2$?

☐ Barium(I)bromid
☐ Barium(II)bromid
☒ Bariumbromid
☐ Bariumdibromid

ii) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen Na_2SO_3?

☐ Natriumsulfat
☒ Natriumsulfitt
☐ Dinatriumsulfat
☐ Dinatriumsulfitt

iii) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen $FeCl_3$?

☐ Jernklorid
☐ Jern(II)klorid
☒ Jern(III)klorid
☐ Jerntriklorid

iv) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen P_2O_5?

☒ Difosforpentoksid
☐ Fosfor(II)oksid
☐ Fosforpentoksid
☐ Difosforheksoksid

v) Hva er den kjemiske formelen til diklorheptoksid?

☐ Cl_2O_5
☒ Cl_2O_7
☐ Cl_2O_6
☐ ClO_7

vi) Hva er den kjemiske formelen til kalsiumkarbonat?

- [x] $CaCO_3$
- [ ] Ca_2CO_3
- [ ] K_2CO_3
- [ ] KCO_3

vii) Hva er den kjemiske formelen til jern(II)hydrogensulfat?

- [ ] $FeHSO_4$
- [x] $Fe(HSO_4)_2$
- [ ] $FeSO_4$
- [ ] Fe_2SO_4

viii) Hva er oksidasjonstallet til oksygen i forbindelsen H_2O_2?

- [ ] 0
- [ ] +1
- [x] -1
- [ ] -2

ix) Hva er oksidasjonstallet til nitrogen i forbindelsen NH_4Cl?

- [ ] +1
- [ ] -1
- [ ] +3
- [x] -3

x) Hva er oksidasjonstallet til nitrogen i forbindelsen N_2?

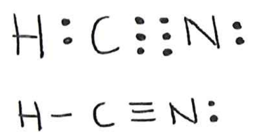
- [x] 0
- [ ] +1
- [ ] -1
- [ ] + ½

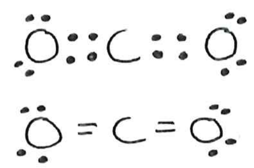
b) Tegn Lewisstrukturen til følgende forbindelser:

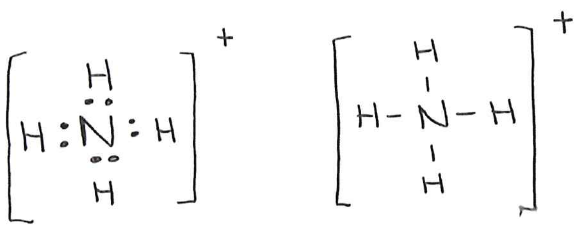
i) *HCN*

ii) *CO_2*

iii) *NH_4^+*







Oppgave 2

a) I ligningen under reagerer kalsiumfosfat med silisiumoksid og grafitt, og danner kalsiumsilikat, karbonmonoksid og fosfor:

$Ca_3(PO_4)_2\,(s) + SiO_2(s) + C(s) \rightarrow CaSiO_3\,(s) + CO(g) + P_4(s)$

Hvor mye fosfor kan utvinnes av 8,00 tonn kalsiumfosfat når prosessen går med 90% utbytte?

<u>Vi kan utvinne følgende mengde fosfor:</u>

Balanserer først ligningen:

$\mathbf{2}Ca_3(PO_4)_2 + \mathbf{6}SiO_2 + \mathbf{10}C \rightarrow \mathbf{6}CaSiO_3 + \mathbf{10}CO + P_4$

Beregner antall tonn fosfor i 8,0 tonn = $8{,}0 \cdot 10^6$ g kalsiumfosfat:

Finner molar masse kalsiumfosfat:

$Mm(Ca_3(PO_4)_2) = 3 \cdot Mm(Ca) + 2 \cdot (Mm(P) + 4 \cdot Mm(O))$

$Mm(Ca_3(PO_4)_2) = 3 \cdot 40{,}08 \text{ g/mol} + 2 \cdot (30{,}97 \text{ g/mol} + 4 \cdot 16{,}00 \text{ g/mol}) \approx 310{,}2 \text{ g/mol}$

