Oppgave 1

a) Kryss av på ett av alternativene i oppgavene nedenfor (kun et svaralternativ er rett, og det gis ikke minuspoeng for feil svar). Riv av arkene med Oppgave 1 a og lever det ved besvarelsen.

i) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen CuO?

- [ ] Kobberoksid
- [x] Kobber(II)oksid
- [ ] Kobber(III)oksid
- [ ] Kobbermonoksid

ii) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen K_2S?

- [ ] Dikaliumsulfid
- [ ] Kalium(II)sulfid
- [ ] Kalsiumsulfid
- [x] Kaliumsulfid

iii) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen N_2O_5?

- [ ] Nitrogenoksid
- [ ] Nitrogenpentoksid
- [x] Dinitrogenpentoksid
- [ ] Dinitrogenoksid

iv) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen CS_2?

- [ ] Karbonsulfid
- [x] Karbondisulfid
- [ ] Karbon(II)sulfid
- [ ] Karbondisvovel

v) Hva er den kjemiske formelen til tetrafosfordekasulfid?

- [ ] P_3S_{10}
- [x] P_4S_{10}
- [ ] P_4S_9
- [ ] P_3S_9

vi) Hva er den kjemiske formelen til bariumklorid?

- [x] $BaCl_2$
- [ ] $BaCl$
- [ ] Ba_2Cl_2
- [ ] $BeCl$

vii) Hva er den kjemiske formelen til ammoniumkarbonat?

- [ ] NH_4CO_3
- [ ] NH_4PO_4
- [x] $(NH_4)_2CO_3$
- [ ] $(NH_4)_3PO_4$

viii) Hva er oksidasjonstallet til hydrogen i forbindelsen NaH?

- [ ] +1
- [x] -1
- [ ] 0
- [ ] +2

ix) Hva er oksidasjonstallet til fosfor i forbindelsen H_3PO_4?

- [ ] +1
- [ ] -1
- [x] +5
- [ ] -5

x) Hva er oksidasjonstallet til karbon i forbindelsen $NaHCO_3$?

- [ ] 0
- [ ] +2
- [ ] +3
- [x] +4

b) *Sett opp elektronkonfigurasjonen for følgende ioner og forklar hvorfor de er stabile:*

i) Ca^{2+}

ii) Cl^{-}

iii) O^{2-}

i) Ca^{2+}: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ eller [Ar]

ii) Cl^-: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ eller [Ar]

iii) O^{2-}: $1s^2 2s^2 2p^6$ eller [Ne]

Alle disse ionene har elektronkonfigurasjon identisk med en edelgass (xs^2xp^6, hvor x er nummeret på ytterste skall). Elektronkonfigurasjonen til edelgassene har vist seg å være spesielt stabil, og disse ionene er derfor stabile.

Oppgave 2

a) *Metallisk sink reagerer med sølvnitrat i henhold til følgende ligning:*

$$Zn(s) + AgNO_3(aq) \rightarrow Ag(s) + Zn(NO_3)_2(aq)$$

I et eksperiment ble en metallbit av sink som veide 2,00 gram plassert i en løsning bestående av 100 ml 0,400 M sølvnitrat. Det ble dannet 3,45 gram sinknitrat. Hva er det prosentvise utbyttet av sinknitrat i dette eksperimentet?

Balansert reaksjonsligning: $Zn(s) + 2AgNO_3(aq) \rightarrow 2Ag(s) + Zn(NO_3)_2(aq)$

Prosentvis utbytte er gitt ved: $\%utbytte = \frac{Reelt\ utbytte}{Teoretisk\ utbytte} * 100\%$

Reelt utbytte er gitt i oppgaven: 3,45 gram. Må beregne det teoretiske utbyttet av sølvnitrat. Finner først begrensende reaktant:

$$n_{Zn} = \frac{m}{M} = \frac{2{,}00\ g}{65{,}38\ g/mol} = 0{,}0306\ mol$$

$$n_{Ag(NO_3)_2} = c * V = 0{,}400M * 0{,}100L = 0{,}0400\ mol$$

Ser på støkiometriske koeffisienter i den balanserte reaksjonsligningen:

$$\frac{n_{Zn(NO_3)_2}}{n_{Zn}} = \frac{1}{1} \rightarrow n_{Zn(NO_3)_2} = 0{,}0306\ mol$$

$$\frac{n_{Zn(NO_3)_2}}{n_{Ag(NO_3)_2}} = \frac{1}{2} \rightarrow n_{Zn(NO_3)_2} = \frac{1}{2} * 0{,}0400\ mol = 0{,}0200\ mol$$

Sølvnitrat er altså begrensende reaktant.

$$m_{Zn(NO_3)_2} = n * M = 0{,}0200\ mol * 189{,}38 \frac{g}{mol} = 3{,}79\ gram$$

$$\%utbytte = \frac{3{,}45\ gram}{3{,}79\ gram} * 100\% = \mathbf{91}\%$$

b) *Gitt følgende likevektreaksjon:*

$$CO_2(g) + H_2(g) \leftrightarrow CO(g) + H_2O(g)$$

I en beholder på 2 liter er det ved et gitt tidspunkt 0,50 mol CO_2, 0,40 mol H_2, 0,050 mol CO og 0,060 mol H_2O ved 700 °C. Ved denne temperaturen er likevektkonstanten, K_C, lik 0,060. Avgjør ved beregninger om systemet er i likevekt. Hvis systemet ikke er i likevekt, forklar i hvilken retning reaksjonen vil gå.