Finner prosentvis innhold av fosfor i kalsiumfosfat:

$2 \cdot Mm(P)/Mm(Ca_3(PO_4)_2) \cdot 100\,\% = (2 \cdot 30{,}97 \text{ g/mol})/310{,}2 \text{ g/mol} \cdot 100\,\% \approx 20{,}0\,\%$

Mengden fosfor i 8,0 tonn kalsiumfosfat blir:

m(P) = 8,0 tonn · (20 %)/(100 %) = 1,6 tonn

Dette er det teoretiske utbyttet. Med 90 % utbytte kan vi utvinne:

1,6 tonn · (90 %)/(100 %) ≈ **1,4 tonn**

b) En 1,0 L beholder er fylt med en edelgass. Trykket i beholderen er 1,2 atm og tettheten til gassen er 1,0 g/L. Temperaturen i beholderen er 22 °C. Bestem gassens molare masse. Hvilken gass er det i beholderen?

<u>Finner ukjente edelgassen i beholderen:</u>

Vet:
V = 1,0 L
P = 1,2 atm
d = 1,0 g/L
T = 22 °C = 295 K

Vi kan identifisere edelgassen dersom vi finner gassens molare masse. Først må vi finne massen og antall stoffmengde av gassen.

Bruker da sammenhengen mellom tetthet og volum for å finne massen:
d = m / V
m = d * V = 1,0 g/L * 1,0 L = 1,0 g

Finner så stoffmengden av edelgassen vha den ideelle gassloven:
pV = nRT
n = pV/RT
n = (1,2 atm * 1,0 L) / (0,0821 $\frac{atm*L}{mol*K}$ * 295 K) = 0,0495 mol

Finner til slutt den molare massen:
Mm = m / n = 1,0 g / 0,0495 mol = 20,18 g/mol

Bruker periodesystemet til å identifisere den ukjente gassen:
Den molare massen til den ukjente gassen tilsvarer Neons på 20,18 g/mol. Ergo må den <u>ukjente edelgassen være Neon.</u>

c) Hydrogengass kan produseres fra følgende reaksjon:

$$H_2S\ (g) \leftrightharpoons H_2\ (g) + S_2\ (g)$$

0,015 mol H_2S føres inn i en tom, lukket beholder med et volum på 0,750 L. Regn ut konsentrasjonene av hvert stoff etter at likevekt har innstilt seg i beholderen. Likevektkonstanten er $K_c = 1,67 * 10^{-7}$ ved en temperatur på 800 °C.

Balanserer først reaksjonen:
$2H_2S\ (g) \leftrightarrows 2H_2\ (g) + S_2\ (g)$

Startskonsentrasjonen av H_2S blir da:
$C_{H2S} = 0{,}015$ mol / 0,750 L = 0,02 M

Setter så opp likevekttabell:

	$2H_2S$	$2H_2$	S_2
Start	0,02	0	0
Endring	-2x	+2x	+x
Likevekt	0,02-2x	2x	x

Likevektsuttrykket blir:

$$Kc = \frac{[H_2]^2[S_2]}{[H_2S]} = \frac{(2x)^2 * x}{(0{,}02 - 2x)^2} = \frac{4x^3}{(0{,}02 - 2x)^2} = 1{,}67 * 10^{-7}$$

$$\frac{4x^3}{(4{,}0*10^{-4} - 0{,}08x + 4x^2)} = 1{,}67 * 10^{-7}$$

$x = 2{,}51 * 10^{-4}$

Likevektskonsentrasjonene blir dermed:
$[H_2S] = 0{,}02 - 2x = 0{,}02 - 2 * (2{,}51*10^{-4}) =$ **0,019 M**
$[H_2] = 2x = 2 * 2{,}51*10^{-4} =$ **$5{,}02*10^{-4}$ M**
$[S_2] = x =$ **$2{,}51*10^{-4}$ M**

Oppgave 3

a) *Vil det dannes utfelling dersom 400 mL 0,100 M natriumkarbonat-løsning blandes med 500 mL 0,200 M bariumklorid-løsning ved 25°C? Vis reaksjonsligninger og beregninger.*

Vi har følgende ioner i løsningen: $Na^+, Ba^{2+}, CO_3^{2-}, Cl^-$. Det er kun $BaCO_3$ som er et tungtløselig salt.