For å avgjøre om systemet er i likevekt, må vi beregne reaksjonskvotienten, Q.

$$Q = \frac{[CO][H_2O]}{[CO_2][H_2]}$$

Må beregne konsentrasjonen av de ulike forbindelsene:

$$[CO] = \frac{0{,}050 mol}{2\, l} = 0{,}025\ M$$

$$H_2O] = \frac{0{,}060\ mol}{2\, l} = 0{,}030\ M$$

$$[CO_2] = \frac{0{,}50\ mol}{2\, l} = 0{,}25\ M$$

$$[H_2] = \frac{0{,}40\ mol}{2\, l} = 0{,}20\ M$$

$$Q = \frac{0{,}030M * 0{,}025M}{0{,}25M * 0{,}20M} = \mathbf{0{,}015}$$

$Q \neq K_C$ og systemet er derfor ikke i likevekt. Siden $Q<K_C$, så er telleren for liten i forhold til nevneren i uttrykket for Q. Det betyr at vi har for lite produkter i forhold til reaktanter, og reaksjonen vil gå mot høyre inntil likevekt innstilles.

c) *Finn likevektskonsentrasjonen av CO_2, H_2, CO og H_2O i oppgave b) ved 700°C.*

Setter opp en likevektstabell:

	CO_2 (g)	**H_2(g)**	**CO(g)**	**H_2O(g)**
Ved start	0,25 M	0,20 M	0,025	0,030
Endring	-x	-x	+x	+x
Ved likevekt	0,25- x	0,20- x	0,025+x	0,030+x

Setter opp uttrykket for likevektskonstanten:

$$K_C = \frac{[CO][H_2O]}{[CO_2][H_2]} = \frac{(0{,}025 + x)(0{,}030 + x)}{(0{,}25 - x)(0{,}20 - x)}$$

Likevektskonstanten ved denne temperaturen er 0,060.

$$\frac{(0{,}025 + x)(0{,}030 + x)}{(0{,}25 - x)(0{,}20 - x)} = 0{,}060$$

Løser uttrykket med hensyn på x, og får følgende andregradsligning:

$$0{,}94x^2 + 0{,}082x - 0{,}00225 = 0$$

Løsning av andregradsligningen gir:

$$\boldsymbol{x_1 = 0,0219\ M}$$

$$x_2 = -0{,}109\ M$$

Det er x_1 som er løsningen, og bruker denne verdien videre. Likevektskonsentrasjonene blir da:

$$\boldsymbol{[CO] = (0,025 + x) = 0,047\ M}$$

$$\boldsymbol{H_2O] = (0,030 + x) = 0,052\ M}$$

$$\boldsymbol{[CO_2] = (0,25 - x) = 0,23\ M}$$

$$\boldsymbol{[H_2] = (0,20 - x) = 0,18\ M}$$

Oppgave 3

a) *Du skal lage en løsning med et volum på 0,50 L ved å blande $Mg(OH)_2$ i fast form med vann. Regn ut hvor mange gram du må veie ut for å få en konsentrasjon på 0,200 M $Mg(OH)_2$. Anta at det faste stoffet ikke påvirker volumet til løsningen.*

$Mg(OH)_2$-løsning:

Vet:

V = 0,50 L

c = 0,200 M

Finner antall mol $Mg(OH)_2$ i løsningen:

n = c * V = 0,200 mol/L * 0,5 L = 0,10 mol

Mm = 24,31 g/mol + 2 (16,00 + 1,008) g/mol = 58,326 g/mol

m = n * Mm = 0,10 mol * 58,326 g/mol = 5,8326 g ≈ **5,8 g**

Kommentar:

Her var det meningen å løse oppgaven med antakelsen om at $Mg(OH)_2$ er en sterk base (Gr. I og gr. II-elementer + OH^- eller O^{2-} gir sterke baser ut i fra læreboken), og løser seg dermed fullstendig i vann. $Mg(OH)_2$ er derimot et salt med lav løselighet og har en lav Ksp-verdi. Dette gjør beregningene mer komplisert enn forventet. Derfor, dersom studenten viser i sin besvarelse til at saltet har en lav Ksp og er ergo lite løselig, så får studenten full uttelling, selv om regnestykke ikke fullføres.

b) Beregn pH i 0,150 M Na_2CO_3.

Na_2CO_3 (aq) → $2Na^+$ (aq) + CO_3^{2-} (aq)
0,15 M 0,15 M

Na^+ er nøytral i vann.
CO_3^{2-} gir følgende reaksjon med vann:

CO_3^{2-} (aq) + H_2O (l) ⇌ HCO_3^- (aq) + OH^- (aq)

Setter opp likevektstabell for å finne konsentrasjon av OH- i løsningen:

	CO_3^{2-}	HCO_3^-	OH^-
START	0,15	0	~0
ENDRING	-x	+x	+x
LIKEVEKT	0,15-x	x	x

Setter opp uttrykket for basekonstanten og løser x:
Finner først Kb:
Fra formelsamling finner vi reaksjonen og Ka:
$HCO_3^- = H^+ + CO_3^{2-}$ Ka = $4,7 * 10^{-11}$

Kb blir da:
Kb = Kw / Ka = $1,0 * 10^{-14} / 4,7 * 10^{-11} = 2,128 * 10^{-4}$

Setter så opp uttrykket for Kb:

$$Kb = \frac{[HCO_3^-] * [OH^-]}{[CO_3^{2-}]} = \frac{x^2}{(0,15 - x)} = 2,128 * 10^{-4}$$

$$x = 5,544 * 10^{-3} = [OH^-]$$

Finner til slutt pH i løsningen:
pOH = -log ($5,544 * 10^{-3}$) = 2,26
pH = 14 – pOH = **11,7**

Oppgave 4

a) Følgende redoksreaksjon er gitt:

$$Cu\ (s) + NO_3^-\ (aq) + H^+\ (aq) \rightleftarrows Cu^{2+}\ (aq) + NO\ (g) + H_2O\ (l)$$

Sett oksidasjonstall på reaktanter og produkter, og angi hva som reduseres og hva som oksideres. Balanser ligningen og vis fremgangsmåten.

0 +V -II +I +II +II -II +I -II

$Cu\ (s) + NO_3^-\ (aq) + H^+\ (aq) \rightleftarrows Cu^{2+}\ (aq) + NO\ (g) + H_2O\ (l)$

Red: $NO_3^- + 3e^- \rightleftarrows NO\ (g)$ | * 2 FN = 6

Oks: $Cu\ (s) \rightleftarrows Cu^{2+} + 2e^-$ | * 3

TOT: $3\ Cu + 2\ NO_3^- \rightleftarrows 3\ Cu^{2+} + 2\ NO$

Balanserer med tanke på masse:

$3\ Cu + 2\ NO_3^- + 8\ H^+ \rightleftarrows 3\ Cu^{2+} + 2\ NO + 4\ H_2O$

Kontrollerer ladningsbalansen:

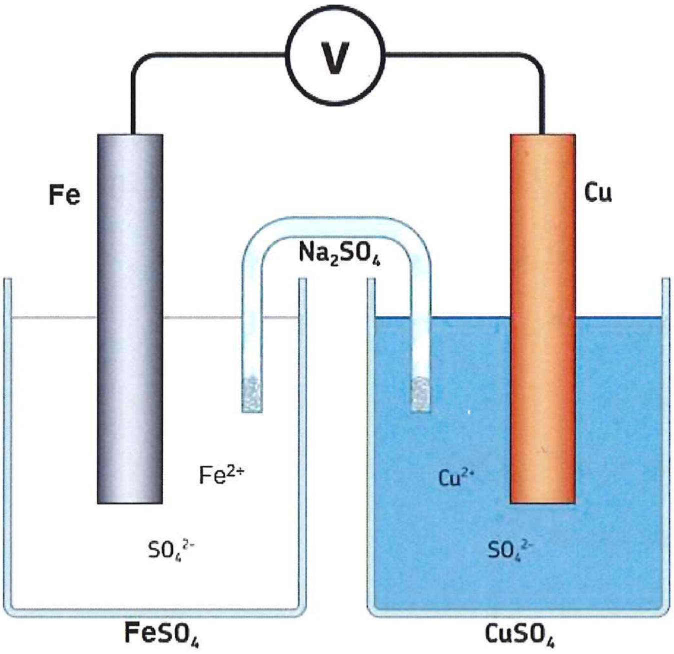
0 -2 +8 = +6 0 0

+6 = +6 OK

Ferdig balansert ligning blir dermed:

$3\ Cu\ (s) + 2\ NO_3^-\ (aq) + 8\ H^+\ (aq) \rightleftarrows 3\ Cu^{2+}\ (aq) + 2\ NO\ (g) + 4\ H_2O\ (l)$

b) Vi har følgende galvaniske celle av jern og kobber. Den ene halvcellen består av en jernstav i en jernløsning (2,00 M Fe^{2+}) og den andre består av en kobberstav i en kobberløsning (0,010 M Cu^{2+}).



i. *Sett opp cellediagrammet til denne galvaniske cellen. Angi hva som er anode og katode, og begrunn hvorfor. Skriv de tilhørende halvreaksjonene.*

Cellediagram:

Fe (s) | Fe^{2+} (2,00 M) || Cu^{2+} (0,010 M) | Cu (s)

Kobber har høyest standard reduksjonspotensiale, ergo vil kobber fungere som katode, og jern vil være anode. Jern plasseres dermed til venstre i cellediagrammet.