Netto ioneligning: $Ba^{2+}(aq) + CO_3^{2-}(aq) \rightarrow BaCO_3\ (s)$

$K_{sp} = 5{,}5 * 10^{-5}$

Må beregne reaksjonskvotienten: $Q = [Ba^{2+}][CO_3^{2-}]$

Finner konsentrasjonen av ionene etter blanding:

$$[Ba^{2+}] = \frac{[BaCl_2] * V}{Vtot} = \frac{0{,}200M * 500\ ml}{(400 + 500)ml} = 0{,}111\ mol/l$$

$$[CO_3^{2-}] = \frac{[Na_2CO_3] * V}{Vtot} = \frac{0{,}100\ M * 400\ ml}{(400 + 500)ml} = 0{,}044\ mol/l$$

$$Q = 0{,}111\frac{mol}{l} * 0{,}044\frac{mol}{l} = 4{,}94 * 10^{-3}$$

Q>K_{sp} og vi har derfor en overmettet løsning→ utfelling av $BaCO_3$.

b) *Beregn pH i en 0,025 M $NaCH_3COO$-løsning.*
$NaCH_3COO$ er et lettløselig salt:

$$NaCH_3COO(aq) \rightarrow Na^+(aq) + CH_3COO^-(aq)$$

CH_3COO^- gir følgende reaksjon med vann:

$$CH_3COO^-(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons CH_3COOH + OH^-(aq)$$

Setter opp en likevekttabell for å finne konsentrasjonen av OH^- ioner:

	$CH_3COO^-(aq)$	CH_3COOH	OH^-
Ved start	0,025	0	0
Endring	-x	+x	+x
Ved likevekt	0,025-x	x	x

Setter opp uttrykk for likevektkonstanten:

$$K_b = \frac{x * x}{0{,}025 - x} = \frac{10^{-14}}{K_a} = \frac{10^{-14}}{1{,}8 * 10^{-5}} = 5{,}56 * 10^{-10}$$

Får følgende andregradsligning:

$$x^2 + 5{,}56 * 10^{-10}x - 1{,}39 * 10^{-11} = 0$$

Løser ligningen og får at $x = 3{,}73 * 10^{-6}$

$[OH^-] = 3{,}73 * 10^{-6}\ M$

Kan beregne pOH: $pOH = -\log(3{,}73 * 10^{-6}) = 5{,}43$

Kan beregne pH: $pH = 14 - pOH = 14 - 5{,}43 = \mathbf{8,57}$

c) *0,20 mol CH_3COOH og 0,18 mol CH_3COO^- løses i vann til 1,0 liter løsning. Hvor mye endres pH dersom vi tilsetter 0,020 mol HCl? (Du kan se bort fra volumendringen som skyldes tilsetning av HCl).*

Når saltsyre tilsettes en bufferløsning av eddiksyre og acetat, vil acetat (basen) nøytralisere H^+-ionene: $H^+(aq) + CH_3COO^-(aq) \rightarrow CH_3COOH(aq)$

For å finne pH-endringen i løsningen, må vi beregne pH-verdien før og etter nøytralisering.

Før nøytralisering:

$$pH = 4{,}76 + log\frac{0{,}18\ M}{0{,}20\ M} = \mathbf{4,71}$$

Etter nøytralisering:

	H^+	CH_3COO^-	CH_3COOH
Før nøytralisering	0,020	0,18	0,20
Endring	-0,020	-0,020	+0,020
Etter nøytralisering	0	0,16	0,22

Setter inn i bufferligningen:

$$pH = 4{,}76 + log\frac{0{,}16\ M}{0{,}22\ M} = \mathbf{4,62}$$

pH-endringen blir da: $\Delta pH = 4{,}71 - 4{,}62 = \mathbf{0,093}$

Oppgave 4

a) Gitt følgende reaksjon i et surt miljø:

$Cr_2O_7^{2-}$ (aq) + SO_2 (aq) + H^+ (aq) → Cr^{3+} (aq) + HSO_4^- (aq) + H_2O (l)

Sett på oksidasjonstall og skriv opp delreaksjonene. Balanser redoksreaksjonen og vis fremgangsmåten.

+VI -II   +IV -II   +I   +III   +I +VI -II   +I -II

$Cr_2O_7^{2-}$ (aq) + SO_2 (g) + H^+ (aq) → Cr^{3+} (aq) + HSO_4^- (aq) + H_2O (l)

+VI +III

Red: $Cr_2O_7^{2-} + 6e- \rightarrow 2Cr^{3+}$ | * 1 FN = 6

+IV +VI

Oks: $SO_2 \rightarrow HSO_4^- + 2e^-$ | * 3

TOT: $Cr_2O_7^{2-} + 3SO_2 \rightarrow 2Cr^{3+} + 3HSO_4^-$

Balanserer med tanke på antall atomer:

$Cr_2O_7^{2-} + 3SO_2 + H^+ \rightarrow 2Cr^{3+} + 3HSO_4^- + H_2O$

$Cr_2O_7^{2-} + 3SO_2 + \mathbf{5}H^+ \rightarrow 2Cr^{3+} + 3HSO_4^- + H_2O$

Kontrollerer ladningsbalansen:

-2	0	+5	=	6+	-3	0	
+3			=	3+			OK

Ferdig balansert redoksreaksjon blir dermed:

$\mathbf{Cr_2O_7^{2-}\,(aq) + 3SO_2\,(g) + 5H^+\,(aq) \rightarrow 2Cr^{3+}\,(aq) + 3HSO_4^-\,(aq) + H_2O\,(l)}$

b) En elektrokjemisk celle er bygd opp på følgende måte:

Al (s) | Al^{3+} (aq, 0,001 M) || Ag^+ (aq, 0,020M) | Ag (s)

i. *Angi hvilket stoff som er anode og katode i denne cellen og skriv opp delreaksjonene.*
ii. *Beregn cellepotensialet.*
iii. *Vurder om denne cellen er en elektrolysecelle eller en galvanisk celle. Begrunn hvorfor.*

i. Den elektrokjemiske cellen består av:

Fra cellediagrammet ser man at anoden står til venstre, ergo har vi:

Anode: Aluminium

Katode: Sølv

Setter opp delreaksjonene:

Red: $Ag^+ + e^- \rightarrow Ag\,(s)$ | *3 FN = 3 E°red = +0,80 V

Oks: Al (s) $\rightarrow Al^{3+} + 3e^-$ | *1 E°oks = -E°red = -(-1,67)V = +1,67 V

TOT: $3Ag^+ (aq) + Al (s) \rightarrow 3Ag (s) + Al^{3+} (aq)$

ii. Beregner cellepotensialet:

Finner først standard cellepotensiale:

$E^o_{celle} = E^o_{katode} + E^o_{anode} = 0,80\ V + 1,67\ V = 2,47\ V$

Bruker så Nernst ligning:

$$E = E^o - \frac{0,0592\ V}{ne-} * \log Q$$

$$E = 2,47\ V - \frac{0,0592\ V}{ne-} * \log \frac{[Al3+]}{[Ag+]3}$$

$$E = 2,47\ V - \frac{0,0592\ V}{ne-} * \log \frac{[0,001]}{[0,020]3}$$

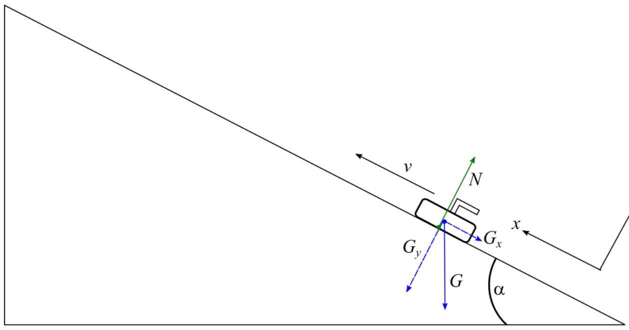
E = + 2,43 V

iii. Ettersom denne cellen har et positivt cellepotensiale: E = +2,43 V > 0, vil denne cellen være spontan og ergo en galvanisk celle.