Halvreaksjonene blir:

Katode: Red: $Cu^{2+} + 2e^- \rightleftarrows Cu\ (s)$

Anode: Oks: $Fe\ (s) \rightleftarrows Fe^{2+} + 2e^-$

ii. *Regn ut cellepotensialet for denne cellen ved 25 °C:*

Red: $Cu^{2+} + 2e^- \rightleftarrows Cu\ (s)$ $E^o_{red} = +0{,}34$ V
Oks: $Fe\ (s) \rightleftarrows Fe^{2+} + 2e^-$ $E^o_{oks} = +0{,}44$ V
TOT: $Cu^{2+}\ (aq) + Fe\ (s) \rightleftarrows Cu\ (s) + Fe^{2+}\ (aq)$

Standard cellepotensiale blir:
$E^o_{celle} = E^o_{katode} + E^o_{anode} = 0{,}34\ V + 0{,}44\ V = +\ 0{,}78\ V$

Cellepotensiale for denne cellen blir:
Bruker Nernst ligning:

$$E = E^o - \frac{0{,}059\ V}{ne-} * \log Q$$
$$= 0{,}78\ V - \frac{0{,}059\ V}{2\ e-} * \log \frac{Fe2+}{Cu2+}$$
$$= 0{,}78\ V - \frac{0{,}059\ V}{2\ e-} * \log \frac{2{,}00}{0{,}01}$$
$$\underline{\mathbf{= 0{,}71\ V}}$$

*c) Hvilket metall kan du bruke for å redusere Mn^{2+} ion, men **ikke** Mg^{2+}-ion? Forklar hvorfor.*

Aluminium har standard oksidasjonspotensiale lik +1,67 V.
Dette er nok til å redusere Mn^{2+}, men ikke høyt nok til å redusere Mg^{2+}-ion:

Red: $Mg^{2+}\ (aq) + 2e- \rightarrow Mg\ (s)$ $E^o_{red} = -2{,}38$ V
Oks: $Al\ (s) \rightarrow Al^{3+}\ (aq) + 3e^-$ $E^o_{oks} = +1{,}67$ V

$E^o_{rx} = E^o_{red} + E^o_{oks} = -2{,}38\ V + 1{,}67\ V = -0{,}71\ V$

$E^o_{rx} < 0$, ergo blir reaksjonen ikke spontan og aluminium klarer dermed ikke å redusere Mg^{2+}-ion.

Ser vi på Mn^{2+} derimot får vi en spontan reduksjon av Mn^{2+} sammen med Al:

Red: $Mn^{2+}\ (aq) + 2e- \rightarrow Mn\ (s)$ $E^o_{red} = -1{,}03$ V
Oks: $Al\ (s) \rightarrow Al^{3+}\ (aq) + 3e^-$ $E^o_{oks} = +1{,}67$ V

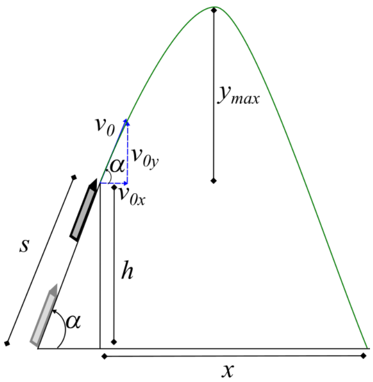
$E^o_{rx} = E^o_{red} + E^o_{oks} = -1{,}03\ V + 1{,}67\ V =$ **+0,64 V**

$E^o_{rx} > 0$, ergo blir reaksjonen spontan og aluminium klarer dermed å redusere Mn^{2+}-ion.

Løsning eksamen mai 2019

Oppgave 5

a) Figuren viser bevegelsen til raketten fra starten av rampa til den treffer bakken:



Raketten beveger seg rettlinjet oppover skråplanet med konstant akselerasjon, slik følgende bevegelseslikning gjelder (startfarten langs skråplanet er null):

$$v^2 - v_0^2 = 2as \Rightarrow v = \sqrt{2as + v_0^2} = \sqrt{2as}$$

Sammenhengen mellom strekningen s langs skråplanet og høyden h av rampa er gitt ved

$$h = s \sin \alpha \Rightarrow s = \frac{h}{\sin \alpha}$$

Får at

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2as} \\ &= \sqrt{\frac{2ah}{\sin \alpha}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 34\,\mathrm{m/s^2} \cdot 2,0\,\mathrm{m}}{\sin 70\,^{\circ}}} \\ &= 12,0\,\mathrm{m/s} \\ &\approx \underline{\underline{12\,\mathrm{m/s}}} \end{aligned}$$

b)

i) Rakettens maksimale høyde: i det høyeste punktet er farten rent horisontal, dvs. y-komponenten $v_y = 0$. Dersom y_{max} angir den maksimale høyden over utgangspunktet (kanten av rampa) og positiv retning er oppover, gjelder det i toppunktet at

$$v_y^2 - v_{0y}^2 = 2\,(-g)\,y_{max} \Rightarrow y_{max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{2g}$$

$$\begin{aligned} y_{max} &= \frac{(12,0\,\mathrm{m/s} \cdot \sin 70\,^{\circ})^2}{2 \cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2}} \\ &= 6,48\,\mathrm{m} \\ &\approx \underline{6,5\,\mathrm{m}} \end{aligned}$$