Løsning eksamen august 2019

Oppgave 5

a) Figuren viser kreftene som virker på curlingsteinen når den sklir på skråplanet:



De eneste kreftene som virker er tyngdekraften G og normalkraften N fra underlaget. Ut i fra Newtons 1. lov er

$$N = G_y$$

b)

i) Ettersom nettokraften har retning nedover skråplanet, får curlingsteinen en akselerasjon i samme retning (x-retningen på figuren). Newtons 2. lov gir:

$$\sum F = ma_x \Rightarrow a_x = \frac{\sum F}{m} = \frac{-G_x}{m}$$

Ut i fra figuren er

$$G_x = mg \sin \alpha,$$

slik at

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{-G_x}{m} = \frac{-mg \sin \alpha}{m} \\ &= -g \sin \alpha \\ &= -9,81\,\mathrm{m/s^2} \cdot \sin 20\,^{\circ} \\ &= -3,36\,\mathrm{m/s^2} \\ &\approx \underline{\underline{-3,4\,\mathrm{m/s^2}}} \end{aligned}$$

ii) Ettersom kreftene som virker på steinen er konstante og ikke endrer seg under bevegelsen, vil også akselerasjonen være konstant. **Nei**, akselerasjonen endrer seg **ikke** i løpet av bevegelsen.

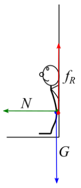
c) Vi skal bestemme hvor langt oppover skråplanet steinen kommer før den snur, når startfarten er $v_0 = 10\,\mathrm{m/s}$. Dersom x angir avstanden fra starten av skråplanet, målt langs skråplanet, der steinen snur, kan vi bruke følgende likning:

$$v^2 - v_0^2 = 2a_x \cdot x \Rightarrow x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_x}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{0 - (10\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot (-3,36\,\mathrm{m/s^2})} \\ &= 14,88\,\mathrm{m} \\ &\approx \underline{\underline{15\,\mathrm{m}}} \end{aligned}$$

Oppgave 6

a) Figuren under viser kreftene som virker på en person som "henger" på veggen etter at gulvet i rommet har blitt senket:



Tre krefter virker: tyngden G, normalkraften N og hvilefriksjonskraften f_R. Ut i fra Newtons 1. lov må

$$f_R = G = mg,$$

og normalkraften N gir personen en sentripetalakselerasjon.

b) Sammenhengen mellom normalkraften N og hvilkefriksjonen f_R er

$$f_R = \mu_s N,$$

der μ_s er hvilefriksjonskoeffisienten mellom personen og veggen. Vi har altså følgende sammenhenger for personen som henger på veggen idet omløpstiden T er slik at personens banefart er v:

$$\begin{aligned} f_R &= mg \\ f_R &= \mu_s N \Rightarrow N = \frac{f_R}{\mu_s} \\ \sum F = N &= \frac{mv^2}{r} && \text{(Normalkraften gir sentripetalaks.)} \end{aligned}$$

Sammenhengen mellom banefart v og omløpstid T er gitt ved (tilbakelegger en strekning lik omkretsen til en sirkel i løpet av tiden T)

$$\begin{aligned} v &= \frac{strekning}{tid} \\ &= \frac{2\pi r}{T}, \end{aligned}$$

som gir at

$$\begin{aligned} N &= \frac{mv^2}{r} \\ &= m\frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} \\ &= m \cdot \frac{\frac{4\pi^2 r^2}{T^2}}{r} \\ &= m \cdot \frac{4\pi^2 r}{T^2} \end{aligned}$$

Videre er

$$N = \frac{f_R}{\mu_s} = \frac{mg}{\mu_s}$$

Kombinert gir dette at

$$\begin{aligned} m \cdot \frac{4\pi^2 r}{T^2} &= \frac{mg}{\mu_s} \\ T &= \sqrt{\frac{4\pi^2 r \cdot \mu_s}{g}} \\ T &= \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot 5,0\,\mathrm{m} \cdot 0,40}{9,81\,\mathrm{m/s^2}}} \\ &= 2,84\,\mathrm{s} \\ &\approx \underline{\underline{2,8\,\mathrm{s}}} \end{aligned}$$

c) Skal finne normalkraften N når omløpstiden er $T = 2,0\,\mathrm{s}$. Ut i fra likningene over er

$$N = m \cdot \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

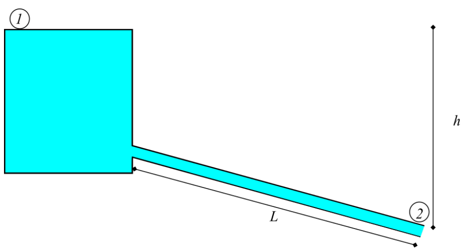
Ettersom vi skal angi svaret i antall ganger personens tyngde, dvs. N/G, kan vi skrive

$$\begin{aligned} \frac{N}{G} &= \frac{N}{mg} \\ &= \frac{m \cdot \frac{4\pi^2 r}{T^2}}{mg} \\ &= \frac{4\pi^2 r}{gT^2} \\ &= \frac{4\pi^2 \cdot 5,0\,\mathrm{m}}{9,81\,\mathrm{m/s^2} \cdot (2,0\,\mathrm{s})^2} \\ &= 5,03 \\ &\approx \underline{\underline{5,0}} \end{aligned}$$

Dette tilsvarer altså at personen "kjenner 5G", i den forstand at normalkrafta fra veggen er 5 ganger større enn det som er tilfelle når personen står i ro på bakken.

Oppgave 7

a) Vi skal bestemme maksimal rørlengde for to ulike rørdimensjoner, når det skal oppfylles et krav om en vannføring/volumstrøm på minst $q = 500\,\mathrm{l/s} = 0,500\,\mathrm{m^3/s}$. Figuren under viser situasjonen:



Bernoullis likning med tap mellom punkt 1 (vannspeilet) og punkt 2 (rørutløpet) gir:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{g} + y_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g} + y_2 + h_f,$$

der tapsleddet er gitt ved

$$h_f = f\frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g}.$$

Ettersom $p_1 = p_2$ (lik lufttrykket), forsvinner trykkleddene. Vi kan sette $v_1 \approx 0$ ettersom vannspeilet kan antas å ha mye større tverrsnitt enn røret, og ved å velge nullnivå ved utløpet slik at $y_2 = 0$ og $y_1 = h$, får vi at

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g} + h_f \\ &= \frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g} + f\frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g} \\ &= \frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g}\left(1 + f\frac{L}{D}\right) \end{aligned}$$

Ut i fra dette er den maksimale rørlengden gitt ved

$$\begin{aligned} 1 + f\frac{L}{D} &= \frac{2gh}{v_2^2} \\ L &= \underline{\frac{1}{f} \cdot D\left(\frac{2gh}{v_2^2} - 1\right)} \end{aligned}$$

Vi skal nå bestemme maksimal rørlengde for to ulike rørtyper. Vi må da bestemme Reynoldstallet N_R for å finne friksjonsfaktoren, og behøver da væskefarten v_2 i røret. Denne bestemmes fra volumstrømmen gjennom røret med tverrsnitt $A_2 = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2$:

$$q = A_2 v_2 = \frac{\pi}{4}D^2 \cdot v_2 \Rightarrow v_2 = \underline{\frac{4q}{\pi D^2}}$$