Den maksimale høyden over bakken blir da

$$6,5\,\mathrm{m} + 2,0\,\mathrm{m} = \underline{\underline{8,5\,\mathrm{m}}}$$

ii) Den horisontale avstanden x mellom rakettens nedslagspunkt og rampa er gitt ved

$$x = v_{0x}t = v_0 \cos\alpha \cdot t,$$

der falltiden t bestemmes fra (med positiv retning oppover)

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin\alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

Her er $y = -2,0\,\mathrm{m}$ idet raketten lander, slik at likningen blir (uten enheter)

$$-2,0 = 12,0 \sin 70\,^{\mathrm{o}} \cdot \mathrm{t} - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2$$

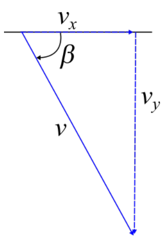
Løser på kalkulator og får

$$t = \underline{2,46\,\mathrm{s}}$$

Avstanden x blir da

$$\begin{aligned} x &= v_0 \cos\alpha \cdot t \\ &= 12,0\,\mathrm{m/s} \cdot \cos 70\,^{\mathrm{o}} \cdot 2,46\,\mathrm{s} \\ &= 10,1\,\mathrm{m} \\ &\approx \underline{\underline{10\,\mathrm{m}}} \end{aligned}$$

c) Figuren viser raketten idet den treffer bakken:



Rakettens fart idet den treffer bakken: finner først fartskomponentene v_x og v_y:

$$\begin{aligned} v_x &= v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_y &= v_{0y} - gt = v_0 \sin a - gt \end{aligned}$$

Farten har da verdien

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ &= \sqrt{(12,0\,\mathrm{m/s} \cdot \cos 70\,^{\mathrm{o}})^2 + (12,0\,\mathrm{m/s} \sin 70\,^{\mathrm{o}} - 9,81\,\mathrm{m/s} \cdot 2,46\,\mathrm{s})^2} \\ &\approx \underline{\underline{13\,\mathrm{m/s}}} \end{aligned}$$

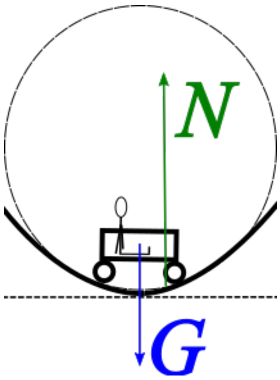
Vinkelen mellom fartsverktoren og horisontalen (se figur):

$$\begin{aligned} \tan\beta &= \left|\frac{v_y}{v_x}\right| = \left|\frac{v_0 \sin a - gt}{v_0 \cos\alpha}\right| \\ \beta &= \tan^{-1}\left|\frac{v_0 \sin a - gt}{v_0 \cos\alpha}\right| \\ &= \tan^{-1}\left|\frac{12,0\,\mathrm{m/s} \sin 70\,^{\mathrm{o}} - 9,81\,\mathrm{m/s} \cdot 2,46\,\mathrm{s}}{12,0\,\mathrm{m/s} \cdot \cos 70\,^{\mathrm{o}}}\right| \\ &= \underline{\underline{72,3\,^{\mathrm{o}}}} \end{aligned}$$

Oppgave 6

a)

i) Figuren under viser kreftene som virker på vogna i punkt B (laveste punktet):

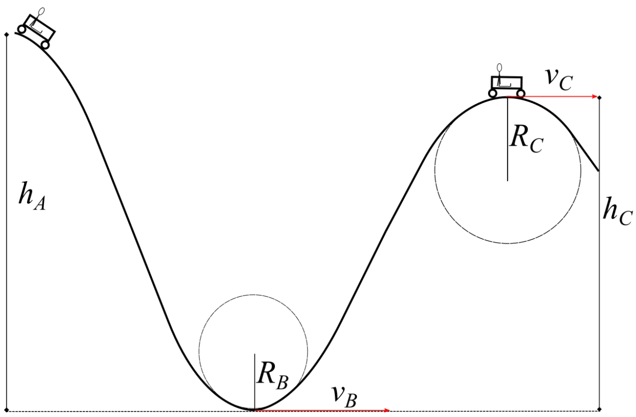


To krefter virker: normalkraften N fra underlaget, og tyngden G. Fordi vogna har akselerasjon inn mot sentrum av sirkelen, er $N > G$.

ii) Vognas akselerasjon i B er gitt ved

$$a = \frac{v_B^2}{R_B},$$

der v_B og R_B er hhv. farten og sirkelradien i punkt B. Finner farten fra energibevaring (se figuren under for symbolforklaringer):



$$\begin{aligned} mgh_A &= \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh_A} \\ v_B &= \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 80\,\mathrm{m}} \\ &= \underline{39{,}6\,\mathrm{m/s}} \end{aligned}$$