Reynoldstallet er

$$\begin{aligned} N_R &= \frac{\rho v_2 D}{\eta} \\ &= \frac{\rho \cdot \frac{4q}{\pi D^2} \cdot D}{\eta} \\ &= \frac{4\rho q}{\pi D \eta} \end{aligned}$$

i) Rørdiameter $D = 0,500\,\mathrm{m}$ (billig modell)

Relativ ruhet:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,250\,\mathrm{mm}}{500\,\mathrm{mm}} = \underline{5 \cdot 10^{-4}}$$

Reynoldstall:

$$\begin{aligned} N_R &= \frac{4\rho q}{\pi D \eta} \\ &= \frac{4 \cdot 1,0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 0,500\,\mathrm{m^3/s}}{\pi \cdot 0,500\,\mathrm{m} \cdot 8,90 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{Pa \cdot s}} \\ &= \underline{1,4 \cdot 10^6} \end{aligned}$$

Væskefart:

$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{4q}{\pi D^2} \\ &= \frac{4 \cdot 0,500\,\mathrm{m^3}}{\pi \cdot (0,500\,\mathrm{m})^2} \\ &= \underline{2,55\,\mathrm{m/s}} \end{aligned}$$

Ut i fra Moodys diagram er da friksjonsfaktoren f tilnærmet lik

$$f \approx \underline{0,017}$$

Maks. rørlengde:

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{f} \cdot D \left(\frac{2gh}{v_2^2} - 1 \right) \\ &= \frac{1}{0,017} \cdot 0,500\,\mathrm{m} \cdot \left(\frac{2 \cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 50\,\mathrm{m}}{(2,55\,\mathrm{m/s})^2} - 1 \right) \\ &= 4407\,\mathrm{m} \\ &\approx \underline{\underline{4\,\mathrm{km}}} \end{aligned}$$

ii) Rørdiameter $D = 1,00\,\mathrm{m}$ (dyrere modell)

Relativ ruhet:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,250\,\mathrm{mm}}{1000\,\mathrm{mm}} = \underline{2,5 \cdot 10^{-4}}$$

Reynoldstall:

$$\begin{aligned} N_R &= \frac{4\rho q}{\pi D \eta} \\ &= \frac{4 \cdot 1,0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 0,500\,\mathrm{m^3/s}}{\pi \cdot 1,00\,\mathrm{m} \cdot 8,90 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{Pa \cdot s}} \\ &= \underline{7,0 \cdot 10^5} \end{aligned}$$

Væskefart:

$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{4q}{\pi D^2} \\ &= \frac{4 \cdot 0,500\,\mathrm{m^3}}{\pi \cdot (1,00\,\mathrm{m})^2} \\ &= \underline{0,637\,\mathrm{m/s}} \end{aligned}$$

Ut i fra Moodys diagram er da friksjonsfaktoren f tilnærmet lik

$$f \approx \underline{0,016}$$

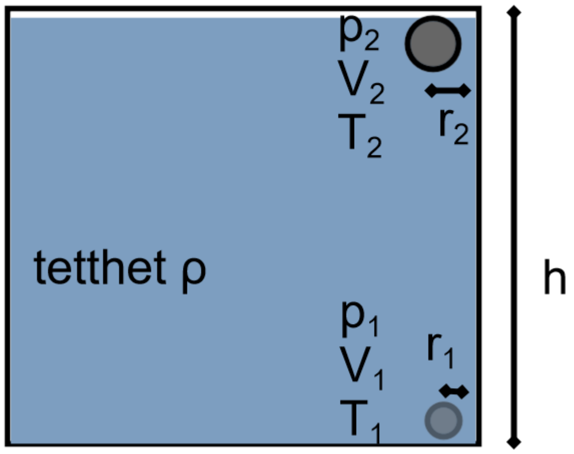
Maks. rørlengde:

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{f} \cdot D \left(\frac{2gh}{v_2^2} - 1 \right) \\ &= \frac{1}{0,016} \cdot 1,00\,\mathrm{m} \cdot \left(\frac{2 \cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 50\,\mathrm{m}}{(0,637\,\mathrm{m/s})^2} - 1 \right) \\ &= 151039\,\mathrm{m} \\ &\approx \underline{\underline{151\,\mathrm{km}}} \end{aligned}$$

b) Ettersom det billigste røret oppfyller kravene til vannføring og har en maksimal lengde større enn avstanden til vannreservoaret, bør ingeniører velge dette. Den dyreste modellen er grovt overdimensjonert.