Akselerasjonen blir

$$\begin{aligned} a &= \frac{v_B^2}{R_B} \\ &= \frac{2gh_A}{R_B} && \text{(Setter inn uttrykket for } v_B\text{)} \\ &= \frac{2 \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 80\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{m}} \\ &= 157\,\mathrm{m/s^2} \\ &\approx \underline{\underline{1{,}6 \cdot 10^2\,\mathrm{m/s^2}}} \end{aligned}$$

iii) Ut i fra figuren i i), gir Newtons 2. lov på vogna i punkt B at

$$\sum F = ma$$
$$N - G = m\frac{v_B^2}{R_B} \Rightarrow N = m\frac{v_B^2}{R_B} + mg$$
$$N = 300\,\mathrm{kg}\cdot\frac{(39,6\,\mathrm{m/s})^2}{10\,\mathrm{m}} + 300\,\mathrm{kg}\cdot 9,81\,\mathrm{m/s}^2$$
$$\approx \underline{\underline{5,0\cdot 10^4\,\mathrm{N}}}$$

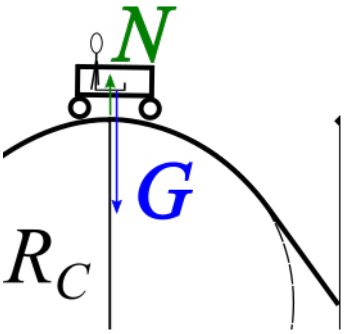
Dette tilsvarer en kraft som er ca. 17 ganger større enn tyngdekrafta på vogna.

b)

i) Vi skal tegne kreftene på vogna i punkt C. De samme kreftene virker som i punkt B: tyngdekraften G og normalkrafta N . Newtons 2. lov gir oss opplysninger om størrelsesforholdet mellom kreftene:

$$\sum F = ma$$
$$G - N = m\frac{v_C^2}{R_C} \Rightarrow N = mg - m\frac{v_C^2}{R_C}$$

Her ser vi altså at $N < G$ (hvor mye mindre, avhenger av farten). Så fremt vogna ikke har mistet kontakten med underlaget, slik at $N = 0$, blir kreftene som figuren under viser:



ii) Idet vogna mister kontakten med underlaget, er $N = 0$. Dette gir at

$$N = 0$$
$$mg - \frac{mv_C^2}{R_C} = 0$$
$$\frac{mv_C^2}{R_C} = mg \Rightarrow v_C = \sqrt{gR_C}$$

Den kritiske farten er altså lik[1]

$$v_C = \sqrt{9,81\,\mathrm{m/s}^2\cdot 22\,\mathrm{m}}$$
$$= 14,7\,\mathrm{m/s}$$
$$\approx \underline{\underline{15\,\mathrm{m/s}}}$$

iii) Dersom vogna akkurat mister kontakten med underlaget i C, er altså farten $v_C = 14,7\,\mathrm{m/s}$. Vi kan finne den tilsvarende farten vogna kan ha i punkt A ved energibevaring (med selvfork-

[1] Selv om oppgaven ikke krever dette, kunne vi ha funnet ved energibevaring at den faktiske farten i punkt C er ca. 12 m/s. Vogna vil altså ikke miste kontakten med underlaget med null startfart i A.

larende notasjon):

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A &= \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \\
\frac{1}{2}mv_A^2 &= \frac{1}{2}mv_C^2 + mg\left(h_C - h_A\right) \\
v_A &= \sqrt{v_C^2 + 2g\left(h_C - h_A\right)} \\
&= \sqrt{(14,7\,\mathrm{m/s})^2 + 2\cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2}\,(72\,\mathrm{m} - 80\,\mathrm{m})} \\
&= 7,69\,\mathrm{m/s} \\
&\approx \underline{\underline{7,7\,\mathrm{m/s}}}
\end{aligned}$$

Oppgave 7

a) Sykkelhjulet består av 3 komponentener:

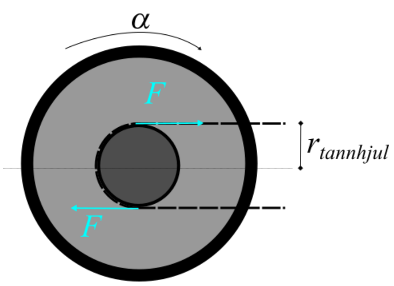
1. Felgen som er en massiv skive/sylinder med masse $m_{felg} = 1,0\,\mathrm{kg}$ og radius $r_{felg} = 0,35\,\mathrm{m}$
2. Dekket som er en tynnvegget sylinder med masse $m_{dekk} = 0,40\,\mathrm{kg}$ og radius lik $r_{felg} = 0,35\,\mathrm{m}$
3. Et skiveformet tannhjul med masse $m_{tannhjul} = 0,20\,\mathrm{kg}$ og radius $r_{tannhjul} = 0,10\,\mathrm{m}$

Det totale treghetsmomentet I til hjulet om en akse gjennom hjulets sentrum er summen av treghetsmomentene til de tre komponentene, og disse finner vi fra standardlegemene på formelarket:

$$\begin{aligned}
I &= I_{felg} + I_{dekk} + I_{tannhjul} \\
&= \frac{1}{2}m_{felg}r_{felg}^2 + m_{dekk}r_{felg}^2 + \frac{1}{2}m_{tannhjul}r_{tannhjul}^2 \\
&= \frac{1}{2}\cdot 1,0\,\mathrm{kg}\cdot(0,35\,\mathrm{m})^2 + 0,40\,\mathrm{kg}\cdot(0,35\,\mathrm{m})^2 + \frac{1}{2}\cdot 0,20\,\mathrm{kg}\cdot(0,10\,\mathrm{m})^2 \\
&= 0,111\,\mathrm{kgm^2} \\
&\approx \underline{\underline{0,11\,\mathrm{kgm^2}}}
\end{aligned}$$

b)

i) Figuren under viser kreftene som virker på hjulet, og den resulterende vinkelakselerasjonen:



Newtons 2. lov for rotasjon gir (begge kreftene gir et dreiemoment med samme fortegn, og

momentene vil derfor summeres):

$$\sum \tau = I\alpha$$
$$2 \cdot F \cdot r_{tannhjul} = I\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2 \cdot F \cdot r_{tannhjul}}{I}$$
$$\alpha = \frac{2 \cdot 0,12 \cdot 10^3 \mathrm{N} \cdot 0,10\,\mathrm{m}}{0,111\,\mathrm{kgm}^2}$$
$$= 216\,\mathrm{rad/s}^2$$
$$\approx \underline{\underline{2,2 \cdot 10^3\,\mathrm{rad/s}^2}}$$

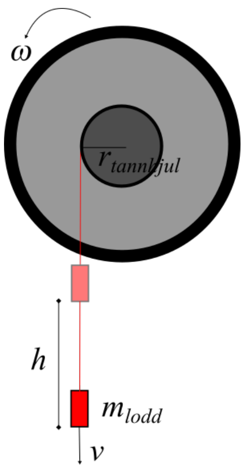
ii) Vi skal finne antall rotasjoner i løpet av 15 s når hjulet starter i ro, dvs. $\omega_0 = 0$. Vi kan bruke bevegelseslikningene for konstant vinkelakselrasjon til å bestemme den totale vinkelrotasjonen i tidsrommet:

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}\alpha t^2$$
$$\theta = \frac{1}{2} \cdot 216\,\mathrm{rad/s}^2 \cdot (15\,\mathrm{s})^2$$
$$= \underline{24300\,\mathrm{rad}}$$

Ettersom én hel runde tilsvarer en vinkelrotasjon på 2π radianer, er antall omdreininger altså[2]

$$\frac{24003}{2\pi} = 3870 \approx \underline{\underline{3,9 \cdot 10^3}}$$

c) Når et lodd med masse $m_{lodd} = 0,050\,\mathrm{kg}$ festes til hjulet, faller loddet strekningen $h = 2,4\,\mathrm{m}$ i løpet av 10 s. Se figuren under.



Energibevaring for hjul + lodd gir:

$$m_{lodd} g h = \frac{1}{2} m_{lodd} v^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$$

Ettersom snora ruller av tannhjulet uten å gli, er sammenhengen mellom farten v til et punkt på tannhjulets ytterkant (som dessuten er lik loddets fart) og vinkelfarten ω gitt ved

$$v = \omega r_{tannhjul} \Rightarrow \omega = \frac{v}{r_{tannhjul}},$$

[2]Dette er helt åpenbart et helt urealistisk stort tall, noe som skyldes at vinkelakselerasjonen ble uforholdsmessig stor. I realiteten vil kraftene på kjedet/tannhjulet være vesentlig mindre enn $0,12 \cdot 10^3\,\mathrm{N} = 120\,\mathrm{N}$, slik at α og dermed θ blir vesentlig mindre.

som gir at

$$
\begin{aligned}
m_{lodd}gh &= \frac{1}{2}m_{lodd}v^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{v}{r_{tannhjul}}\right)^2 \\
m_{lodd}gh &= \frac{1}{2}m_{lodd}v^2 + \frac{1}{2}\frac{I}{r_{tannhjul^2}}v^2 \\
\frac{1}{2}\frac{I}{r_{tannhjul^2}}v^2 &= m_{lodd}gh - \frac{1}{2}m_{lodd}v^2 \\
I &= m_{lodd}r_{tannhjul}^2\left(\frac{2gh}{v^2} - 1\right) \qquad \text{(Felles faktor utenfor)}
\end{aligned}
$$