Oppgave 8

a) Skal bestemme radiusen til bobla ved overflaten ved å modellere oppstigningen på to forskjellige måter. Situasjonsskisse:



i) Anser prosessen som isoterm (konstant temperatur)

Ettersom luftbobla holder konstant temperatur under oppstigningen, kan vi bruke tilstandslikningen for ideell gass med $T_1 = T_2$ til å bestemme kulas radius r_2 idet den når overflaten:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_1}{p_2} V_1$$

Ved væskeoverflata er trykket i bobla lik lufttrykket over væska, dvs. $p_2 = 101\,\text{kPa}$. Når bobla er ved bunnen av tanken, i en dybde h i væska, er trykket gitt ved

$$p_1 = p_2 + \rho g h$$

Sammen med formelen for volum av kule får vi:

$$\begin{aligned}
V_2 &= \frac{p_1}{p_2} V_1 \\
\frac{4}{3}\pi r_2^3 &= \frac{p_2 + \rho g h}{p_2} \cdot \frac{4}{3}\pi r_1^3 && \text{(Bruker volumformel for kule)} \\
r_2^3 &= \frac{p_2 + \rho g h}{p_2} \cdot r_1^3 && \text{(Forkorter)} \\
r_2 &= \left(\frac{p_2 + \rho g h}{p_2}\right)^{\frac{1}{3}} r_1 \\
&= \left(\frac{101 \cdot 10^3\,\text{Pa} + 1,0 \cdot 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20\,\text{m}}{101 \cdot 10^3\,\text{Pa}}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot 2,0\,\text{cm} \\
&= 2,87\,\text{cm} \\
&\approx \underline{\underline{2,9\,\text{cm}}}
\end{aligned}$$

ii) Anser prosessen som adiabatisk

For en adiabatisk prosess gjelder det at

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \Rightarrow V_2^\gamma = \frac{p_1}{p_2} V_1^\gamma \Rightarrow V_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot V_1,$$

der adiabatkonstanten $\gamma = 1,40$. Vi kan gjenbruke mesteparten av regnestykket fra forrige tilfelle:

$$\begin{aligned}
V_2 &= \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot V_1 \\
\frac{4}{3}\pi r_2^3 &= \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot \frac{4}{3}\pi r_1^3 && \text{(Setter inn volumformel for kule)} \\
r_2^3 &= \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot r_1^3 \\
r_2 &= \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{3\gamma}} r_1 \\
&= \left(\frac{101 \cdot 10^3\,\mathrm{Pa} + 1,0 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9,81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 20\,\mathrm{m}}{101 \cdot 10^3\,\mathrm{Pa}}\right)^{\frac{1}{3\cdot 1,40}} \cdot 2,0\,\mathrm{cm} \\
&= 2,59\,\mathrm{cm} \\
&\approx \underline{\underline{2,6\,\mathrm{cm}}}
\end{aligned}$$

b) Isoterme prosesser skjer **langsomt** - tilstrekkelig langsomt til at "systemet" (her: bobla) til enhver tid har samme temperatur som omgivelsene (som antas å ha konstant temperatur). Adiabatiske prosesser skjer derimot **raskt** - så raskt at det ikke skjer varmeutveksling med omgivelsene. Det springende punktet her blir derfor hvorvidt ei luftboble stiger "raskt" opp til overflaten eller ikke

Vannmotstanden som bremser bobla, er proporsjonal med arealet av bobla, som igjen er proporsjonal med kvadratet av kuleradiusen, dvs. r^2. Små bobler stiger raskt, større bobler sakte.

For en slik "liten" luftboble spiller det tydeligvis minimal rolle hvilken modell som brukes, da svarene for sluttradiusen avviker lite.