Loddet vil falle med konstant akselerasjon, slik at vi kan finne sammenhengen mellom fallhøyden h og sluttfarten v:

$$h = \frac{1}{2}(v_0 + v)\,t \Rightarrow v = \frac{2h}{t}$$

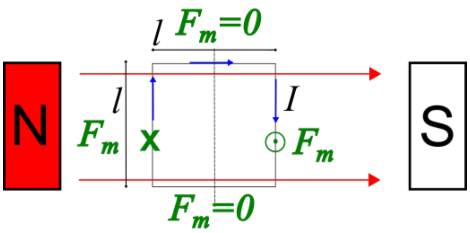
Setter inn:

$$
\begin{aligned}
I &= m_{lodd}r_{tannhjul}^2\left(\frac{2gh}{\left(\frac{2h}{t}\right)^2} - 1\right) \\
I &= m_{lodd}r_{tannhjul}^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right) \qquad \text{(Løser ut parantes og forkorter)} \\
&= 0,050\,\mathrm{kg}\cdot(0,10\,\mathrm{m})^2\cdot\left(\frac{9,81\,\mathrm{m/s^2}\cdot(10\,\mathrm{s})^2}{2\cdot 2,4\,\mathrm{m}} - 1\right) \\
&= 0,102\,\mathrm{kgm^2} \\
&\approx \underline{\underline{0,10\,\mathrm{kgm^2}}}
\end{aligned}
$$

Oppgave 8

a)

i) Figuren under viser magnetkreftene som virker på sløyfa ved $t = 0$:



ii) På de to segmentene som er parallelle med magnetfeltet, er magnetkrafta $F_m = 0$. På de to andre sidene er absoluttverdien av krafta lik

$$
\begin{aligned}
F_m &= IlB\sin 90^\circ \\
&= 10\,\mathrm{A}\cdot 0,10\,\mathrm{m}\cdot 0,50\,\mathrm{T} \\
&= \underline{\underline{0,50\,\mathrm{N}}}
\end{aligned}
$$

Retningene er som antydet på figuren.

Den totale magnetkrafta på sløyfa er **hele tiden** lik 0: på de to sidene hvor magnetkrafta er forskjellig fra 0, er magnetkreftene hele tiden like store og motsatt rettet.

b)

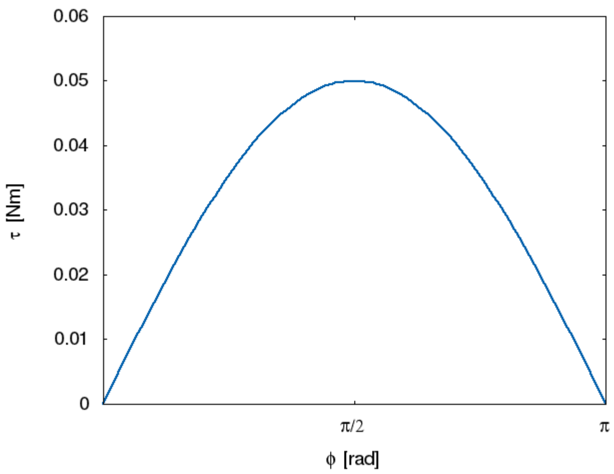
i) Dreiemomentet på sløyfa om et dreiepunkt gjennom midten av sløyfa kan vi finne fra formelarket:

$$\tau = IAB\sin\phi,$$

der ϕ er vinkelen mellom sløyfas normalvektor og magnetfeltet. Altså er

$$\begin{aligned}\tau(\phi) &= 10\,\mathrm{A}\cdot 0,10\,\mathrm{m}\cdot 0,10\,\mathrm{m}\cdot 0,50\,\mathrm{T}\cdot\sin\phi \\ &= \underline{\underline{0,050\,\mathrm{Nm}\cdot\sin\phi}}\end{aligned}$$

ii) Skisserer $\tau(\phi)$ for en halv omdreining, dvs. for en vinkel i området $\phi\in[0,\pi]$:



iii) Indusert ems i en ledersløyfe er gitt ved Faradays induksjonslov:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt},$$

der Φ er fluksen gjennom sløyfa som funksjon av tid. Fluksen gjennom sløyfa er gitt ved (som før er A sløyfearealet og ϕ vinkel mellom normalvektor og magnetfelt)

$$\Phi = BA\cos\phi$$

Vi får at

$$\begin{aligned}\varepsilon &= -\frac{d\Phi}{dt} \\ &= -BA(-\sin\phi)\cdot\frac{d\phi}{dt} && \text{(Kjerneregelen)} \\ &= BA\sin\phi\cdot\omega,\end{aligned}$$

ettersom vinkelfarten pr. def. er lik den tidsderiverte av vinkelen.

Den maksimale induserte emsen ε_{max} ved en omdreiningshastighet på 1000 omdreininger/minutt får vi når $\sin\phi = 1$, dvs.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{max} &= BA\omega \\ &= 0,50\,\mathrm{T}\cdot 0,10\,\mathrm{m}\cdot 0,10\,\mathrm{m}\cdot\frac{1000\cdot 2\pi}{60}\,\mathrm{s}^{-1} \\ &= 0,524\,\mathrm{V} \\ &\approx \underline{\underline{0,52\,\mathrm{V}}}\end{aligned}$$